

Trous Noirs en Cosmologie

Relativité Générale: Du trou Noir de Schwarzschild au trou noir de Kerr Newman



La métrique de Schwarzschild-1

En 1916, Schwarzschild trouve une solution exacte à l'équation d'Einstein, dans le cas d'une géométrie à symétrie sphérique (système solaire)

- Les contraintes de **symétrie spatiale sphérique**, conduisent à la forme intermédiaire suivante (convention de signe pour $ds^2 = d\tau^2$)

$$ds^2 = A(t,r).dt^2 - B(t,r).dr^2 - r^2 . d\Omega^2$$
$$(d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta . d\varphi^2)$$

- Si, on **particularise** la solution dans le cadre de la **Relativité Générale (vide)**:
 $= (1+\mu/r).dt^2 - (1+\mu/r)^{-1}.dr^2 - r^2 . d\Omega^2$



La métrique de Schwarzschild-2

La limite Newtonienne à l'infini permet de finaliser:

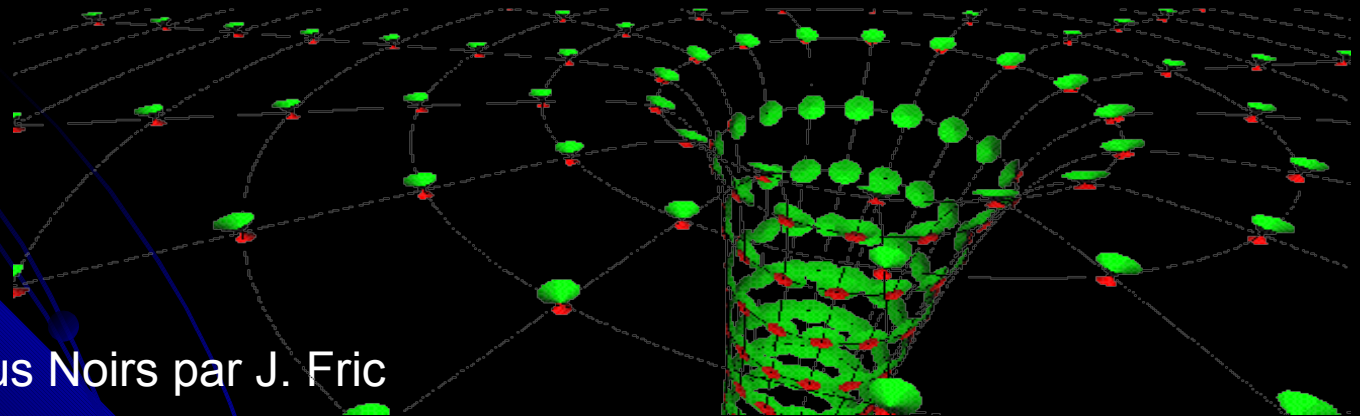
$$ds^2 = (1-2GM/r).dt^2 - (1-2GM/r)^{-1}.dr^2 - r^2 . d\Omega^2$$

Où M est la masse de la mécanique Newtonienne.

Métrique statique et un paramètre de longueur associé à une masse apparaît : $r_s = 2GM (/c^2)$, ($c = 1$)

- Cette équation «**explose**» pour $r = r_s$ (singularité de coordonnées) et $r = 0$ (si $M > 0$): **Signification physique?**

CURVED SPACETIME



La métrique de Schwarzschild -3

Si M est entièrement **contenue** à l'intérieur d'une sphère de **rayon inférieur** à son rayon r_s associé, alors la valeur $r = r_s$ est possible: il y a un **trou noir (TN)**

On voit qu'un TN peut avoir en théorie, **n'importe quelle masse**. La sphère de rayon r_s est appelée l' **Horizon** du TN et joue un rôle essentiel.

- **Sous** l'horizon c'est encore du vide sauf au centre: Singularité centrale ponctuelle de paramètre $M > 0$.
- La **gravitation** est si intense qu'elle **recourbe** l'espace sur lui-même et que **rien ne peut s'en échapper** : l'horizon est une membrane spatio-temporelle unidirectionnelle.
- A l'époque cette solution laisse le monde scientifique plutôt perplexe et les relativistes bien embarrassés.

La métrique de Schwarzschild-4

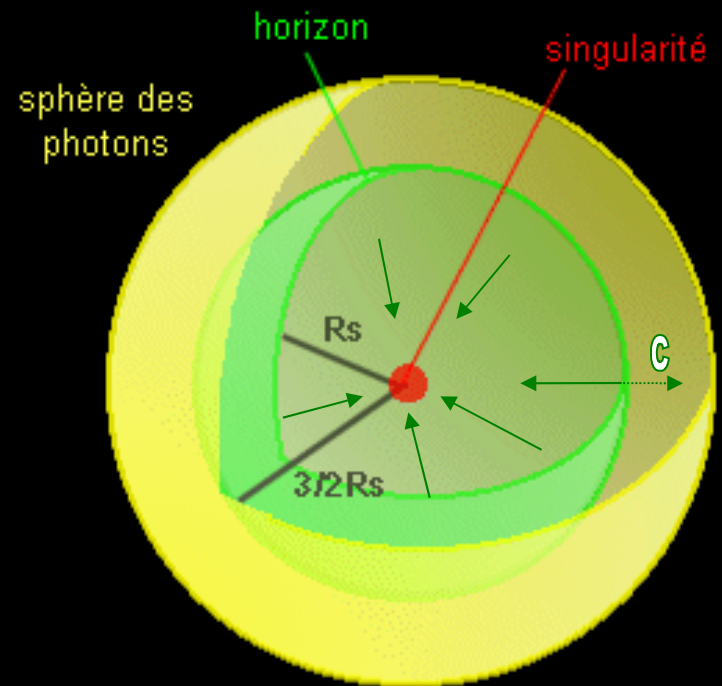
La **gravitation intense** provoque un **ralentissement** spectaculaire du **temps** (par rapport à celui d'un observateur lointain), jusqu'à son gel.

- De l'extérieur du TN, on ne voit **rien sous l'horizon**, dont l'étanchéité nous **protège** de la singularité (**censure cosmique**).
- Dans cette métrique, il y a des orbites **circulaires stables** à partir et au delà de **3 r_s** , des orbites circulaires **instables de 1,5 r_s à 3 r_s** .
- Il existe une orbite hautement instable pour les **photons à 1,5 r_s** (appelée sphère de photons).
- Les orbites **non circulaires** ne se referment pas (confirmation de **l'avance inexpliquée de 43 "** du périhélie de Mercure).

Trou Noir de Schwarzschild

Le trou noir statique est caractérisé par sa **masse**.
La sphère des photons est hautement **instable**. La
surface d'horizon caractérise l'**entropie** du TN. A
l'horizon le rôle du temps et de l'espace **s'inverse**. Sous
l'horizon l'espace n'est **plus statique**: Chute **inexorable**
vers la singularité.

L'horizon nous la cache
(**censure cosmique**) et
nous en **isole**. Rien de ce
qui se passe à l'intérieur
du trou Noir **n'a d'influence**
sur notre Univers. Pourquoi
s'y intéresser alors ?

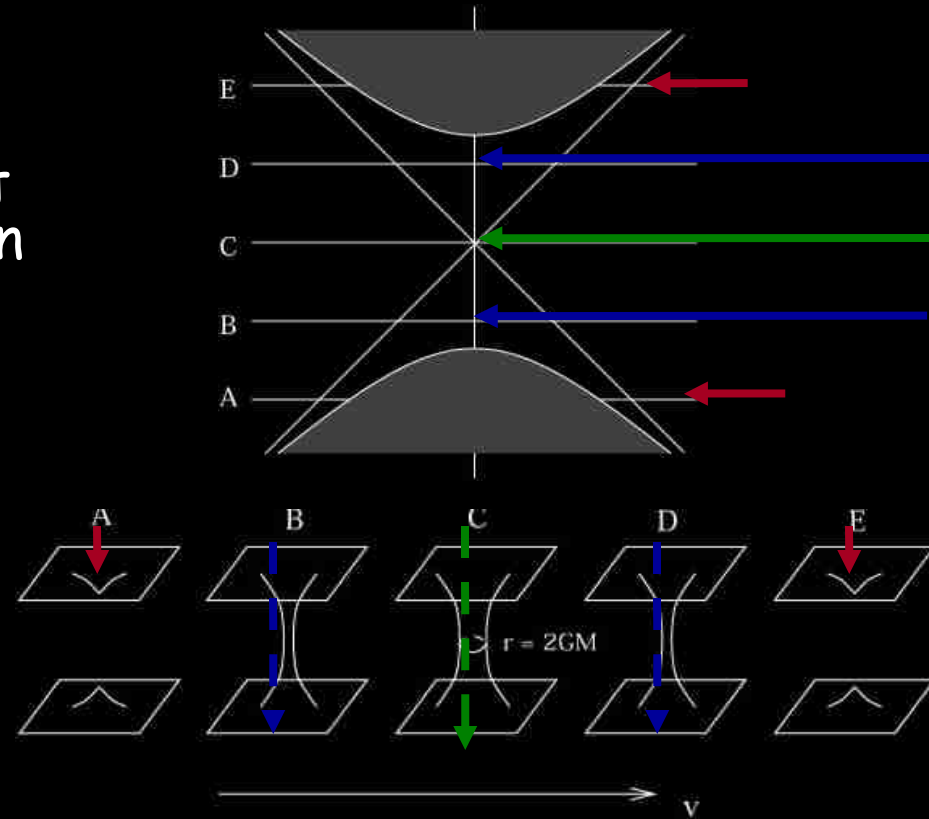


Trous de vers

La métrique de Schwarzschild prévoit des **structures spatio-temporelles instables** permettant de passer (par effet tunnel) d'un **point de l'univers vers un autre point** ou vers un autre univers via un trou noir:

Entrée par notre Univers, sortie côté symétrique (fontaine blanche: d'où jaillit ex nihilo de la matière) ailleurs.

Cette structure n'existe que pour les TN « **éternels** » au sens RG (formés au Big Bang).

