



les trous noirs d' HAWKING

bernard.lelard@gmail.com

commission cosmologie de la SAF

26 mai 2007

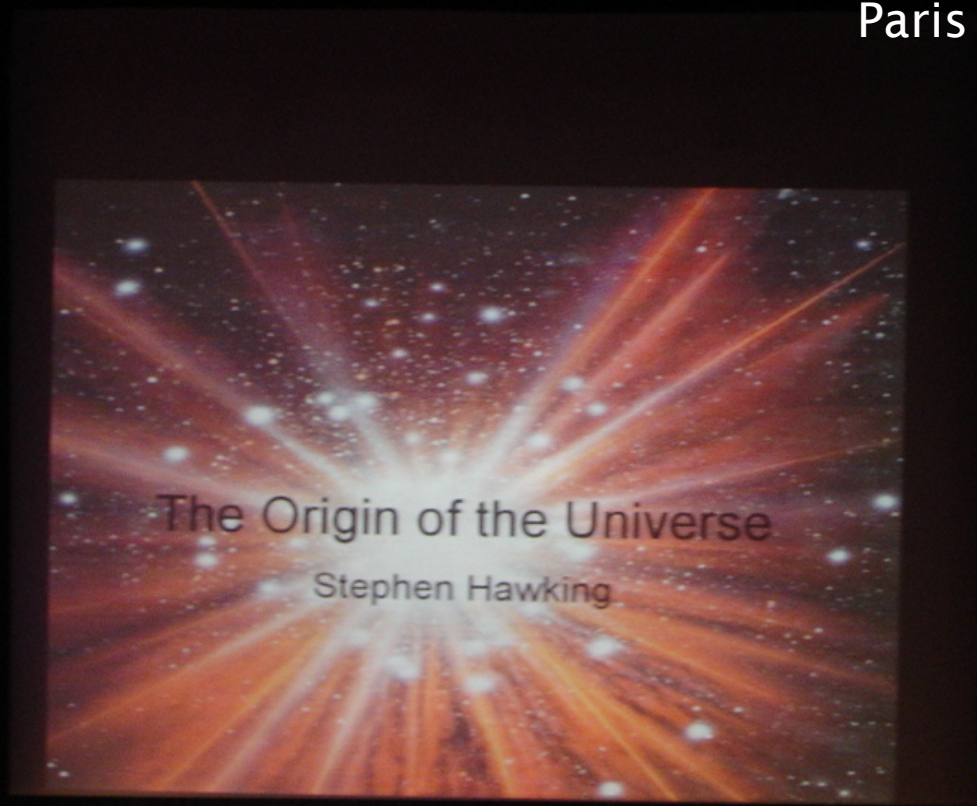


professor S W Hawking
CH CBE FRS

cosmologiste !

Professor Hawking has twelve honorary degrees, was awarded the CBE in 1982, and was made a Companion of Honour in 1989. He is the recipient of many awards, medals and prizes and is a Fellow of The Royal Society and a Member of the US National Academy of Sciences

Paris 6 mai 2006

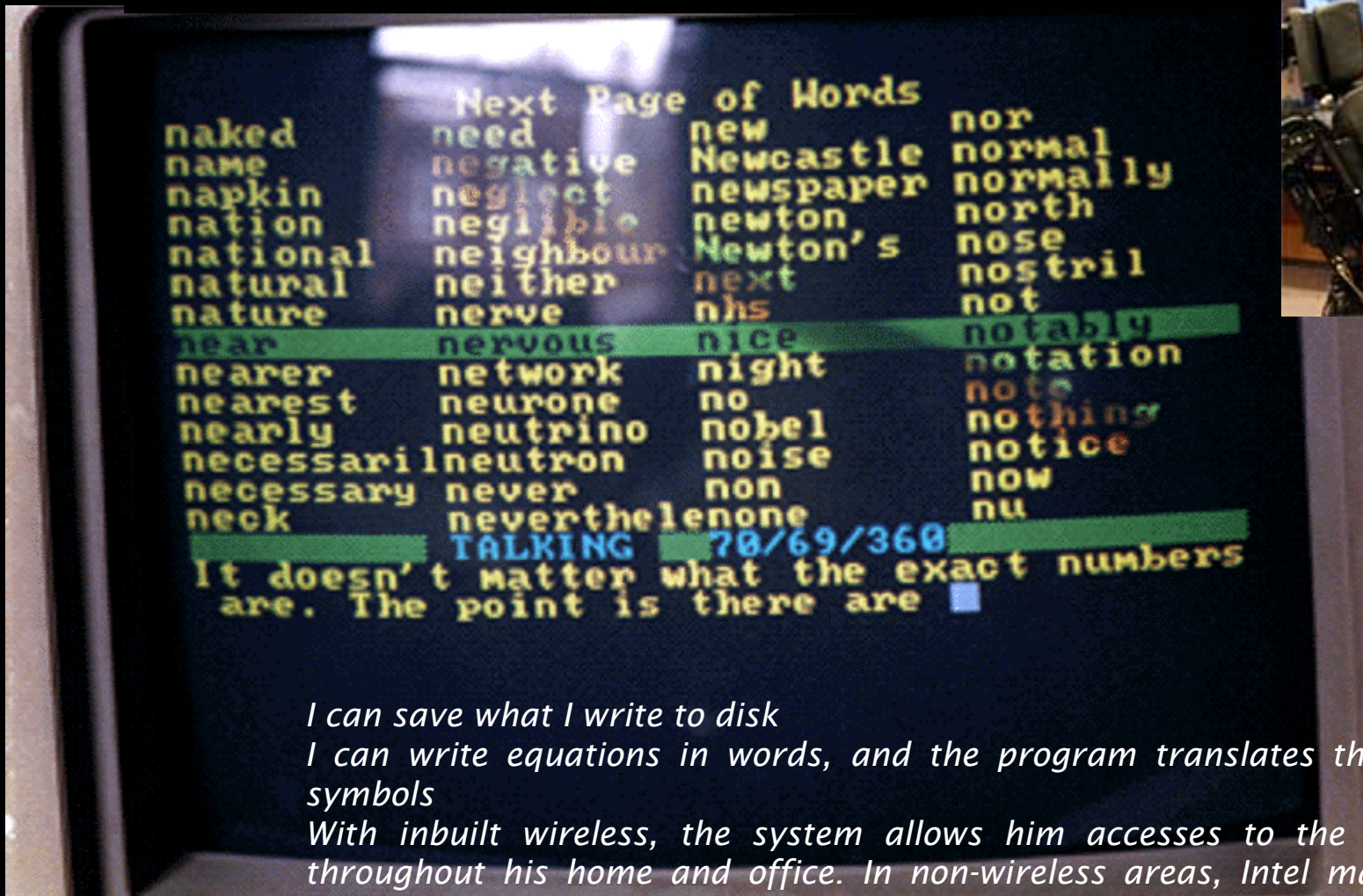


the brain

- 1942 né à Oxford
- 1963 SLA
- 1964 école Relativité G New York
- 1965 marche avec une canne
- 1966 PhD à Cambridge
- 1970 déambulateur
- 1971 l'Univers est un trou noir inversé
mini trous noirs primordiaux
- 1972 école des Houches
fauteuil roulant
ne peut plus écrire
- 1973 à Moscou chez Zeldovitch
- 1974 les trous noirs rayonnent
- 1975 ne peut plus se nourrir
- 1979 professorial chair Lucas Cambridge
- 1981 ne peut plus parler
- 1983 flèche du temps Univers sans bord
bébés univers
- 1985 trachéotomie synthétiseur
- 1988 une brève histoire du temps
- 1990 cordes et branes
- 1995 théorie de l'Instanton avec Turok
- 1997 responsable UK Computational Cosmology
- 2004 les trous noirs restituent l'information
- 2007 Hawking en apesenteur



chaque mot, chaque phrase comptent
et les équations sont descendues de tête



I can save what I write to disk

I can write equations in words, and the program translates them into symbols

With inbuilt wireless, the system allows him accesses to the internet throughout his home and office. In non-wireless areas, Intel manage a mobile phone

problem: Upgrade to Windows XP (mouse problem)

Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics



Research at Cambridge in applied mathematics and theoretical physics has developed over more than 300 years through the great traditions established by the giants of the past, notably Newton, Clerk Maxwell, Babbage, Stokes, Larmor, Rayleigh, Eddington, Dirac, GI Taylor, Sir Harold Jeffreys and Sir James Lighthill. The oldest Professorship in the Faculty of Mathematics is the Lucasian Professorship, established in 1663, held by Sir Isaac Newton from 1669 to 1701 and since 1979 by Professor Stephen Hawking FRS

la théorie d'abord

"en physique théorique, la recherche de la cohérence logique a toujours joué un rôle plus important que les résultats expérimentaux. Des théories par ailleurs élégantes et séduisantes ont été rejetées parce qu'elles ne s'accordaient pas avec les observations; mais **je ne connais pas de théorie majeure qui ait été avancée sur la seule base d'une expérience. La théorie est toujours venue d'abord**, motivée par le désir d'un modèle mathématique élégant et cohérent. Elle suscite alors des prédictions, qui peuvent être testées par l'observation. Si les observations s'accordent avec les prédictions, cela ne prouve pas la théorie; mais celle-ci permet de nouvelles prédictions, qui sont à nouveau confrontées aux observations"



S Hawking
mai 1992 Caius Colleg



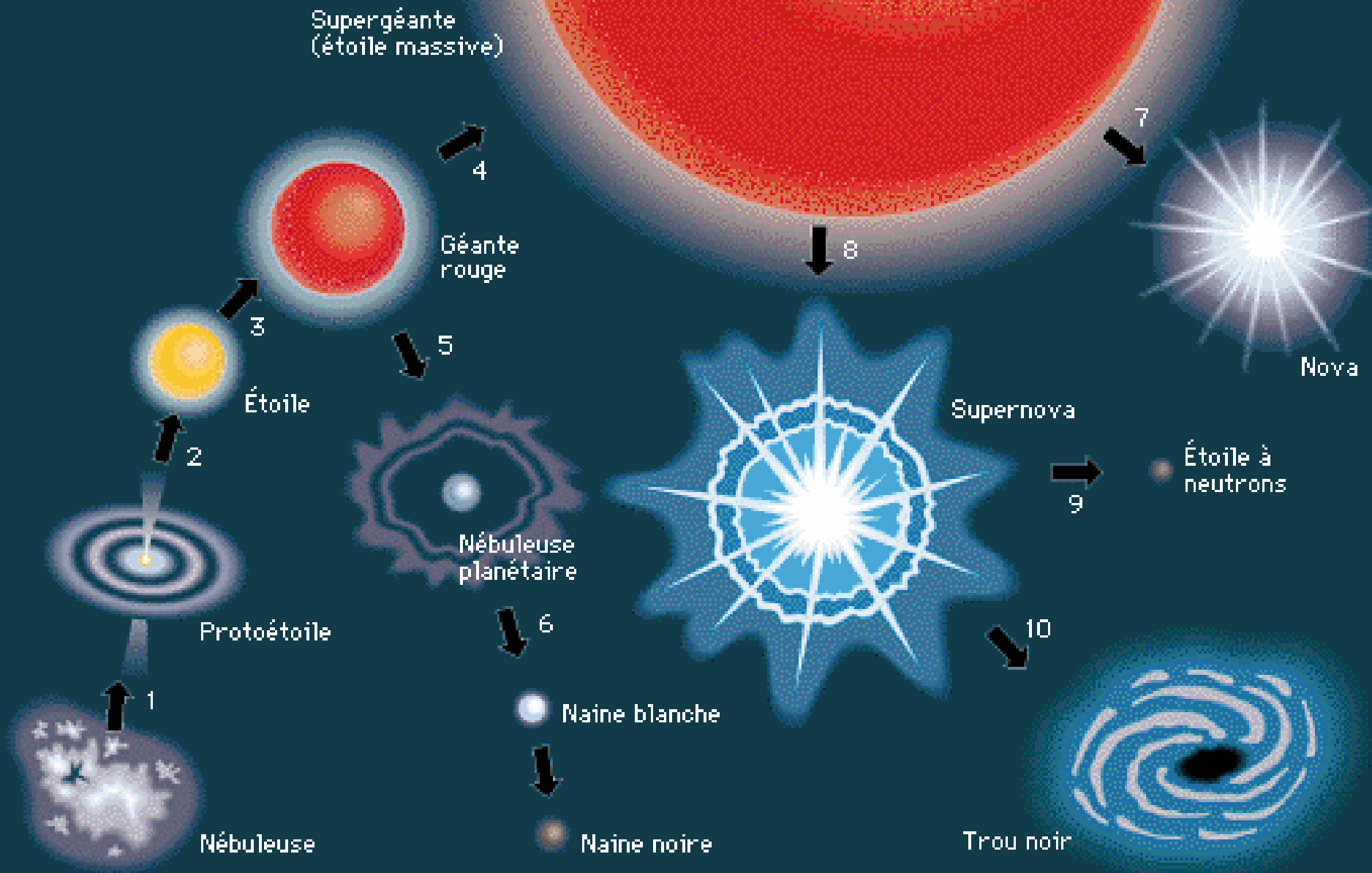
CERN octobre 2006

toujours entre 2 avions
... et poussé par ses élèves

le 31 octobre 2004 il conduisit une manifestation contre la guerre en Iraq

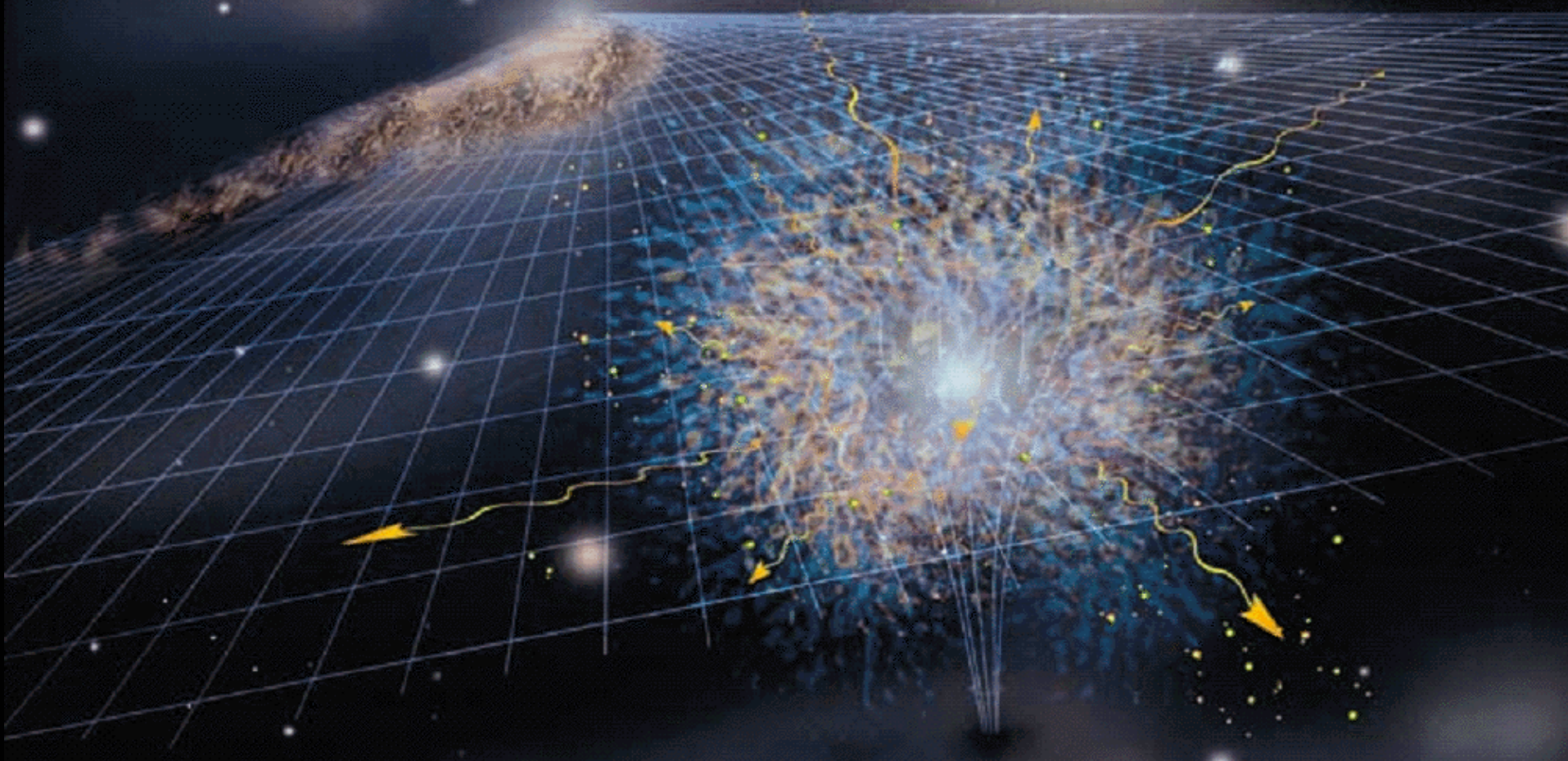


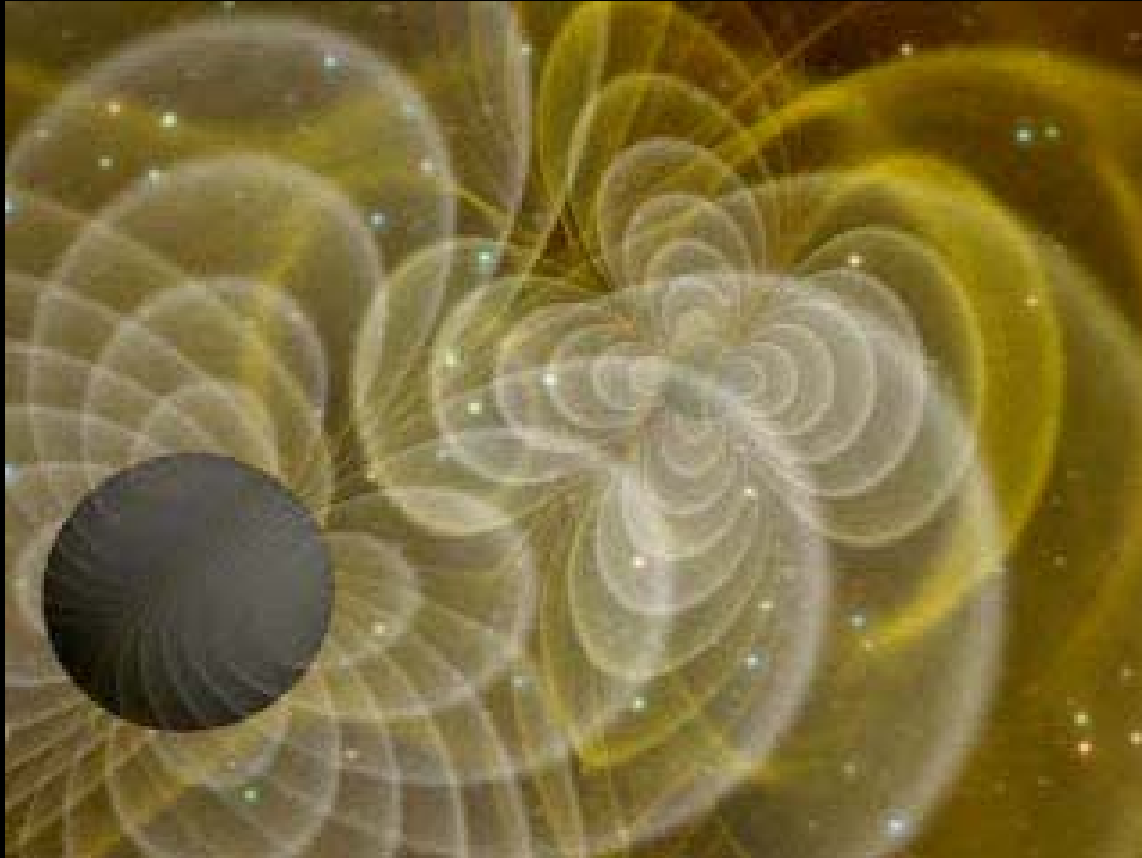
26 avril 2007



qu'entend-on par trous noirs ?

trous noirs Hawking =
oppositions et rencontres de
la relativité générale et de la physique quantique
insuffisances et monstruosité de l'espace-temps
divergences et singularités





1971 Bill Press et Kip Thorne:
Les ondulations de l'espace-temps au voisinage des singularités
sont des vibrations.