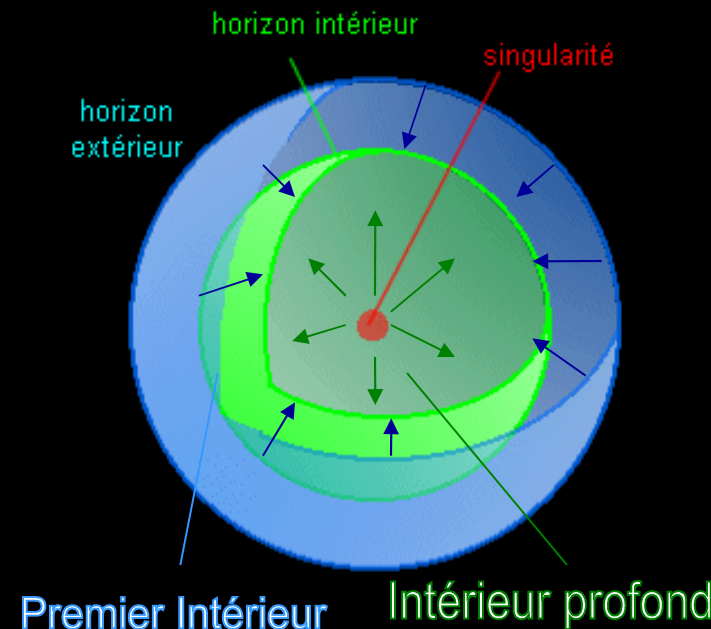


Le TN statique chargé

En 1918, Reissner et Nordström trouvèrent la solution d'une métrique à symétrie sphérique pour un corps statique chargé. La présence d'une charge électrique **modifie profondément** la structure du trou noir. En général*, **en plus de l'horizon externe, on a un horizon interne aux propriétés très différentes.**

- Dans ce cas, le rôle du temps et de l'espace va **s'inverser une seconde fois** sur l'horizon interne provoquant un « **blueshift** » « infini ». Ceci fait que si on franchit l'horizon externe, on est pas forcément voué à percuter la « singularité », la métrique devenant répulsive on peut déboucher, en général mal en point, vers un « **autre Univers** ».
- Ceci définit une nouvelle zone du TN « **L'intérieur profond** » où la physique sous l'**influence** de la **singularité**

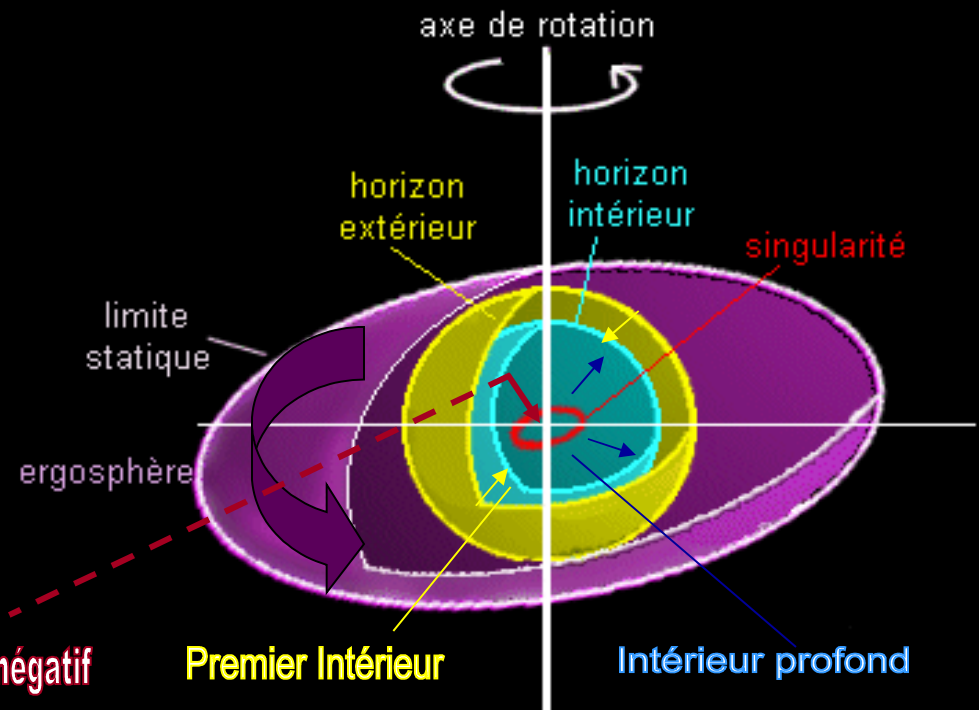
*(0 ou 1 (double) Horizon possible cas extrêmes)



Les TN de Kerr, Kerr Newman

Le TN de **Kerr** est un TN non chargé en « rotation », celui de **Kerr Newman** est en plus chargé. Considérons le TN de **Kerr**.

- En 1963, Kerr trouva la solution exacte pour une métrique à symétrie axiale. Dans le cas général, il a comme le TN chargé statique (similitudes), **deux horizons** (externe et interne).
- De plus, la singularité centrale est déformée en forme d'**anneau** que l'on peut en théorie traverser et qui en plus débouche sur un **autre univers** (Univers négatif) sans horizon, mais avec **boucles temporelles** près de l'anneau.



Le trou noir de Kerr

Par ailleurs, du fait de la « rotation » qui produit l'effet **Lense Thirring** (1918) d'entraînement du référentiel, la limite **statique** ne **coïncide plus** avec l'**horizon**.

- Nouvelle zone : **Ergosphère** à l'extérieur de l'horizon externe où **l'espace est entraîné** inexorablement par la « rotation », et dont on peut **extraire l'énergie** de « rotation » du TN, (maximum 29% cas TN extrémal).

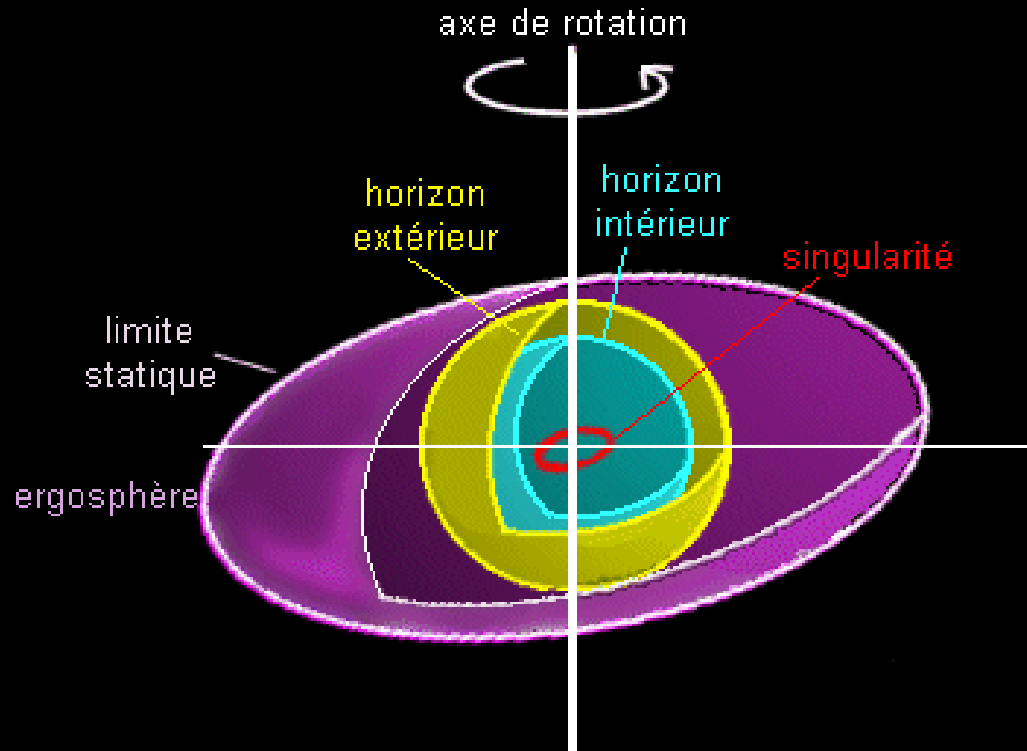
- La masse du TN se décompose ainsi en une **masse irréductible** et une masse qui peut être extraite via l'ergosphère.

- Superradiance

- Sphère des photons

dédoublée:

co-rotation et contre rotation

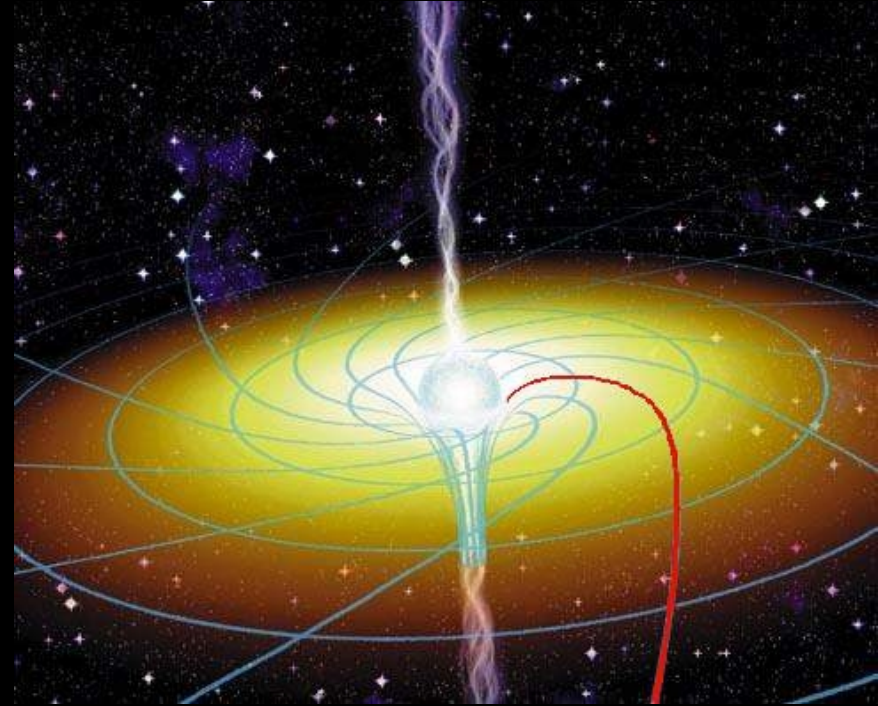


Autour des TN

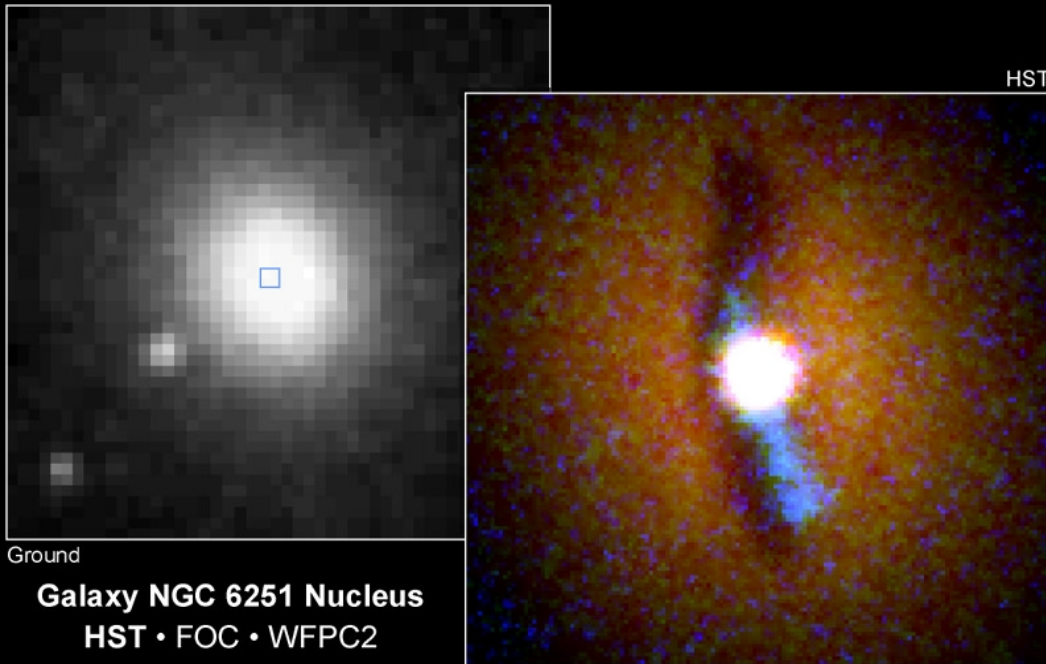
Disques d'**accrétion** : Le TN étant de très petite dimension, la **gravitation est très intense** à proximité immédiate.

Sur les orbites stables les plus proches, la vitesse de la matière peut atteindre **120 000 km/s**.