Un trou noir est donc une courbure de l'espace-temps qui vibre



sommaire:

contexte historique scientifique

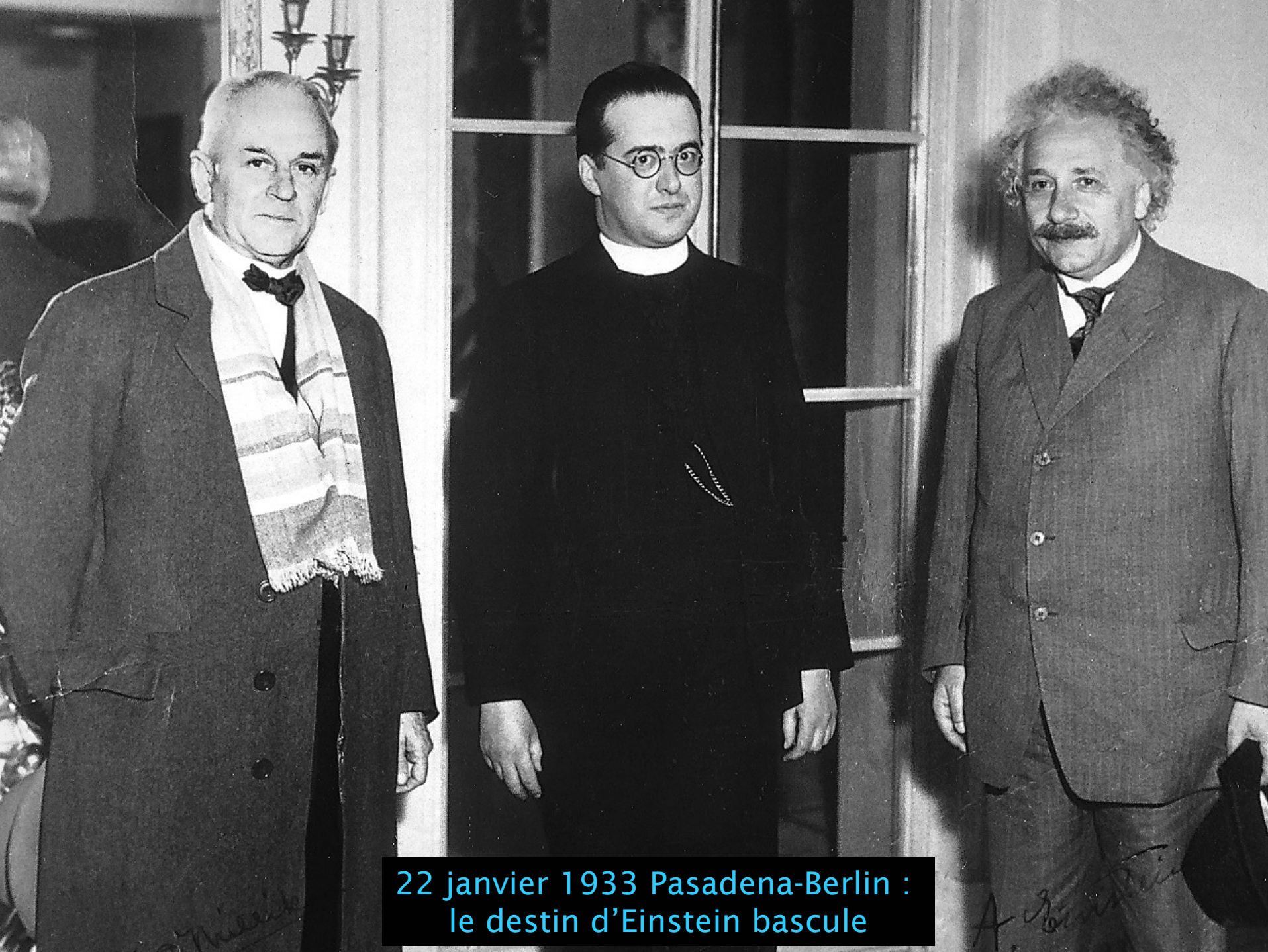
l'Univers est un trou noir
mini trous noirs primordiaux

entropie des trous noirs
radiation d'Hawking

perte d'informations retrouvée
radiation Hawking et les cordes ?

le contexte historique et scientifique





22 janvier 1933 Pasadena-Berlin :
le destin d'Einstein bascule

à l'escale d'Anvers 29 mars 1933
sur le bateau Belgenland

Einstein rend sa nationalité allemande

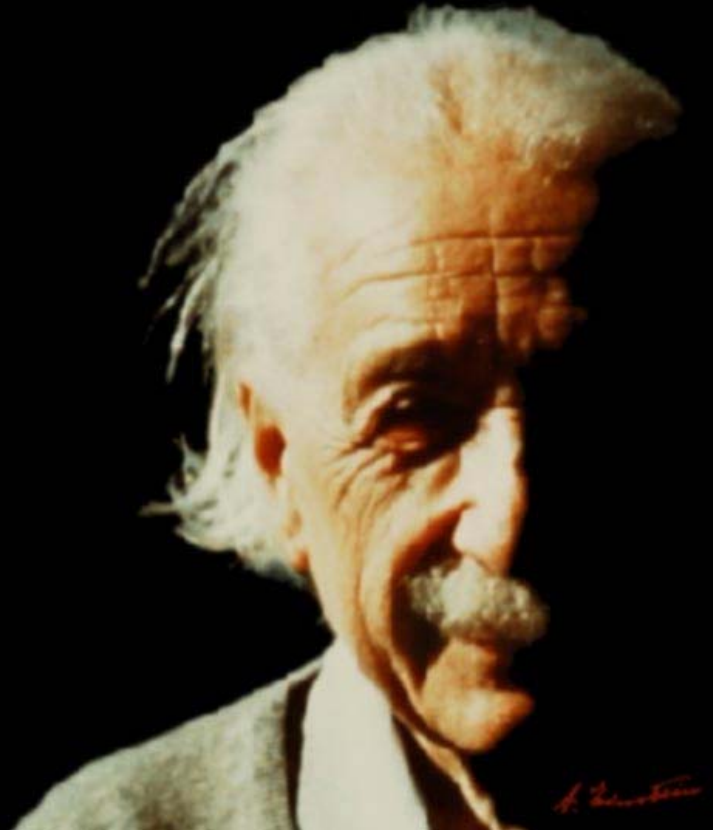
commence alors son exil belge puis américain
n'ayant pas obtenu à sa demande
un poste au Collège de France ...



et de 1933 à 1955 ...

la Relativité Générale
n'intéressait personne

...et la cosmologie non plus



ON A STATIONARY SYSTEM WITH SPHERICAL SYMMETRY
CONSISTING OF MANY GRAVITATING MASSES

BY ALBERT EINSTEIN

(Received May 10, 1939)

If one considers Schwarzschild's solution of the static gravitational field of spherical symmetry

$$(1) \quad ds^2 = -\left(1 + \frac{\mu}{2r}\right)^4 (dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + \left(\frac{1 - \frac{\mu}{2r}}{1 + \frac{\mu}{2r}}\right)^2 dt^2$$

it is noted that

$$g_{44} = \left(\frac{1 - \frac{\mu}{2r}}{1 + \frac{\mu}{2r}}\right)^2$$

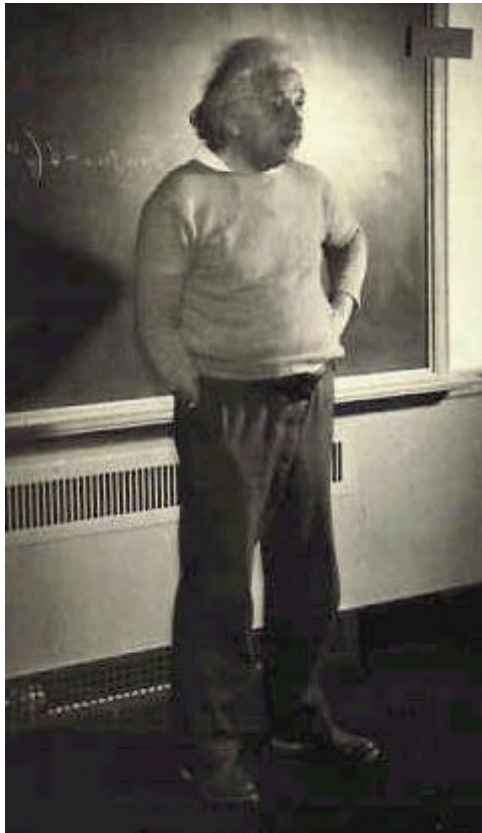
vanishes for $r = \mu/2$. This means that a clock kept at this place would go at the rate zero. Further it is easy to show that both light rays and material particles take an infinitely long time (measured in "coördinate time") in order to reach the point $r = \mu/2$ when originating from a point $r > \mu/2$. In this sense the sphere $r = \mu/2$ constitutes a place where the field is singular. (μ represents the gravitating mass.)

There arises the question whether it is possible to build up a field containing such singularities with the help of actual gravitating masses, or whether such regions with vanishing g_{44} do not exist in cases which have physical reality. Schwarzschild himself investigated the gravitational field which is produced by an incompressible liquid. He found that in this case, too, there appears a region with vanishing g_{44} if only, with given density of the liquid, the radius of the field-producing sphere is chosen large enough.

This argument, however, is not convincing; the concept of an incompressible liquid is not compatible with relativity theory as elastic waves would have to travel with infinite velocity. It would be necessary, therefore, to introduce a compressible liquid whose equation of state excludes the possibility of sound signals with a speed in excess of the velocity of light. But the treatment of any such problem would be quite involved; besides, the choice of such an equation of state would be arbitrary within wide limits, and one could not be sure that thereby no assumptions have been made which contain physical impossibilities.

One is thus led to ask whether matter cannot be introduced in such a way that questionable assumptions are excluded from the very beginning. In fact this can be done by choosing, as the field-producing mass, a great number of

1939



les singularités de monsieur Schwarzschild

les lois d'Einstein
sur la déformation de l'espace-temps prédisent

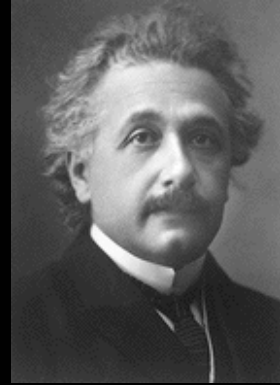
les trous noirs

solutions étranges des équations de champs

Einstein rejette la prédiction
dans un article de 15 pages

« le principal résultat de cette étude est une compréhension claire
de la raison pour laquelle les « singularités de Schwarzschild »
n'existent pas dans la réalité physique » 1939

rappels de Relativité Générale ...



un point de l'espace-temps s'appelle un événement et n'est plus un élément de position défini par un repère de référence

la séquence des évènements est représentée dans l'espace-temps par une courbe:

La ligne d'Univers elle même représentée par une géodésique.

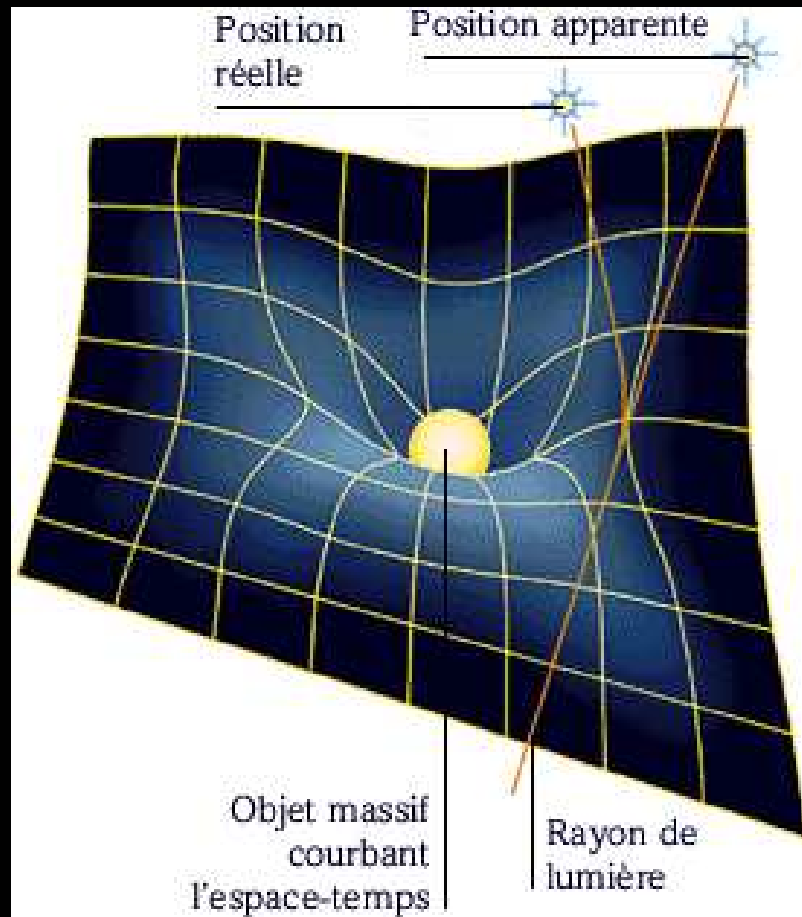
l'élément le plus important de la géométrie de l'espace-temps est la métrique de l'espace-temps :

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

objet tensoriel déterminant la distance ou la durée de 2 évènements voisins

la métrique détermine le modèle d'espace par le tenseur de courbure exprimant toute l'information sur le champ gravitationnel au voisinage de chaque événement (traduit donc la courbure de l'espace-temps) le tenseur d'énergie-impulsion décrit le contenu en masse-énergie d'un voisinage d'évènement