La matière s'échauffe par collision et donne naissance à des **phénomènes très énergétiques** (qui sont décelables par opposition au TN, qui est invisible)



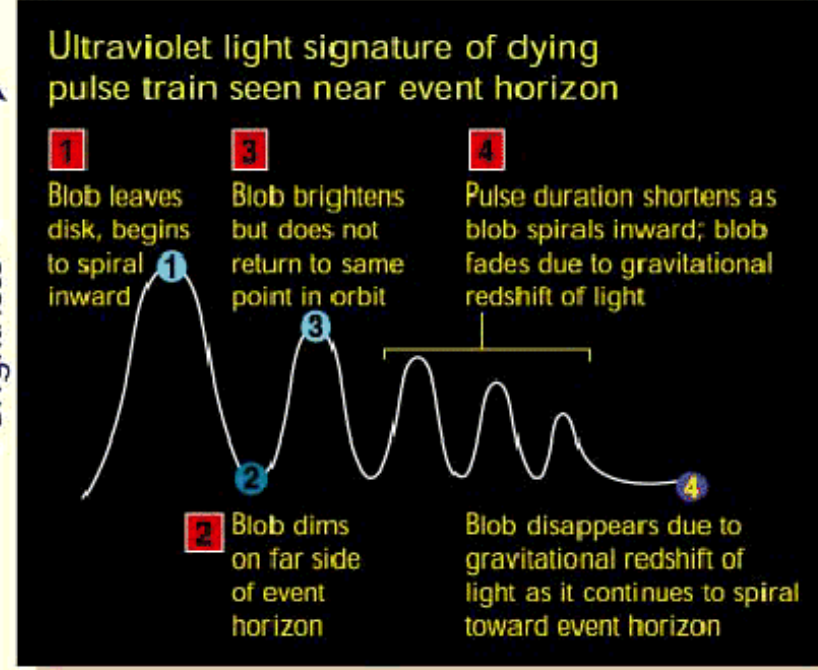
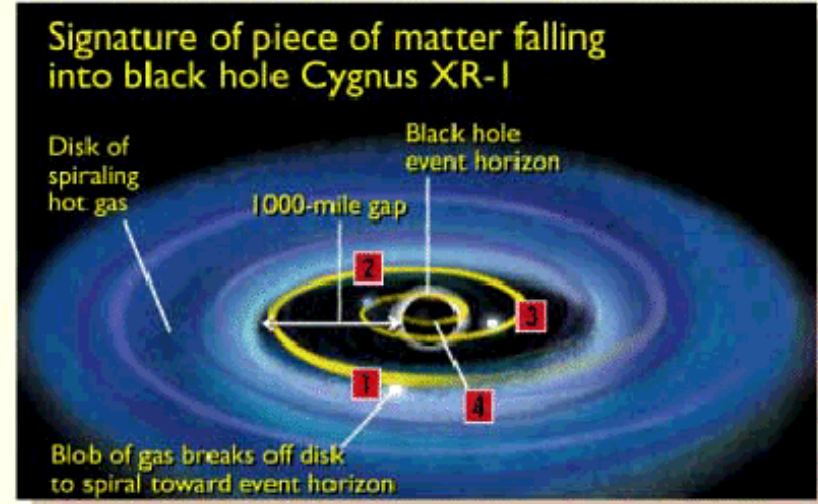
Autour des Trous Noirs



Galaxy NGC 6251 Nucleus
HST • FOC • WFPC2

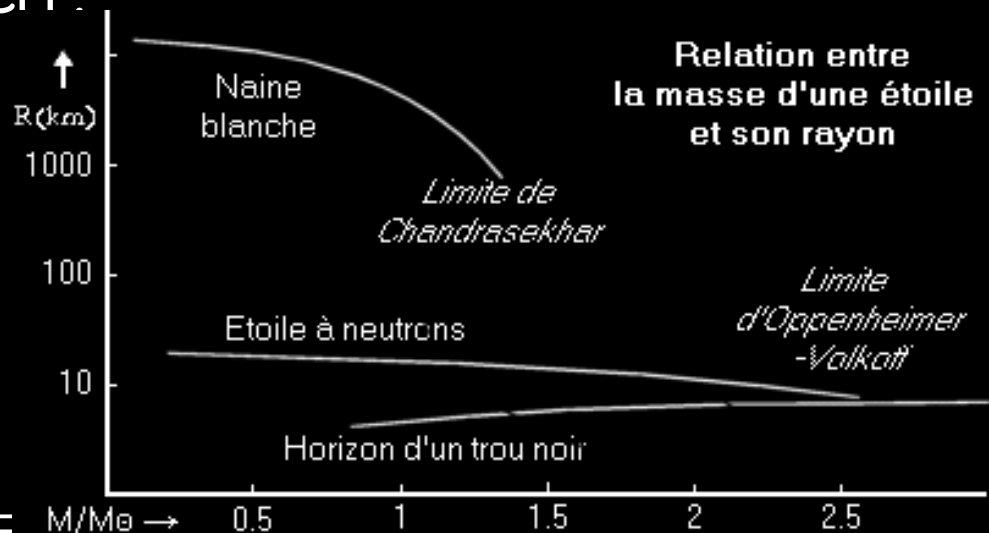
PRC97-28 • ST ScI OPO • September 10, 1997
P. Crane and J. Vernet (European Southern Observatory) and NASA

Trou noir vu de face



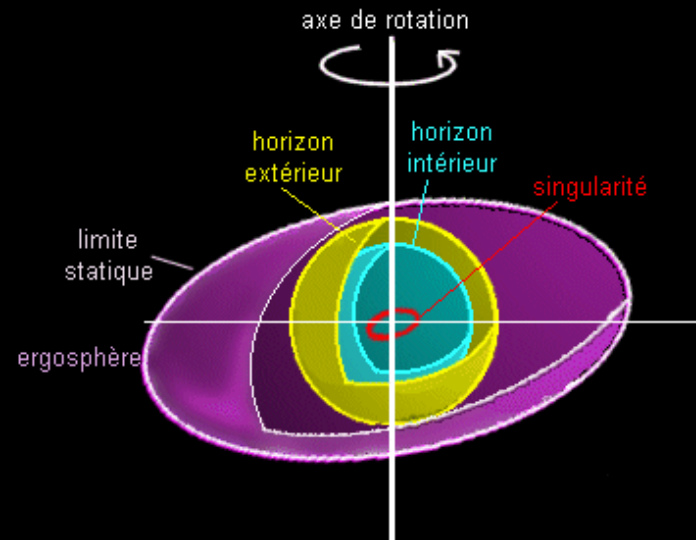
Formation des TN astrophysiques

Une étoile en fin de vie, entame un processus de contraction lorsque la **pression** des réactions nucléaires ne peut plus compenser la force de **gravitation**. Selon sa masse, cette contraction peut être stoppée (principe d'exclusion de Pauli) par la **pression de dégénérescence des électrons (naines blanches*)** par celle des **nucléons (étoiles à neutrons: Landau,1932)**. Quid des étoiles à « quarks » ? Mais si la masse est **supérieure à environ 2,5 masses Solaires**, aucun phénomène connu à ce jour n'est capable de **stopper l'effondrement**. On suppose qu' on obtient en général un **trou noir de Kerr**.



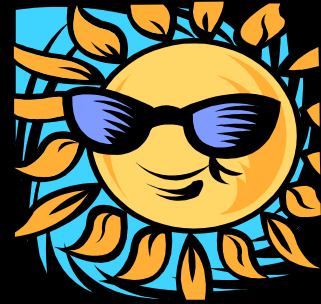
Formation trous noirs (réaliste)

- Effondrement « final » de l'étoile en quelques dizaines de ms de 10^4 km (taille d'une naine blanche) à 5 km, luminosité divisée par 10^{40} . L'étoile s'éteint.
- Formation des horizons (jamais fini), dû au redshift temporel. Rayonnement ou capture des « cheveux »
- Horizon de Cauchy instable: singularité « faible »
- Le rayonnement au niveau de l'horizon mettra un temps infini à nous parvenir !
- Point d'accumulation à l'horizon interne
- + Trous noirs primordiaux ?



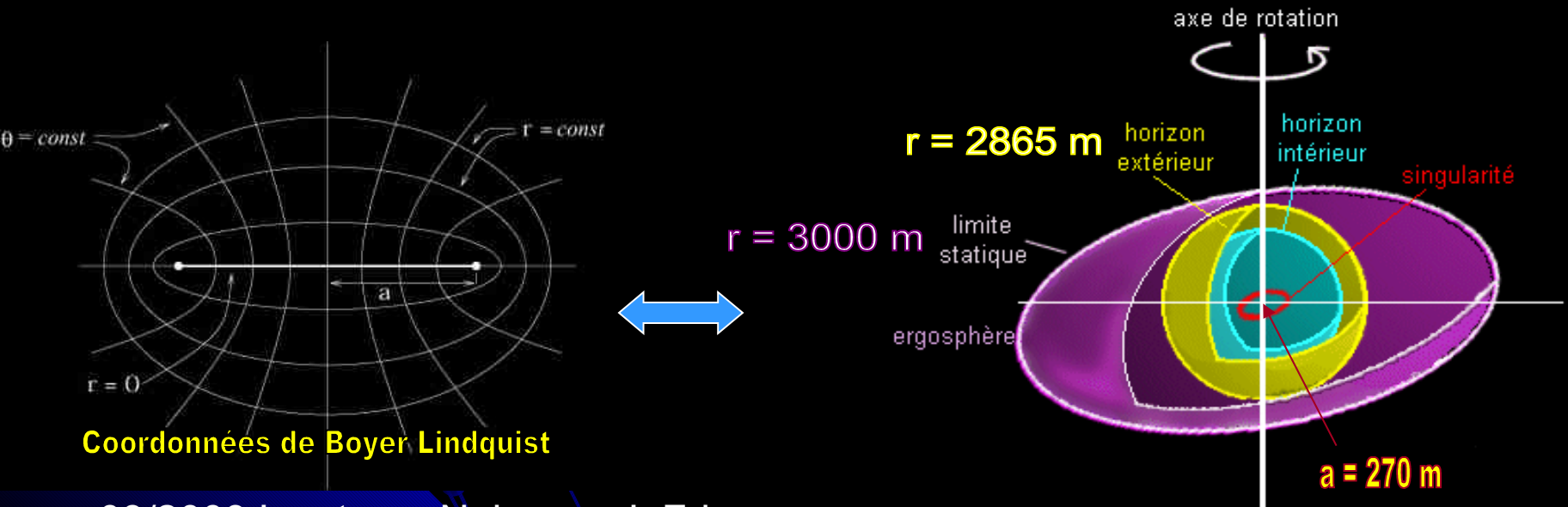
Si le Soleil devenait un Trou noir *

En conservant sa masse ($2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$) et son moment cinétique ($1,63 \cdot 10^{41} \text{ kgM}^2/\text{s}$), devient un TN de Kerr
Son rayon de serait de 3 km. Le paramètre $a = J/Mc$ de la singularité centrale en anneau $\sim 270 \text{ m}$