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8 \pi G T_{\mu\nu}$$



géométrie = masse

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8 \pi G T_{\mu\nu}$$

singularités en relativité générale

les parcours des particules de matières qui suivent l'écoulement du temps
sont des géodésiques du genre temps

les trajectoires des photons sont des géodésiques du genre lumière
il y a singularité

si une géodésique d'un genre est incomplète

c'est à dire si elle s'arrête dans le passé ou dans le futur

au bout d'un temps fini

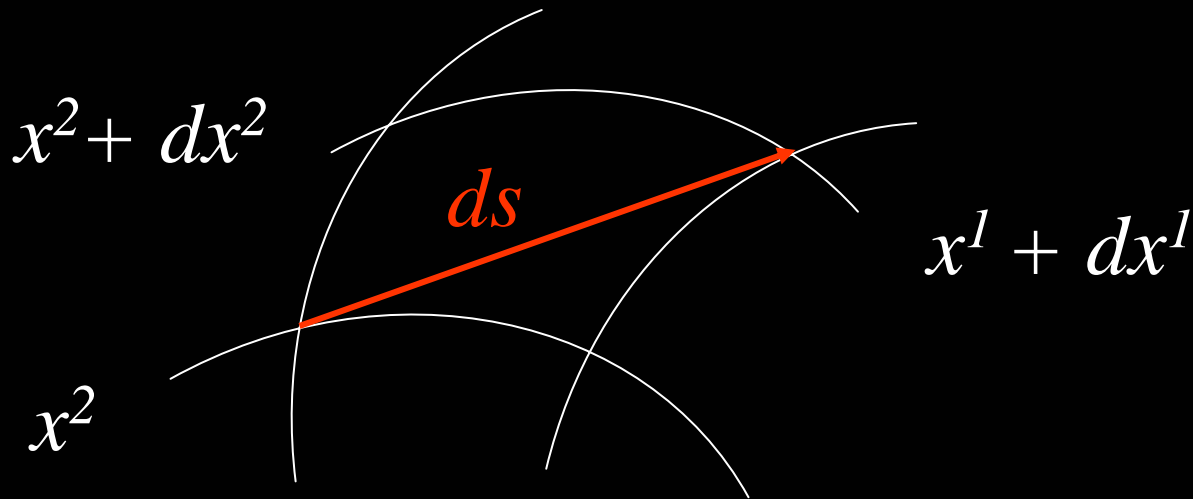
à l'arrêt il y a singularité

ce qui veut dire qu'il y a un début ou une fin à l'histoire des particules

à la singularité la courbure devient, souvent, infinie



$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8 \pi G T_{\mu\nu}$$



$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j$$



$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8 \pi G T_{\mu\nu}$$

ceux qui ont trouvé des solutions

1916

1923

1929

1939

1974



Schwarzschild
rayon
sphère noire

Friedmann
dynamique
 $f(t)$

Lemaître
expansion
 $a(t)$

Oppenheimer
effondrement
gravitationnel

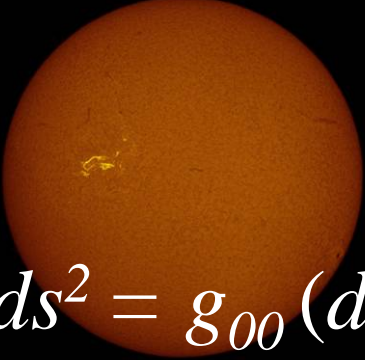
Hawking
mix
quantique



la première solution

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8 \pi G T_{\mu\nu}$$

champ gravitationnel autour
d'une masse sphérique et statique
et dans le vide


$$ds^2 = g_{00} (dx^0)^2 + g_{11} (dx^1)^2 + g_{22} (dx^2)^2 + g_{33} (dx^3)^2 .$$

1916 la métrique simplifiée de Schwarzschild conduit à
partir d'un certain rayon à **une masse infinie**: une
singularité

espace-temps à symétrie sphérique

Chicago univ.
et J.Fric 2003

Ce sont ces sphères qui stratifient tout \mathbb{R}^3 sauf le centre de symétrie qui reste invariant sous ces rotations. L'espace est donc pratiquement complètement stratifié en sphères concentriques autour de son origine,

$$g_{00}(r \rightarrow \infty) = -\left(1 + \frac{\mu}{r}\right),$$

$$g_{rr}(r \rightarrow \infty) = \left(1 - \frac{\mu}{r}\right).$$

$$R_{00} = [\partial_0^2 \beta + (\partial_0 \beta)^2 - \partial_0 \alpha \partial_0 \beta] + e^{2(\alpha-\beta)} [\partial_1^2 \alpha + (\partial_1 \alpha)^2 - \partial_1 \alpha \partial_1 \beta + \frac{2}{r} \partial_1 \alpha]$$

$$R_{11} = -[\partial_1^2 \alpha + (\partial_1 \alpha)^2 - \partial_1 \alpha \partial_1 \beta - \frac{2}{r} \partial_1 \beta] + e^{2(\beta-\alpha)} [\partial_0^2 \beta + (\partial_0 \beta)^2 - \partial_0 \alpha \partial_0 \beta]$$

$$R_{01} = \frac{2}{r} \partial_0 \beta$$

$$R_{22} = e^{-2\beta} [r(\partial_1 \beta - \partial_1 \alpha) - 1] + 1$$

$$R_{33} = R_{22} \sin^2 \theta.$$

La limite en champ faible vaut par ailleurs

$$g_{00} = -(1 + 2\Phi),$$

$$g_{rr} = (1 - 2\Phi), \quad (28)$$

Avec le potentiel gravitationnel $\Phi = -GM/r$. Comme la métrique doit tendre vers cette limite nous devons poser : $\mu = -2GM$.

Le résultat final : la métrique de Schwarzschild.

Le résultat final est alors la célèbre métrique de **Schwarzschild**.

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2. \quad (29)$$

Elle est valable pour n'importe quelle solution à symétrie sphérique dans le vide de l'équation d'Einstein, M étant un paramètre qui doit être interprété comme la **masse conventionnelle** en mécanique Newtonienne qu'on peut mesurer en étudiant les orbites à grande distance de la source gravitationnelle. Quand $M \rightarrow 0$ nous retrouvons la métrique de Minkowski comme escompté. Remarquons que quand $r \rightarrow \infty$, nous retrouvons asymptotiquement également cette métrique. Cette propriété est appelée courbure nulle asymptotique.

Le théorème de **Birkhoff** stipule que non seulement la métrique de **Schwarzschild** est une bonne solution, mais que c'est la seule. Il est intéressant de noter que le résultat est une métrique statique alors que nous n'avons rien imposé à la source sinon la symétrie sphérique. En particulier, nous

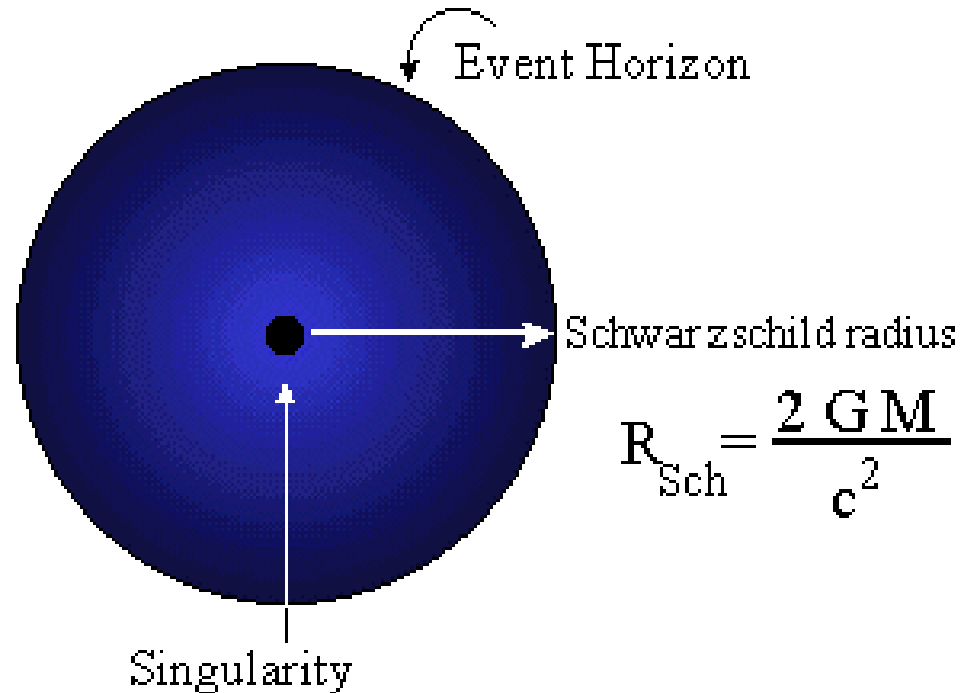
le rayon de Schwarzschild

système de coordonnées qui a pour coordonnées (r, θ, ϕ, t)
(désignant le rayon, l'angle azimutal,
l'angle d'inclinaison ou d'altitude et le temps).

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2Gm}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) - c^2 \left(1 - \frac{2Gm}{c^2 r}\right) dt^2$$

$$\left(1 - \frac{2Gm}{c^2 r}\right)^{-1} = 0 \quad r = \frac{2Gm}{c^2}$$

pour le Soleil: 2,95 km
pour la Terre: 8,86 m



Lemaître and the Schwarzschild Solution

Jean Eisenstaedt

Ben Cordiale

idea here is simply to deal with the interior and exterior solution in a *single* coordinate system. Even though one does not explicitly find this train of thought in Lemaître's paper, it was probably the guiding idea for him.⁶⁹ Let us see how Lemaître technically works out his idea. Lemaître now had to look for the expression of the Schwarzschild solution in his own system of coordinates. He found that he had to perform the coordinate transformation

$$r^{3/2} = \sqrt{\frac{Gm}{\lambda c^2}} \sinh\left(\sqrt{\frac{3\lambda c^2}{4}}(\tau - \chi)\right) \quad (4)$$

to obtain the Schwarzschild line element in his own coordinates:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - \left(\frac{\lambda c^2}{3} r^2 + \frac{2Gm}{r}\right) dx^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (5)$$

Hence, Lemaître had found a form of the Schwarzschild line element that explicitly shows that the only singularity of the solution is at $r = 0$. There is no singularity at $r = 2Gm/c^2$. At the same time, Lemaître had generalized his result to the case with a nonvanishing cosmological event.