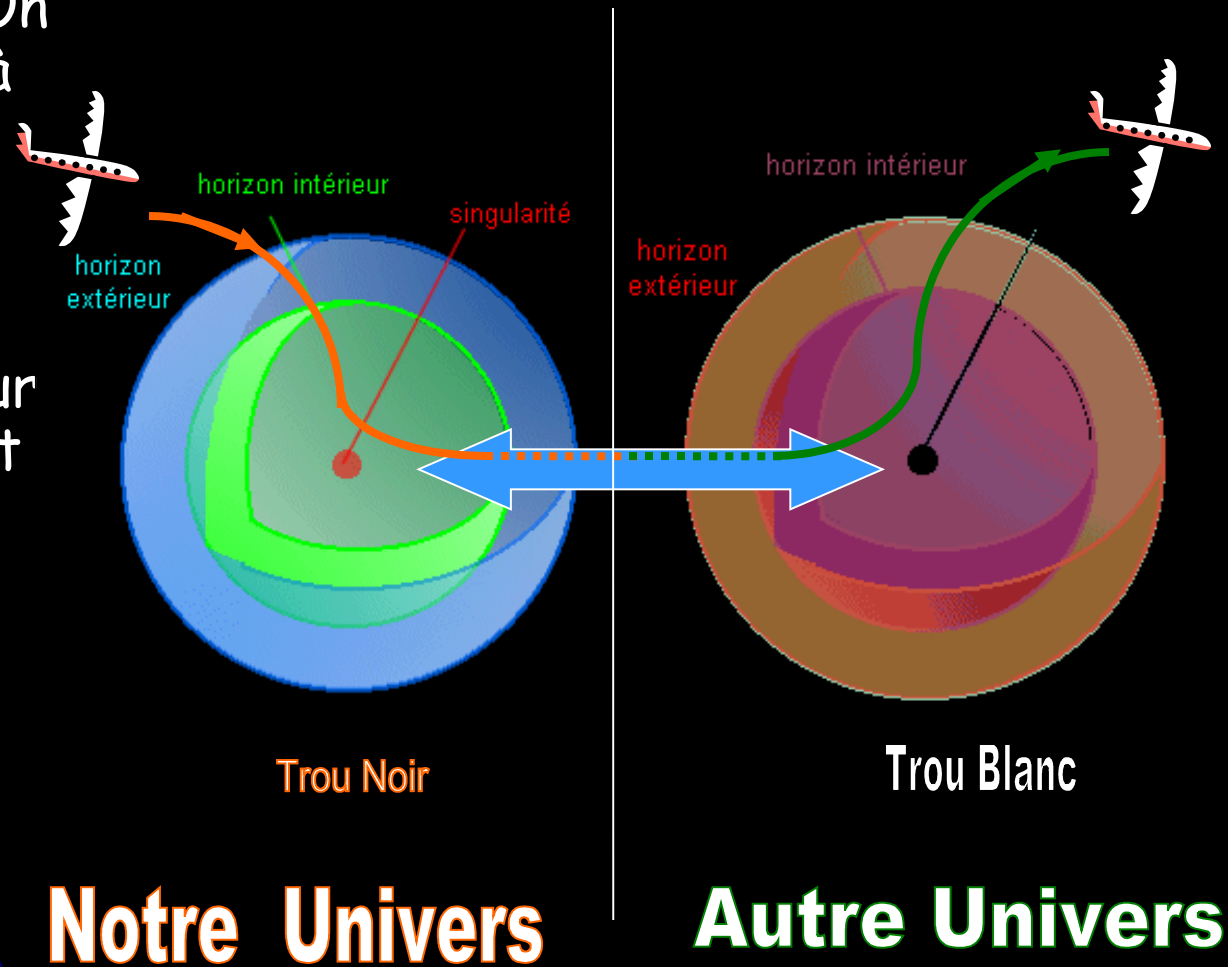
Un explorateur téméraire franchissant l'horizon, survivrait au maximum une dizaine de **microsecondes**.

Au niveau **gravitationnel rien ne changerait** pour les planètes, dont la Terre, mais il ferait noir et froid !!!



TN: Sas de connexion entre Univers?

En Fait les trous noir et blanc **coïncident**. On suppose qu'on **survit** à la traversée de l'horizon intérieur* Ceci permettrait des **voyages courts** entre régions éloignées. Pour le **retour**, c'est plutôt compromis car cela impliquerait des boucles temporelles.



Album trous noirs

Trou noir Super géant

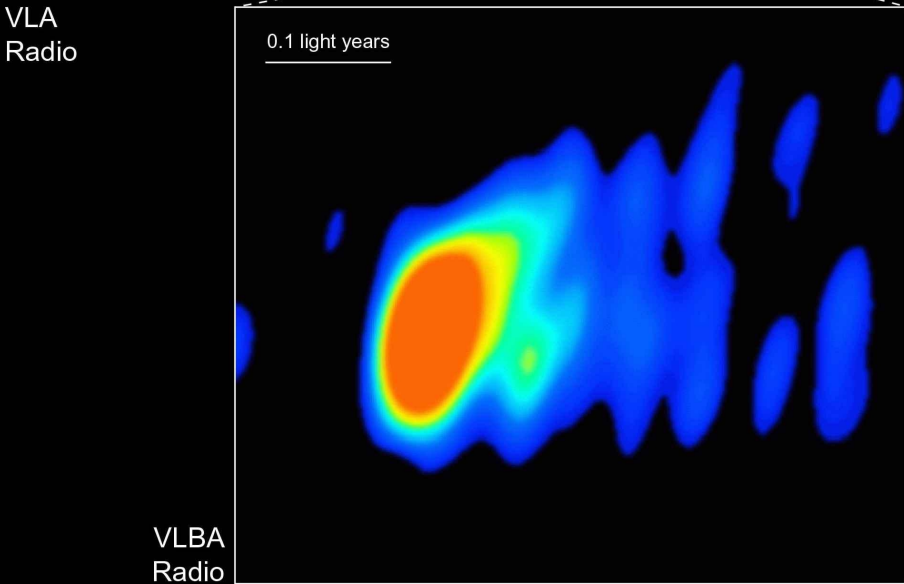
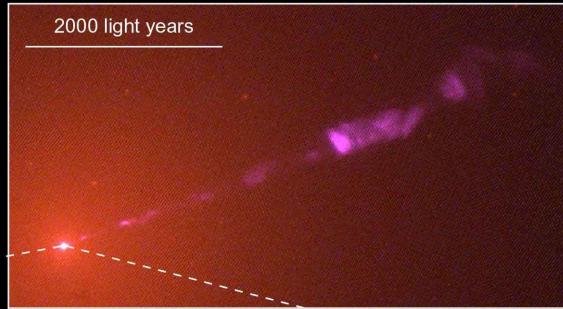
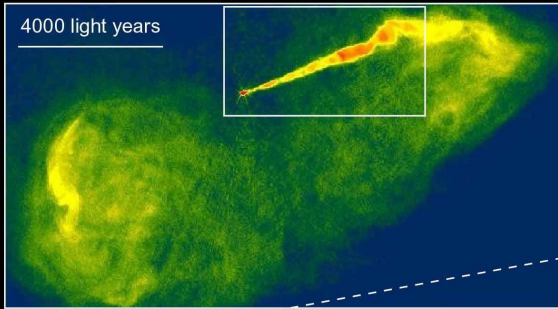
trou noir géant

trou noir moyen

Devinez ?

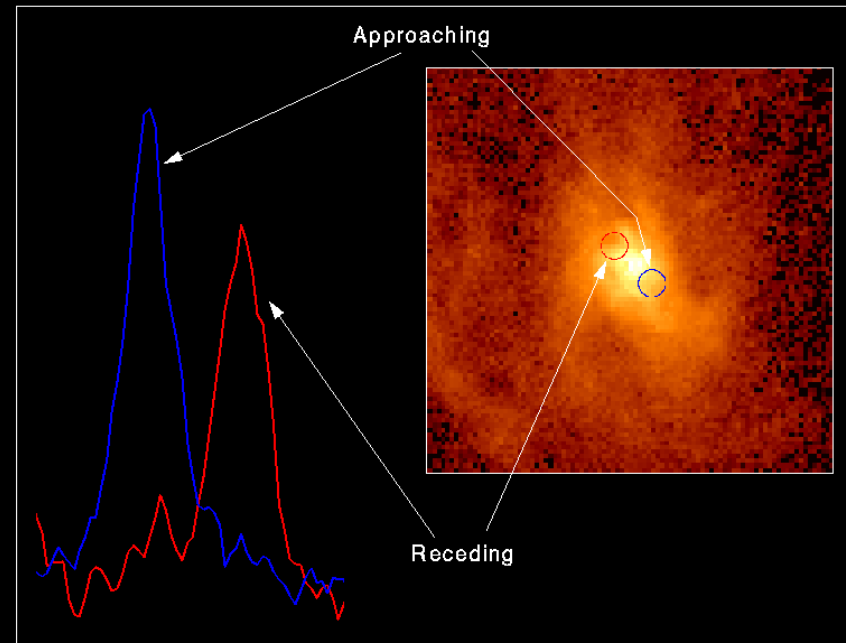
Album trous noirs

Galaxy M87



NASA, NRAO and J. Biretta (STScI) • STScI-PRC99-43

Spectrum of Gas Disk in Active Galaxy M87



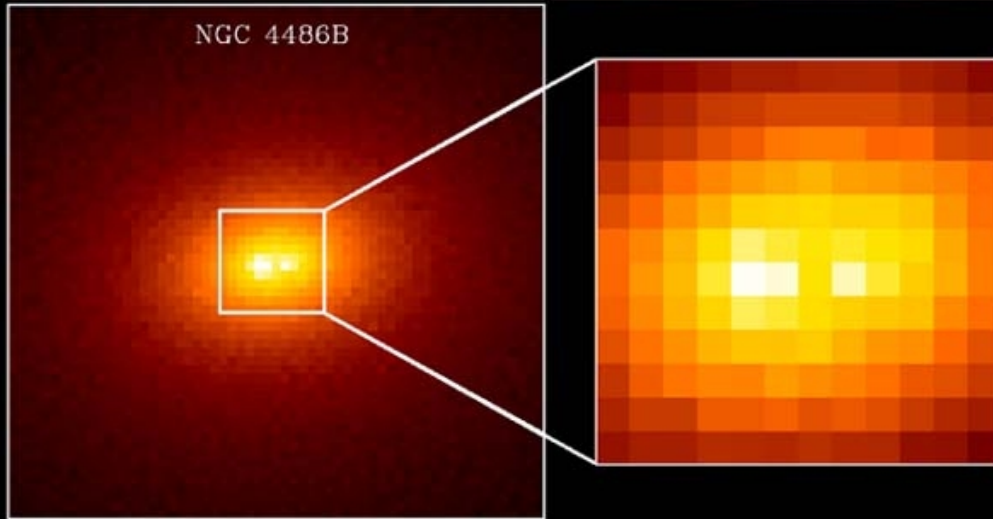
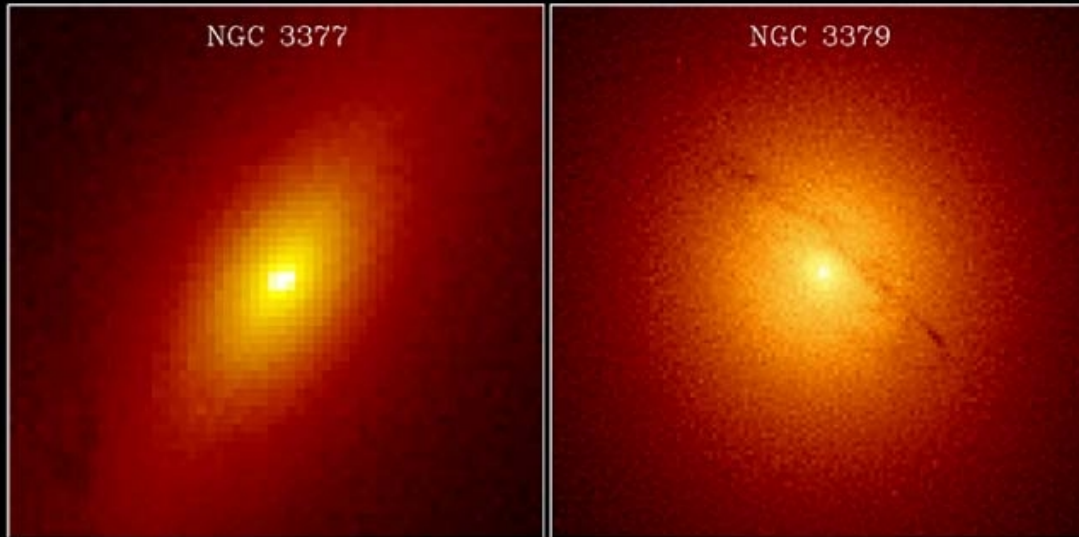
Hubble Space Telescope • Faint Object Spectrograph