Finally, Lemaître showed that by performing the transformation

$$c dt = c d\tau + \frac{\sqrt{\frac{2Gm}{rc^2} + \frac{\lambda r^2}{3}}}{1 - \frac{2Gm}{rc^2} - \frac{\lambda r^2}{3}} dr, \quad (6)$$

one recovers the "classical" form of the Schwarzschild solution written in Droste's coordinates:⁷⁰

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2Gm}{rc^2} - \frac{1}{3}\lambda r^2\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2Gm}{rc^2} - \frac{1}{3}\lambda r^2} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2).$$

For $\lambda = 0$, the transformation (6) is integrable, and (4) reduces to

$$r^{3/2} = \frac{3}{2} \sqrt{2Gm}(\tau - \chi).$$

Robertson's form of the Schwarzschild line element,

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - \frac{\rho}{r} d\rho^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (7)$$

is obtained by setting $\lambda = 0$ in (5) and using the substitution $\chi = \frac{2}{3} \rho^{3/2}$.

As we will see later on, Lemaître Robertson met in the early 1930s, and most likely Lemaître had a direct influence on Robertson's understanding of the Schwarzschild solution.⁷¹ Robertson's remarks on the issue in Toronto in the late 1930s in turn aroused Synge's interest.

Thus, Lemaître explicitly showed, in a very nice way, that the so-called Schwarzschild singularity was not a singularity at all, even though it would continue to be called that for decades. Furthermore, our analysis shows that Lemaître's result was much more than just a mathematical derivation. Not only was Lemaître aware of the fictitious character of the Schwarzschild singularity before he had demonstrated it mathematically, he was also aware—and this point deserves to be stressed—of what was responsible for this tricky problem. As he put it right at the beginning of his demonstration, "we will show that the singularity of the field is not real but the result of using a coordinate system in which the field is static."⁷² The important word here is *static*. Lemaître's insight has to be at least partly understood as coming out of his understanding of the dynamical/static character of the De Sitter solution that he worked out in 1925. Such insight was rare and would not return until years later. In fact, it would only return in Finkelstein 1958 and in Kruskal 1960, but the dynamical character of the Schwarzschild solution inside the horizon would take much more time to become truly accepted. In short, Lemaître's mathematical demonstration was backed up by a deep conceptual understanding of some of the fundamental features of Einstein's theory.

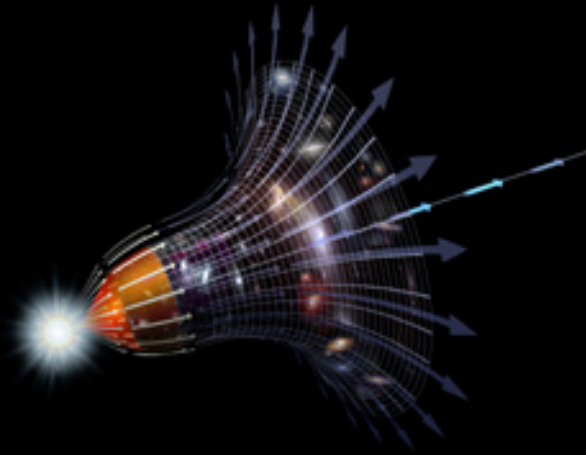
6. The Reception of Lemaître's 1932 Article

In 1934, Richard Tolman, about to publish his book *Relativity, Thermodynamics, and Cosmology*, wrote a short article, in which he studied the "Effect of Inhomogeneity on Cosmological Models" (Tolman 1934b). In this article, Tolman referred to Lemaître's dust solution (Lemaître 1932), which he rederived using Dingle's formulae. He then applied the dust solution to "distorted" uniform models of the universe and showed that disturbances from originally uniform distributions will in general increase with time. It is no coincidence that Tolman was aware of Lemaître's 1932 paper. Tolman had worked with Lemaître during the latter's 1932–1933 trip to the United States. As Deprit recalls it, Lemaître left Europe in August 1932 to go to Montreal. As usual, he had a very busy schedule. He participated in a solar eclipse expedition in Vallarta on cosmic rays. Afterward, he gave a seminar at Princeton at the invitation of Robertson, and he spent the winter in California where he saw the stars, one of the Big Bang. The Big Bang was a term used by Fred Hoyle in 1949 to describe the beginning of the universe.

Lemaître démontre le premier en 1933 que la singularité est vers l'intérieur en forme de puits et que l'on ne peut pas revenir à la sphère

l'évanouissement de l'espace

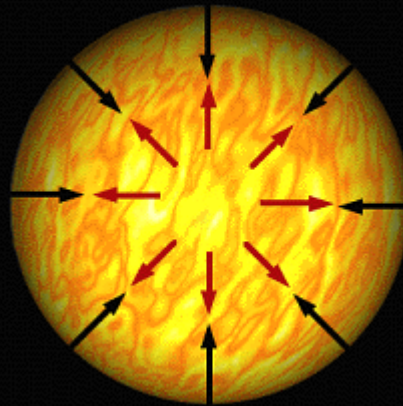
en 1933 Lemaître démontre que la surface de Schwarzschild n'est pas une vraie singularité en démontrant l'annulation du rayon de l'espace dans une vraie singularité



les singularités sont donc bien une conséquence de la relativité générale à moins d'introduire des corrections quantiques (c'est ce que fera Hawking)

la nouveauté:

la constitution interne des étoiles



l'énergie lumineuse générée par une étoile dans son cœur
produit une pression de radiation
contre-balançant la force de gravitation l'étoile

Eddington

1930



la limite de Chandrasekhar

masse maximale d'une naine blanche
vaut 1,44 fois la masse solaire, soit 3×10^{30} kg
au delà elle ne supporte plus son propre poids

$$M_{Ch} = 0,2 \left(\frac{Z}{A} \right)^2 \left(\frac{hc}{Gm_p^2} \right)^{3/2} m_p = \frac{5,836}{\mu_e^2} M_{\odot} = 1,456 \left(\frac{2}{\mu_e} \right)^2 M_{\odot}$$

Hyp: · le gaz d'électrons au cœur de ces étoiles était un gaz parfait
· les électrons étaient relativistes, ce que Eddington n'avait pas considéré

lorsque le cœur d'une étoile a épuisé son hydrogène, la pression de radiation disparaît, et l'étoile se contracte.

cet effondrement produit un rayonnement d'énergie gravitationnelle.

si le cœur de l'étoile a une masse supérieure à une certaine masse (la limite de Chandrasekhar), la pression de dégénérescence n'est plus suffisante pour s'opposer à la gravité et l'étoile continue donc de s'effondrer et devient soit une étoile à neutrons, soit un truc TN