Détails sur M87

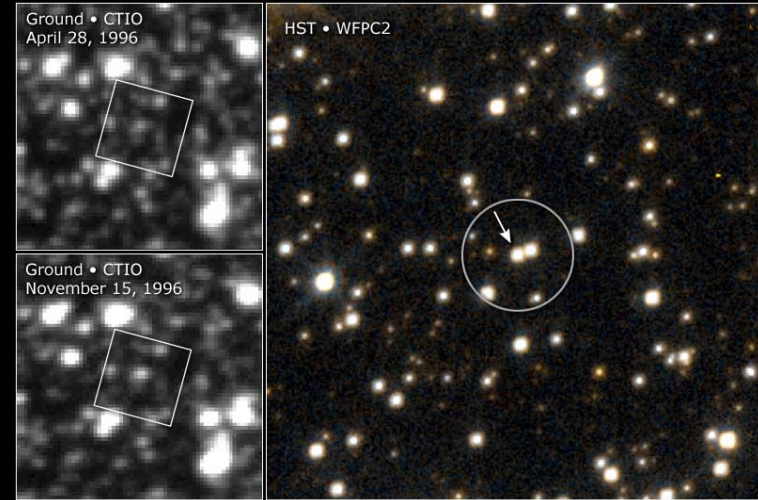
La région d'où part le jet de matière a été identifiée, et devrait correspondre à un trou noir de 3 milliards de Masses solaires

03/2003 Les trous Noirs par J. Fric

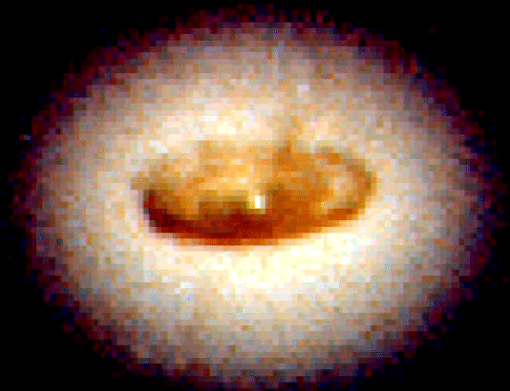
Album Trous Noirs



Galaxies Possibly Containing Black Holes HST • WFPC2
 PRC97-01 • ST ScI OPO • January 13, 1997 • K. Gebhardt (U. MI), T. Lauer (NOAO) and NASA



Microlens Event MACHO-96-BLG-5 HST • WFPC2
 NASA and D. Bennett (Notre Dame University) • STSci-PRC00-03



Core of Galaxy NGC4261 HST • WFPC2
 PRC95-47 • ST ScI OPO • December 4, 1995
 H. Ford and L. Ferrarese (JHU), NASA

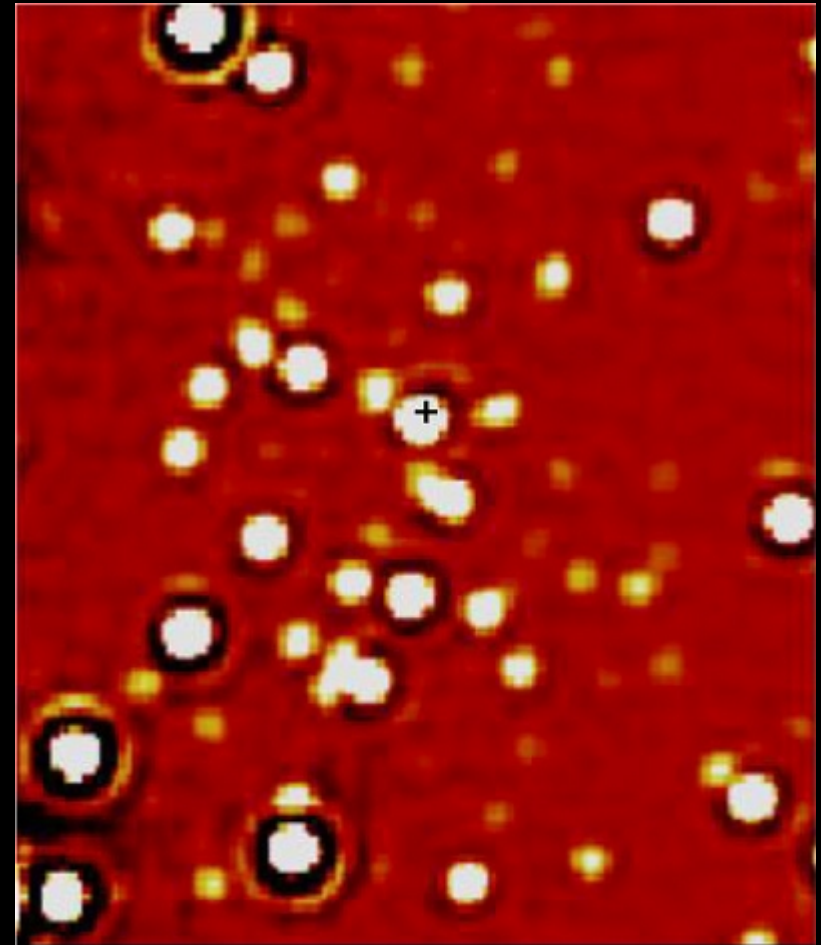
Album Trous Noirs



The Centre of the Milky Way
(VLT YEPUN + NACO)

ESO PR Photo 23a/02 (9 October 2002)

©European Southern Observatory



The Centre of the Milky Way (detail)
(VLT YEPUN + NACO)

ESO PR Photo 23b/02 (9 October 2002)

©European Southern Observatory



Album Trous Noirs

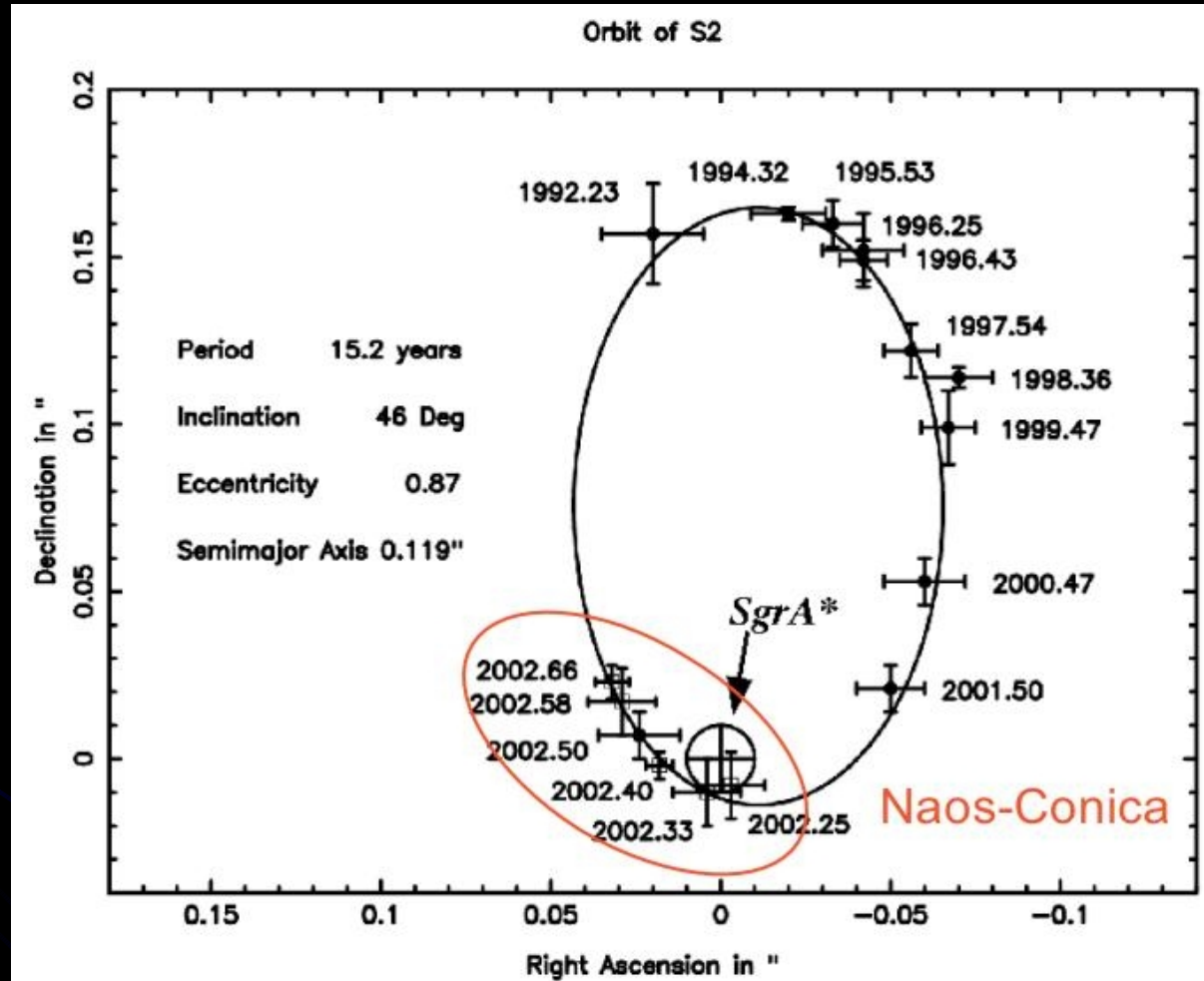


Figure 2. Orbite de l'étoile S2 (ellipse en noir) autour du centre Galactique, c'est-à-dire de Sagittarius A (cercle en noir). La partie entourée de rouge est celle obtenue à partir des observations NAOS/CONICA.*