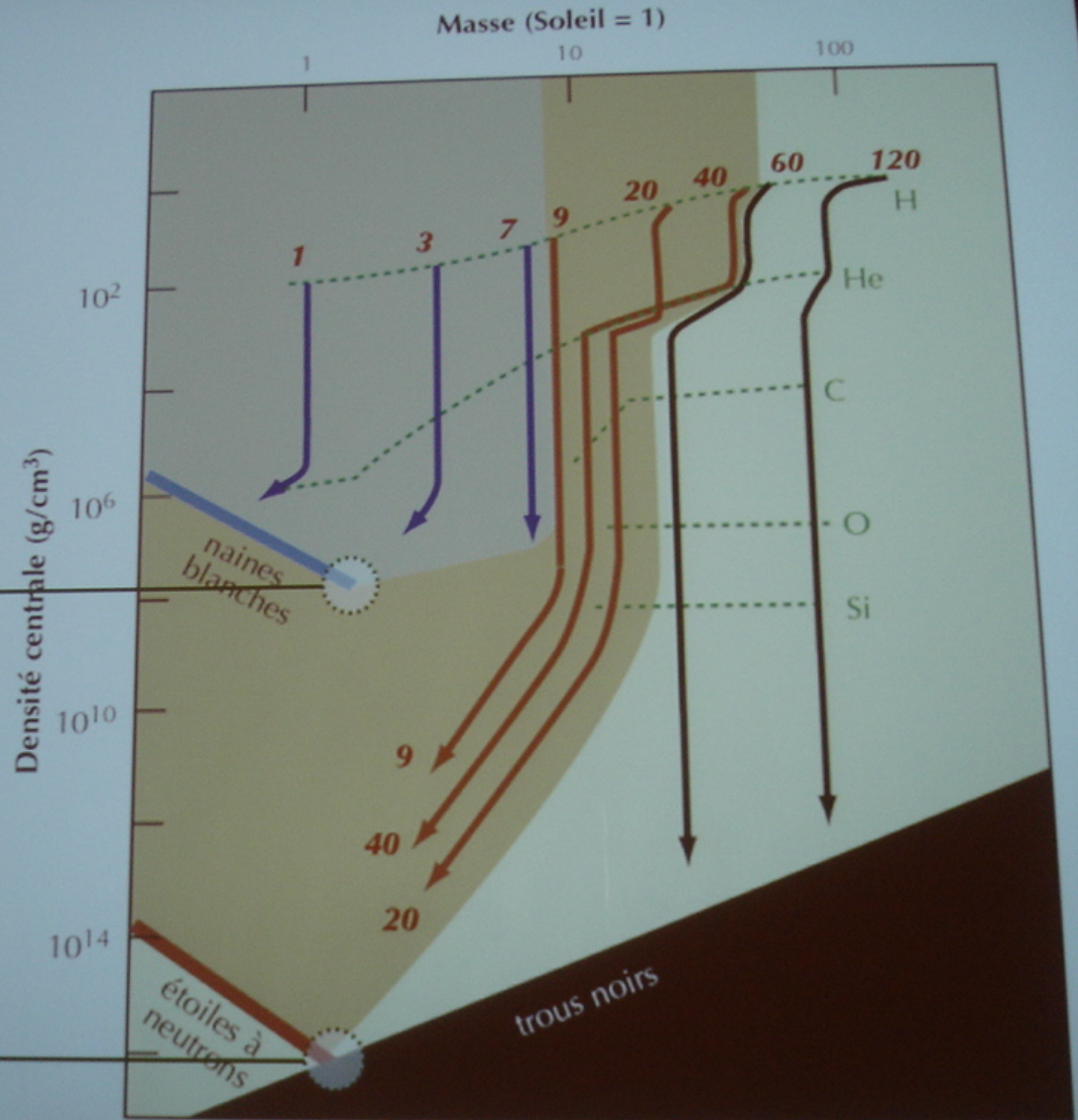
avec $\mu_e =$ masse moléculaire moyenne par électron de l'étoile

$$M_{Ch} = \frac{5,76}{\mu_e^2} M_S$$

Etats « froids »

Limite de Chandrasekhar
 $1,4 M_S$

Limite de LOV
 $\leq 3 M_S$

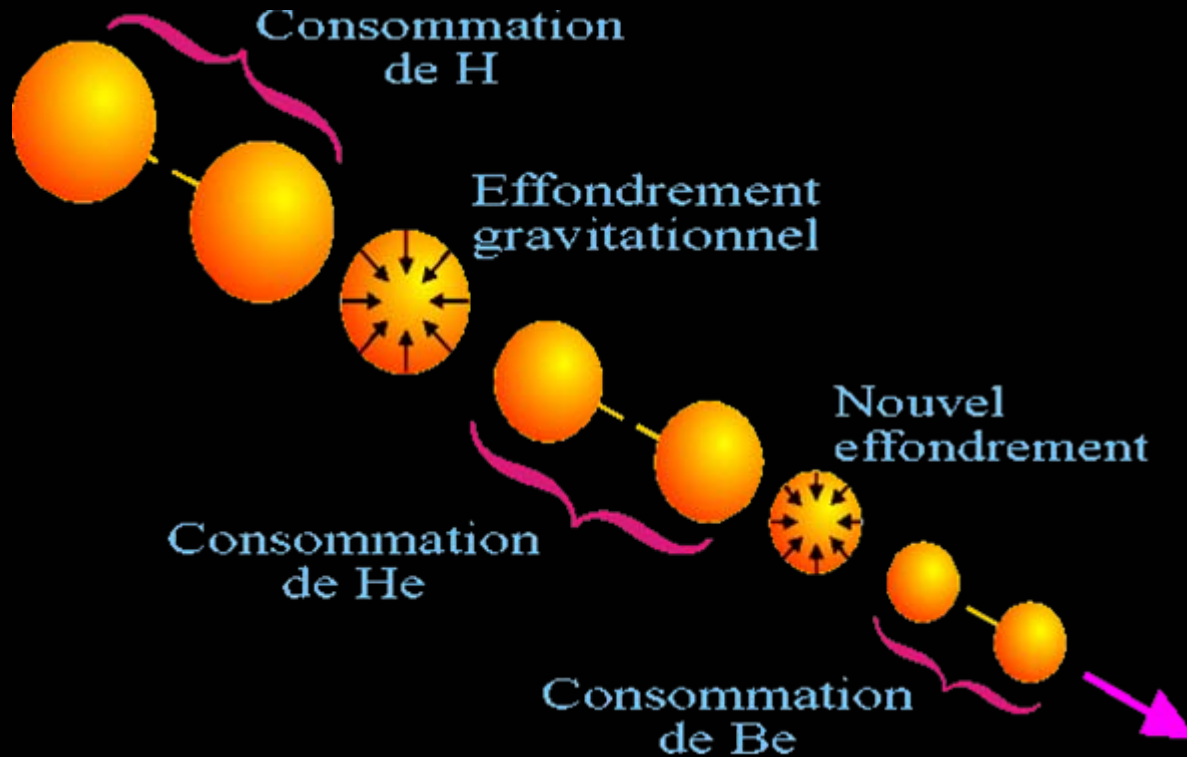


limite de Volkov, Oppenheimer, Landau où les neutrons s'effondrent

les cimetières d'étoiles

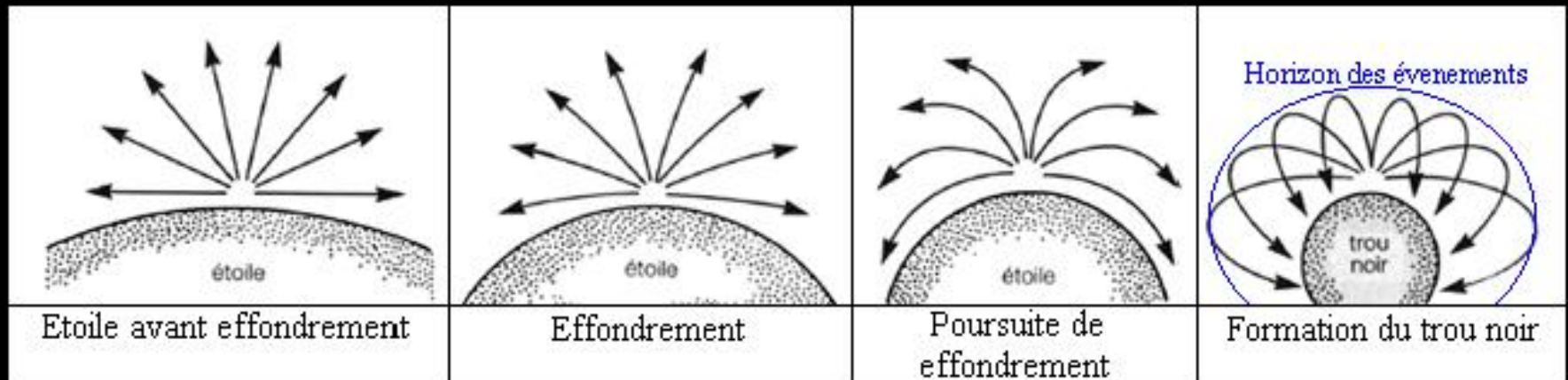
1932 la découverte du neutron par James Chadwick conduit les physiciens à imaginer le concept d'étoile à neutrons (astre de milliers de fois plus dense et plus compactes qu'une naine blanche).