Trou noir sur fond d'étoiles

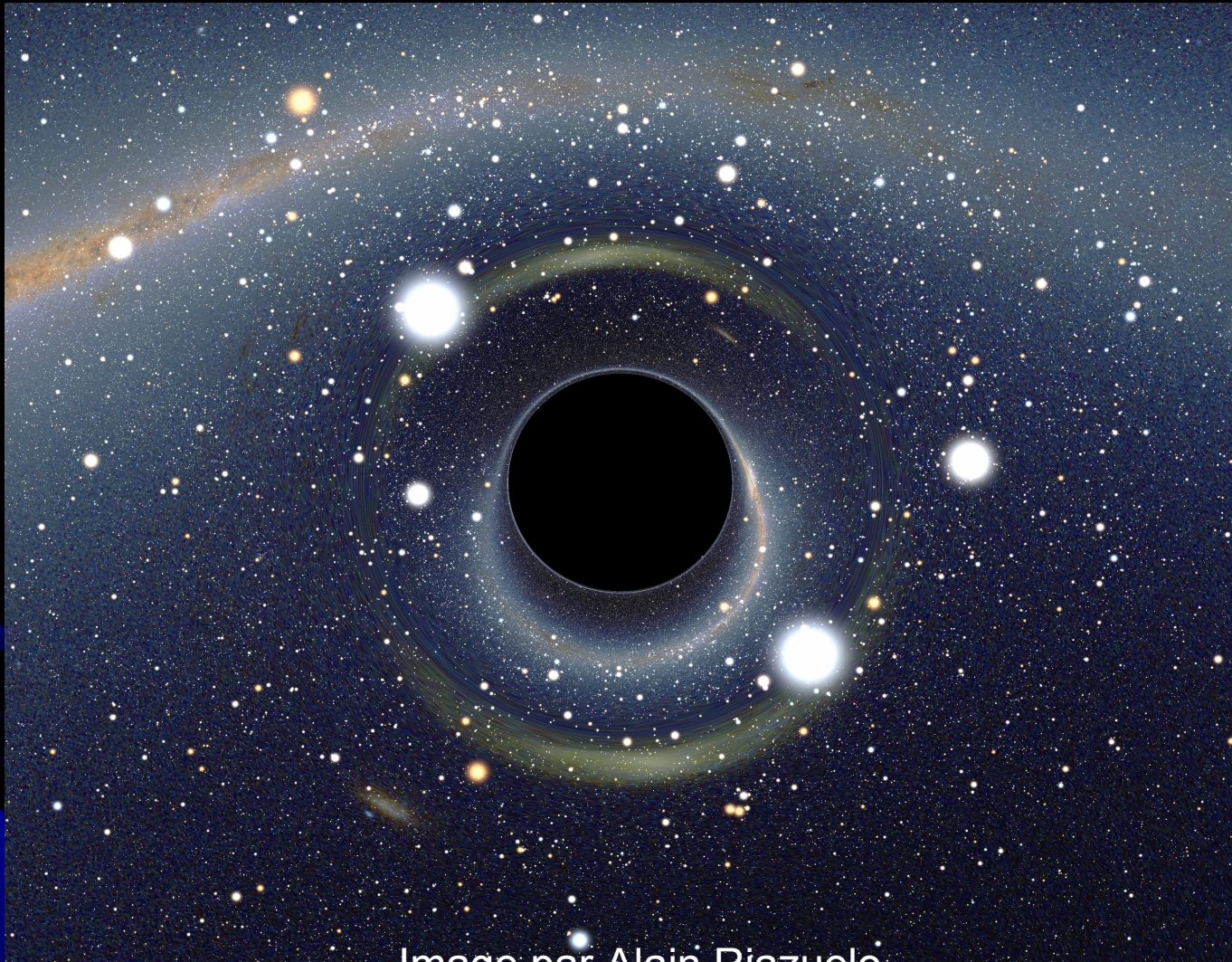


Image par Alain Riazuelo.

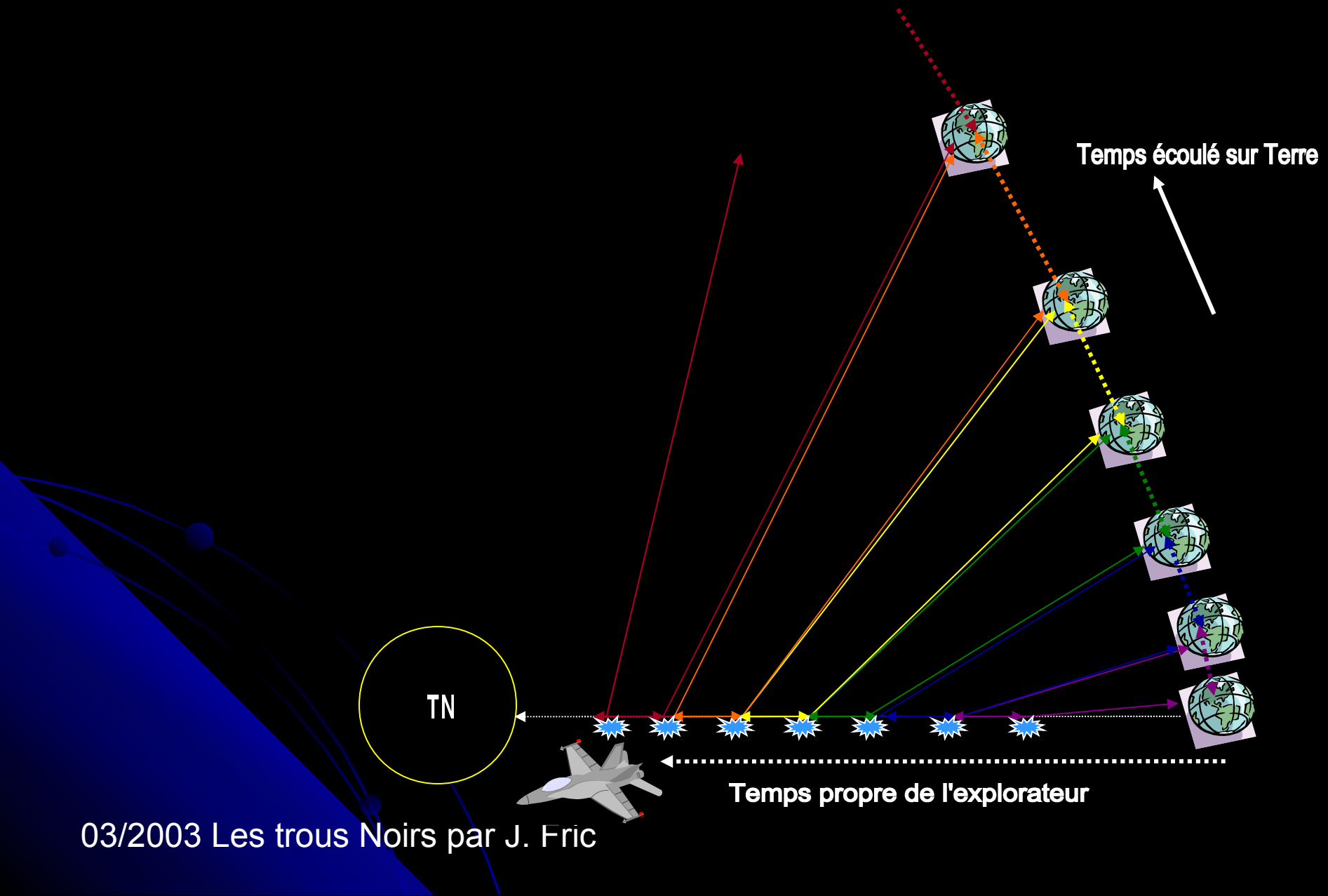
En chute libre vers un TN Statique

Un observateur à **bonne distance** du TN ne verra **jamais** un explorateur qui tombe **en chute libre** radiale vers un TN, franchir l'horizon externe.

Si l'explorateur envoie des **signaux régulièrement** espacés selon son temps propre, l'observateur distant les recevra **de plus en plus espacés** au fur et à mesure que l'explorateur approche du TN.

- Pendant longtemps (la solution n'a été démontrée par Robertson qu'en 1938), on ne savait pas si l'explorateur **franchirait l'horizon**.
- En fait l'explorateur **franchit** l'horizon (**pas de singularité** de métrique), mais des effets de marée: $10^{12}g$ à l'Horizon d'un TN de $r_s = 5\text{km}$, $10^{-7}g$ à l'horizon d'un TN de $5 \cdot 10^9 \text{ km}$).

En chute libre vers un TN Statique



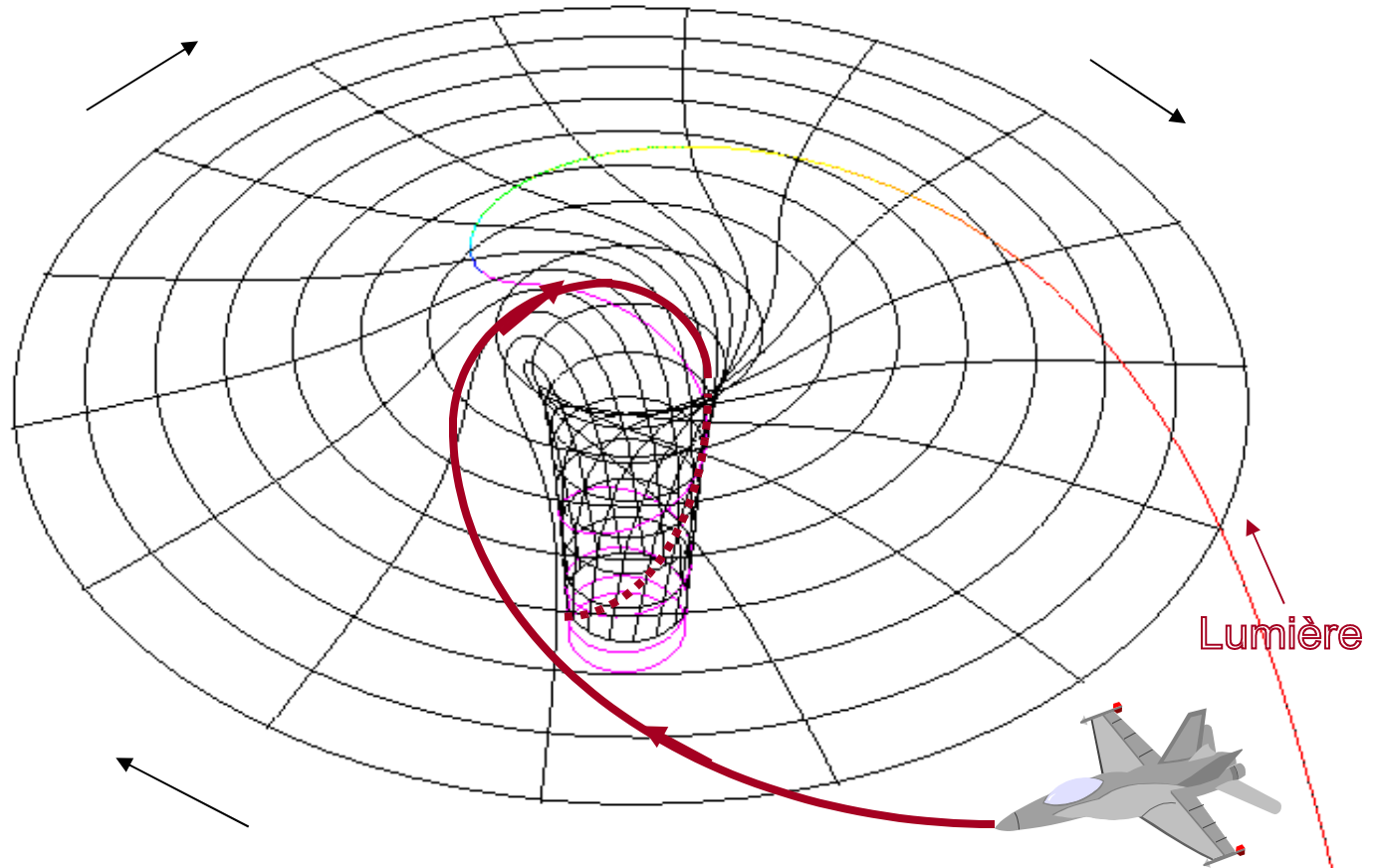
Chute libre vers un TN de Kerr: pôles

On franchit **directement l'horizon** externe.

- On franchit **l'horizon interne** : **blueshift** « infini » de toutes les radiations, en un instant, **toute l'histoire de l'Univers**, telle que vue du TN nous apparaît (film en accéléré), si on survit aux rayonnements très « durs »
- Ce qui reste de nous et du vaisseau peut alors:
- Soit **re-traverser l'horizon interne**, aller vers l'horizon externe (le temps est inversé) pour être « **expulsé** » **via un « trou blanc » vers un autre Univers.**
- Soit, si on a pris de l'élan, car la singularité devient répulsive, **passer à travers la singularité**, faire accessoirement l'expérience de boucles temporelles et découvrir un autre univers.

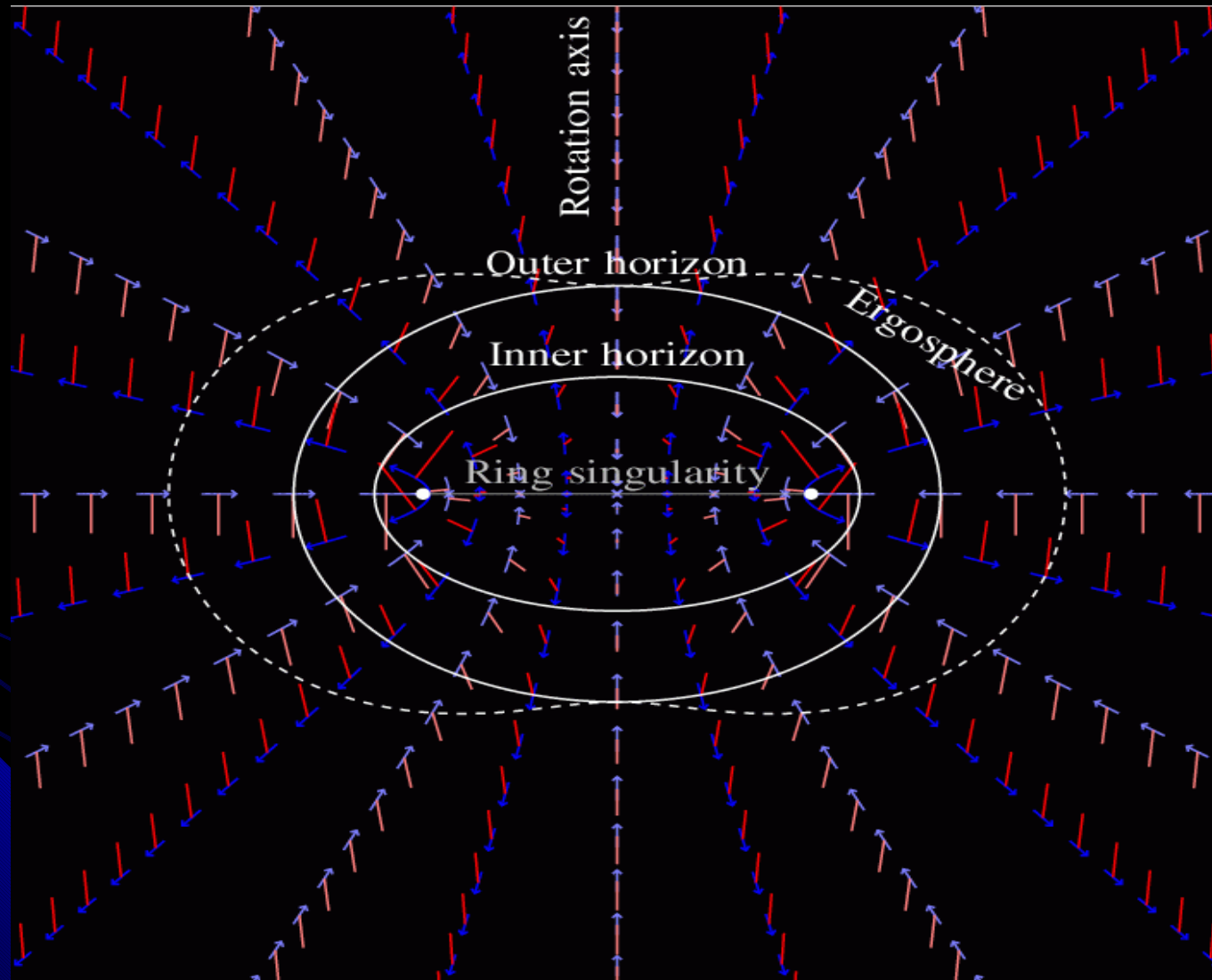
Chute libre vers un TN de Kerr

Approche par l'équateur: On tourne!



Trou noir de Kerr Extrémal

TN de Kerr



TN de Kerr

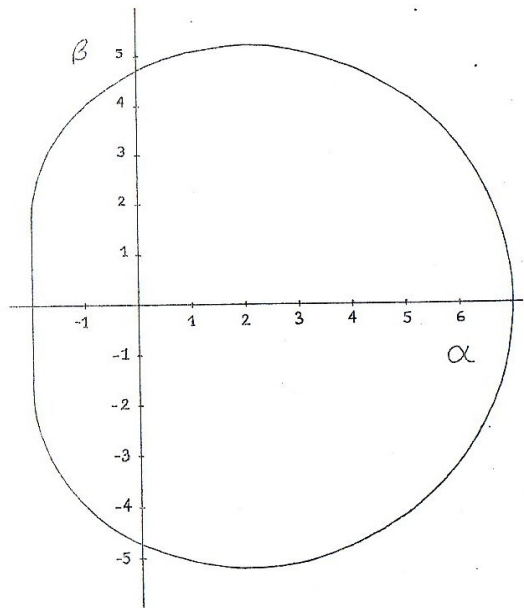
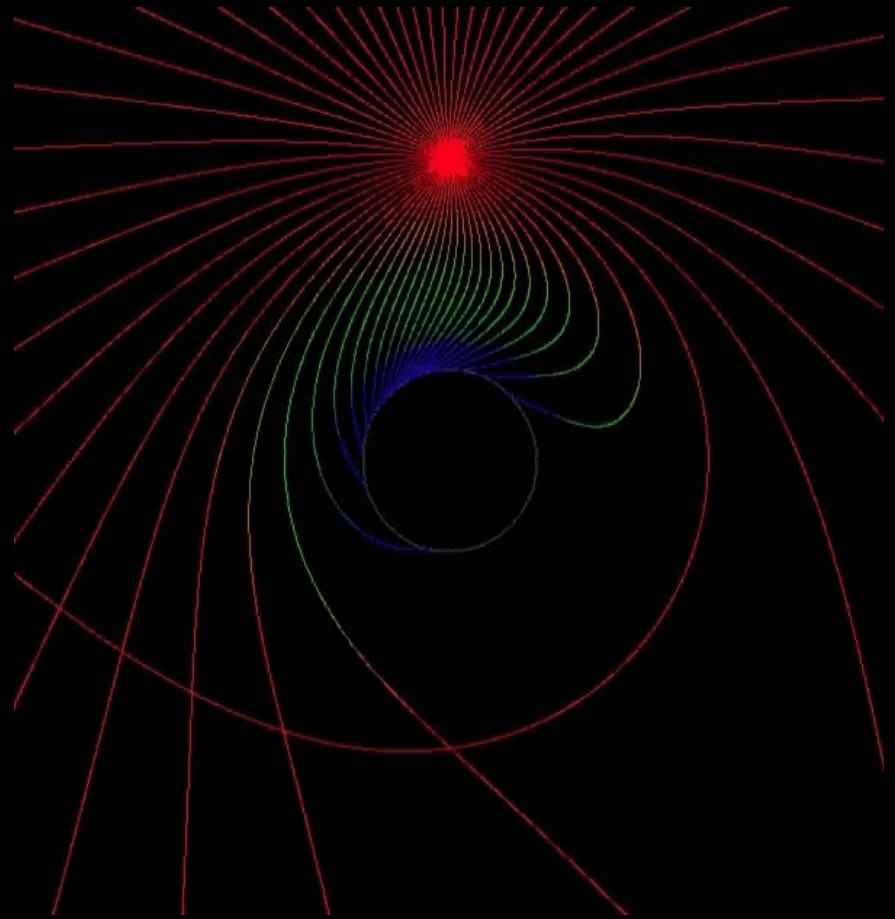


Figure 6. The apparent shape of an extreme ($a = m$) Kerr black hole as seen by a distant observer in the equatorial plane, if the black hole is in front of a source of illumination with an angular size larger than that of the black hole.



L'évaporation des Trous Noirs-1

Ceci est valable pour **tous les TN**, nous allons traiter le cas des TN de Schwarzschild.

- Historiquement c'est Bekenstein qui a eu le premier l'idée que les TN pouvaient se comporter comme d'honnêtes **Corps Noirs**.
Cela chagrina S. Hawking qui en voulant prouver le contraire confirma l'hypothèse (par un raisonnement de **MQ en espace courbe**)
- Par contre la température « équivalente » est d'autant plus basse que la masse est importante :
 $T = 10^{-7} (M_s/M)^\circ K$.
Leur durée de vie $D = 10^{10} (M/10^{15}g)^3$, en années

L'évaporation des Trous Noirs-2

Ainsi un mini trou noir de **1 milliard de tonnes** (< taille d'un proton) est à une température de 10^{11} °K et émet en moyenne **10 Gigawatts** (la puissance de quelques centrales nucléaires) pendant **10 milliards d'années!**
Domestiqués, ces TN sont les réservoirs d'énergie libre les plus importants de l'Univers

- Le formidable gradient gravitationnel de ces mini trous noirs « **déchire** » le vide quantique et lui fait **générer** « **ex nihilo** » des particules de plus en plus lourdes au fur et à mesure de son évaporation.

Cela pourrait expliquer comment la gravitation énorme du Big Bang a pu **générer toutes les particules** de l'Univers à partir de « rien » (S. Hawking)

Trous noirs et thermodynamique classique (Hors effets quantiques)

- A une **température** constante à l'équilibre thermique, correspond une **gravité de surface** constante du TN
- A la deuxième loi de la thermodynamique (l'**entropie** ne peut que croître), correspond le fait que **l'horizon du TN** ne peut que croître. Par exemple l'Entropie d'un TN de 10 Ms (Horizon de 11 000 km²) atteint 10⁷⁹
- A l'impossibilité d'atteindre le **zéro absolu** , correspond une **gravité de surface qui ne peut être nulle**, ce qui correspondrait à des trous noirs extrémaux soit de Kerr soit de Reissner Nordström, qui laisseraient apparaître des **singularités nues**.

La perte d'information des TN, le théorème de singularité

Lors de la **formation** d'un TN par effondrement gravitationnel, toute l'information relative aux particules qui composaient l'étoile est « **perdue** ». Seuls subsistent les paramètres de masse, de moment cinétique et de charge électrique :

Les « Trous Noirs n'ont pas de cheveux »

- Le théorème de **singularité** (Hawking-Penrose) stipule que toute métrique décrivant un Univers d'énergie positive (condition d'énergie faible) **doit nécessairement présenter des singularités** (géodésiques incomplètes).

Les trous noirs existent-ils –1 ?

Une théorie est **applicable** en physique si ses **hypothèses** sont à peu près physiquement **satisfaites**. Il faut connaître la **sensibilité** à l'écart par rapport aux hypothèses. Par exemple, les métriques sont valables dans le vide, quelle influence a la matière? On sent bien que cela va dépendre du rapport des masses entre le TN et cette matière. De plus si la **symétrie** reste respectée, l'effet est quasi insensible. Par contre la métrique est très **sensible à la symétrie** pour la formation de l'horizon intérieur de Cauchy (hautement instable) par exemple.

- Simulations et **calculs numériques** permettent de conforter ces hypothèses. En RG, les lois relèvent d'un **principe extrémal**, garantie de stabilité.

Les trous noirs existent-ils –2 ?

Les Trous noirs étant de plus **non visibles** par principe, et détectables que par leurs effets gravitationnels, directs et induits, cela complique les choses.

Aujourd'hui, on a une **quasi certitude** de leur Existence
Bon nombre d'objets ont été identifiés à des TN, de toutes masses par ailleurs.

Trous noirs **super-géants** de l'ordre du milliard de masse solaires (M87).

• Trous noirs **géants** du million de masses Solaires (centre Voie Lactée)

Moyens, Stellaires, mini- trous Noirs?

A 1: Approche radiale vers l'horizon (TN Schwarzschild)

Pour la lumière, appliquons la métrique :

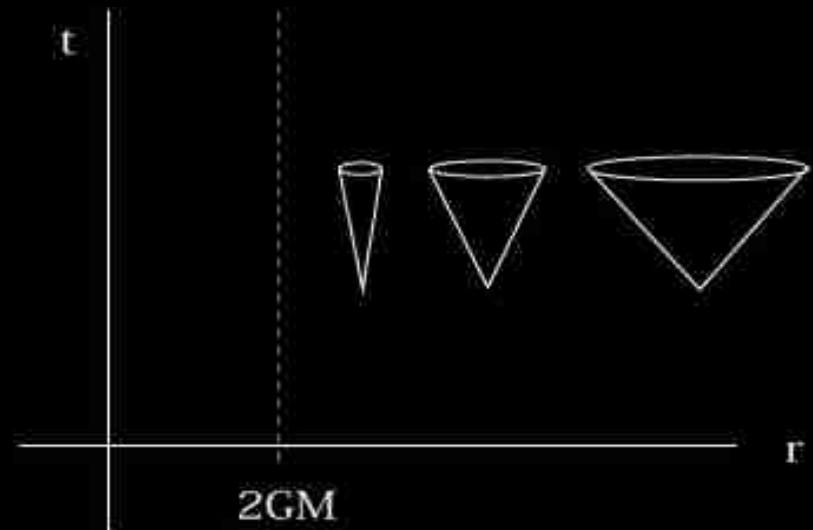
$$ds^2 = (1-2GM/r).dt^2 - (1-2GM/r)^{-1}.dr^2 - r^2 . d\Omega^2$$

Sur une trajectoire radiale, ($d\theta = d\varphi = 0 \rightarrow d\Omega^2 = 0$) cela donne: $ds^2 = 0 = (1-2GM/r)dt^2 - (1-2GM/r)^{-1}dr^2$, d'où :

$$dt/dr = \pm(1-2GM/r)^{-1/2}$$

dt/dr devient infini pour $r = r_s = 2GM$.

A l'approche de l'horizon le cône de lumière se ferme de plus en plus.



A 2: Approche radiale vers l'horizon (TN Schwarzschild)

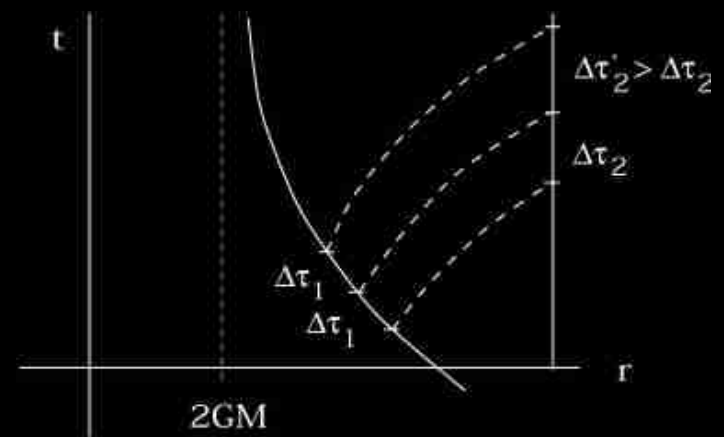
Calculons les temps propres à des distances fixes, $r = r_1$ et $r = r_2$ ($dr = 0$). La métrique dit:

$$d\tau_1^2 = (1-2GM/r_1).dt^2, \quad d\tau_2^2 = (1-2GM/r_2).dt^2,$$

Cela donne un rapport de temps propres entre un observateur 1 (r_1) lointain, et un observateur 2 (r_2) près de l'horizon, qui vaut:

$[(1-2GM/r_1)/(1-2GM/r_2)]^{1/2}$
l'infini quand r_2 tend vers r_s ($2GM$).

$d\tau_1/d\tau_2 =$
qui tend vers



A3: Espace en mouvement (sur une radiale): TN de Schwarzschild

$$ds^2 = (1-rs/r).dt^2 - (1-rs/r)^{-1}.dr^2 - r^2.d\Omega^2, \text{ avec } d\Omega^2 = 0$$

Pour $r > rs$ ($rs = 2GM$), la métrique peut s'écrire :

$$ds^2 = d\tau^2 = |1-rs/r|.dt^2 - |(1-rs/r)^{-1}|.dr^2,$$

On voit qu'il est **possible d'être immobile** ($dr^2=0$) en respectant la contrainte de temps propre toujours positif.

- Pour $r < rs$ ($rs = 2GM$), la métrique peut s'écrire:

$$d\tau^2 = -|1-rs/r|.dt^2 + |(1-rs/r)^{-1}|.dr^2,$$

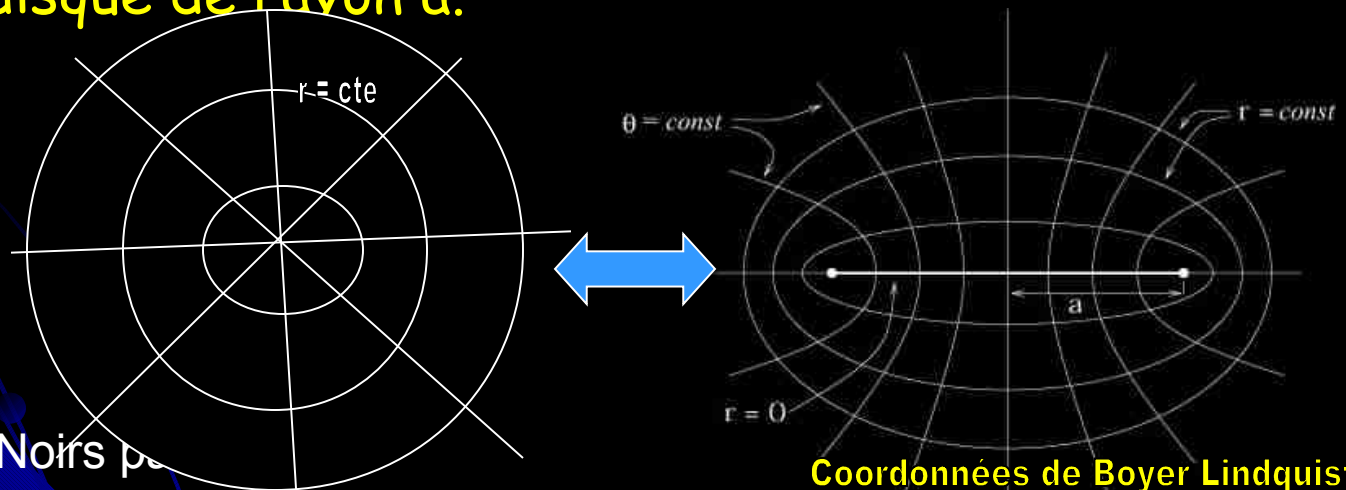
On voit qu'il **est impossible d'être immobile** ($dr^2=0$) en respectant la contrainte de temps propre toujours positif (t serait imaginaire).

B1: Trou Noir de Kerr

$$ds^2 = dt^2 - (\rho^2 / \Delta) dr^2 - \rho^2 d\theta^2 - (r^2 + a^2) \sin^2 \theta d\varphi^2 - (2GMr / \rho^2) (a \sin^2 \theta d\varphi - dt)^2$$

Avec $\Delta(r) = r^2 - 2GM.r + a^2$, $\rho^2(r, \theta) = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$, $a = J/M$
(moment cinétique par unité de masse)

- On voit que cette métrique n'est plus « orthogonale » (produits croisés $dt.d\varphi$), ceci indique que le vecteur de Killing de type temps, n'est plus orthogonal aux hyper-surfaces de type espace. La métrique n'est pas statique, mais stationnaire. La rotation transforme la métrique à symétrie sphérique en métrique à symétrie « ellipsoïdale ». En particulier le point central $r = 0$ est déformé en un disque de rayon a .



B2-Trou noir de KERR

$$ds^2 = dt^2 - (\rho^2 / \Delta).dr^2 - \rho^2 .d\theta^2 - (r^2 + a^2). \sin^2 \theta .d\varphi^2 - (2GMr/\rho^2 (a \sin^2 \theta .d\varphi - dt))^2$$

On voit que la **singularité** de courbure n'intervient **pas** à $r = 0$, mais à $\rho = 0$ et comme $\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$ est la somme de 2 quantités positives, on doit avoir **simultanément** $r=0, \theta=\pi/2$, ceci peut paraître **étrange** mais $r=0$, n'est **pas un point** dans l'espace, mais un **disque**. L'ensemble des points $r=0, \theta=\pi/2$ est un **anneau** à la périphérie du disque.

On peut avoir deux racines, 1 double ou zéro selon les paramètres. Les horizons sont donnés par les solutions de l'équation du second degré en « r » $\Delta = 0$

- Le vecteur de Killing K^μ de type temps délimitant la **staticité** de l'espace, a un produit scalaire: $K^\mu K_\mu = -(1/\rho^2)(\Delta - a^2 \sin^2 \theta)$

B3: Trou Noir de Kerr

Pour $\Delta = 0$ (sur les horizons), il vaut $a^2 \sin^2 \theta / \rho^2 > 0$.
Il ne s'annule pas sur ces surfaces (sauf aux pôles). Il définit une autre surface : L'**ergosphère** d'Horizon r défini par: $(r - GM)^2 = G^2 M^2 - a^2 \cos^2 \theta$

- **Le trou noir de Kerr comme machine Temporelle !**
Boucles temporelles: Si on passe à travers l'anneau de l'autre côté $r < 0$. Considérons des trajectoires qui tournent selon la coordonnée φ , à θ , r et t constants, alors le calcul du ds^2 selon [1] le long d'un tel chemin vaut: $ds^2 = -a^2 (r^2/a^2 + 1 + 2GM/r) d\varphi^2$, ($\theta = \pi/2$ ici)
- **Ceci peut être > 0 pour r petit < 0** . Pour φ variant de 0 à 2π ce sont des **chemins fermés**. Ce sont évidemment des **boucles temporelles** puisqu'on se retrouve aux **mêmes coordonnées** ($\varphi = \varphi + 2\pi$, θ , r et t) après avoir vécu un temps propre $\tau > 0$!!!!

Conclusion

L'application de la Relativité Générale fait apparaître ces objets **étranges**, les Trous Noirs, que les dernières observations rendent de plus en plus **plausibles**.

- Résultat d'une action **cataclysmique de la gravitation**, ces objets dont la nature pourra être mieux cernée par une théorie de gravitation quantique, pourraient bien être au cœur, des mystères les plus profonds de l'Univers et de sa genèse (Genèse des particules, Formation des Galaxies, Connexion entre Univers...). Ils sont à ce titre l'objet de recherches intenses.
- En attendant, ils montrent comment nos **concepts de temps, d'espace et de matière peuvent être malmenés dans le contexte de ces conditions extrêmes.**

Références

Images représentant des « écorchés » de TN, statique, statique chargé, de Kerr, les diagrammes relation masse/ taille, autour d'un TN (photo), de Penrose pour TN de Kerr, les schémas et photos « à quoi ressemble un trou noir » sont empruntés à: <http://nrumiano.free.fr> .

Portrait Schwarzschild à <http://cdfinfo.in2p3.fr> .

Malströms. http://www.astro.ku.dk/~cramer/RelViz/text/geom_web/geom_web.html

Les trous noirs (cours 2001). M. Froissart.

<http://cdfinfo.in2p3.fr/~froissart/cours01/cours01.html>

Références mathématiques et autres dessins empruntés à Sean Carroll: Lecture notes on general Relativity: <http://pancake.uchicago.edu/~carroll/notes/> Traduction du document précédent (J. Fric): Métrique de Schwarzschild et Trous noirs , Rayonnement de Hawking, Comment la gravitation s'échappe des trous noirs.

Autres références: Luc Blanchet*: Introduction à la Relativité Générale (chapitres 10 et 11 en particulier), Alain Riazuelo conférence à la SAF.

* références des sites sur notre site