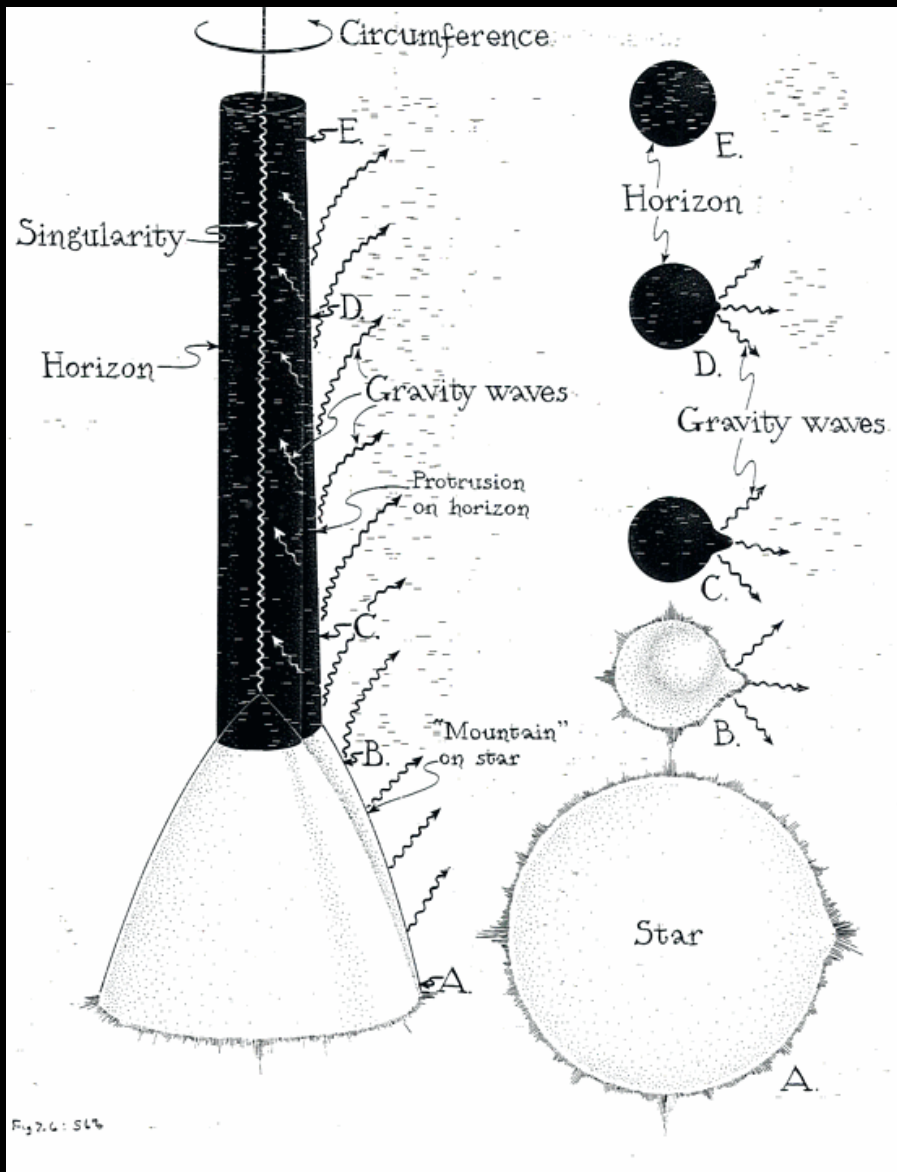
il existe une masse maximale des étoiles à neutrons



Baade et Fritz Zwicky émet l'idée que les étoiles à neutrons sont les résidus d'explosions de supernovae ce que démontrera Gamov

à la surface de l'étoile effondrée





phases d'effondrement d'étoiles

disparition d'une montagne
prélude au naked theorem

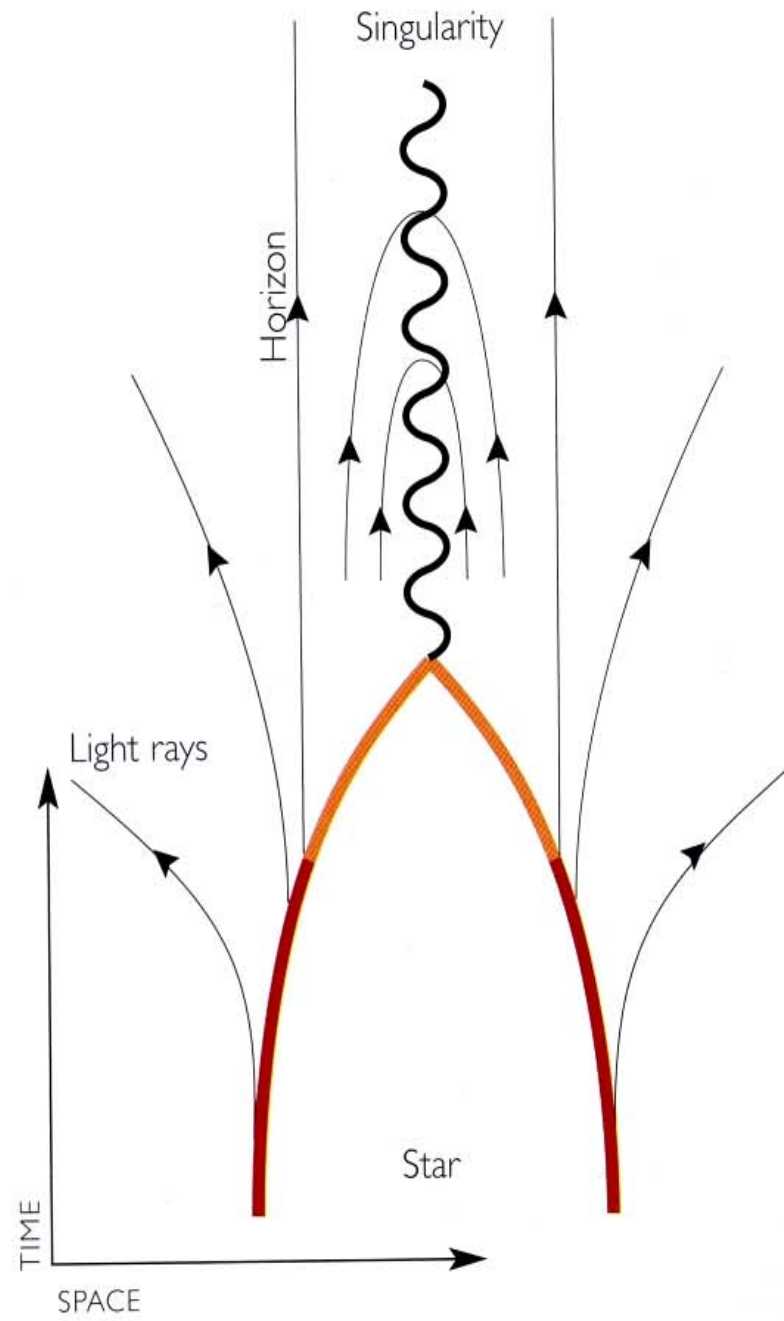
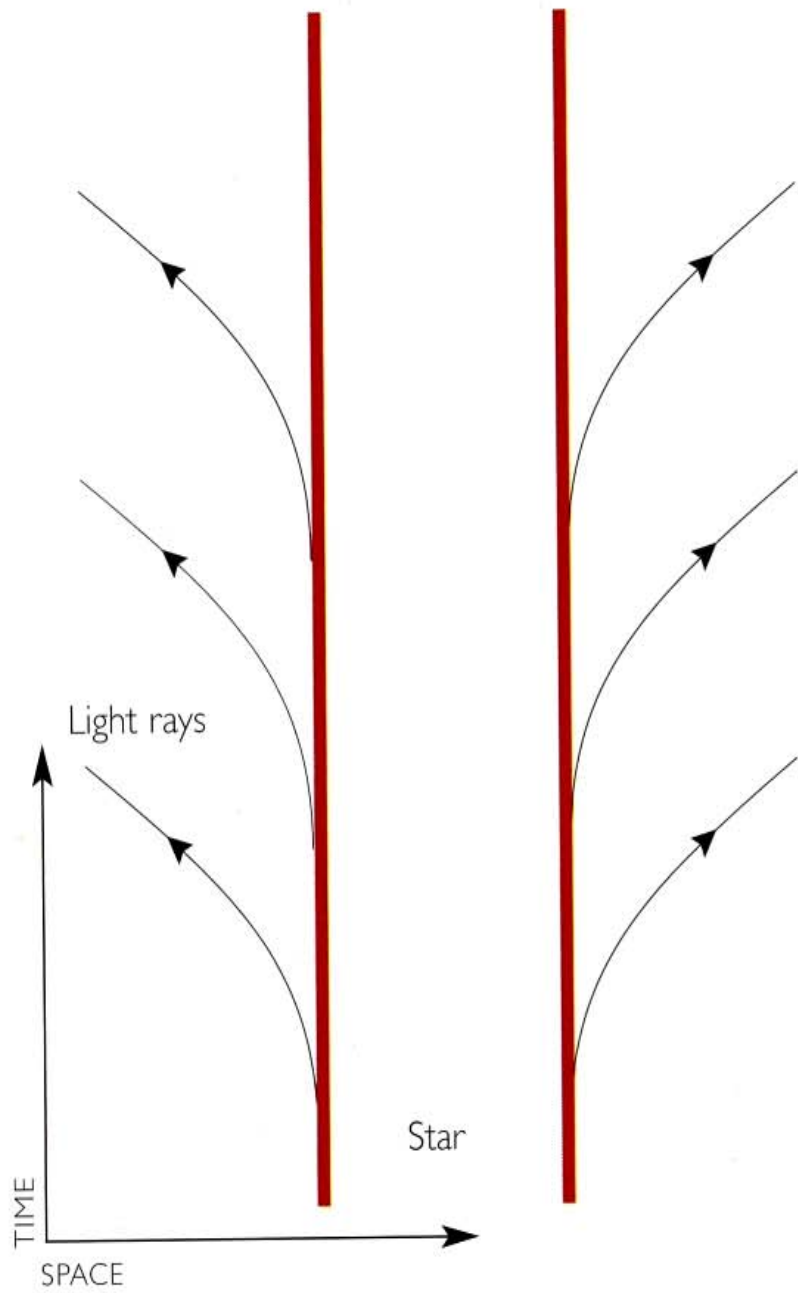
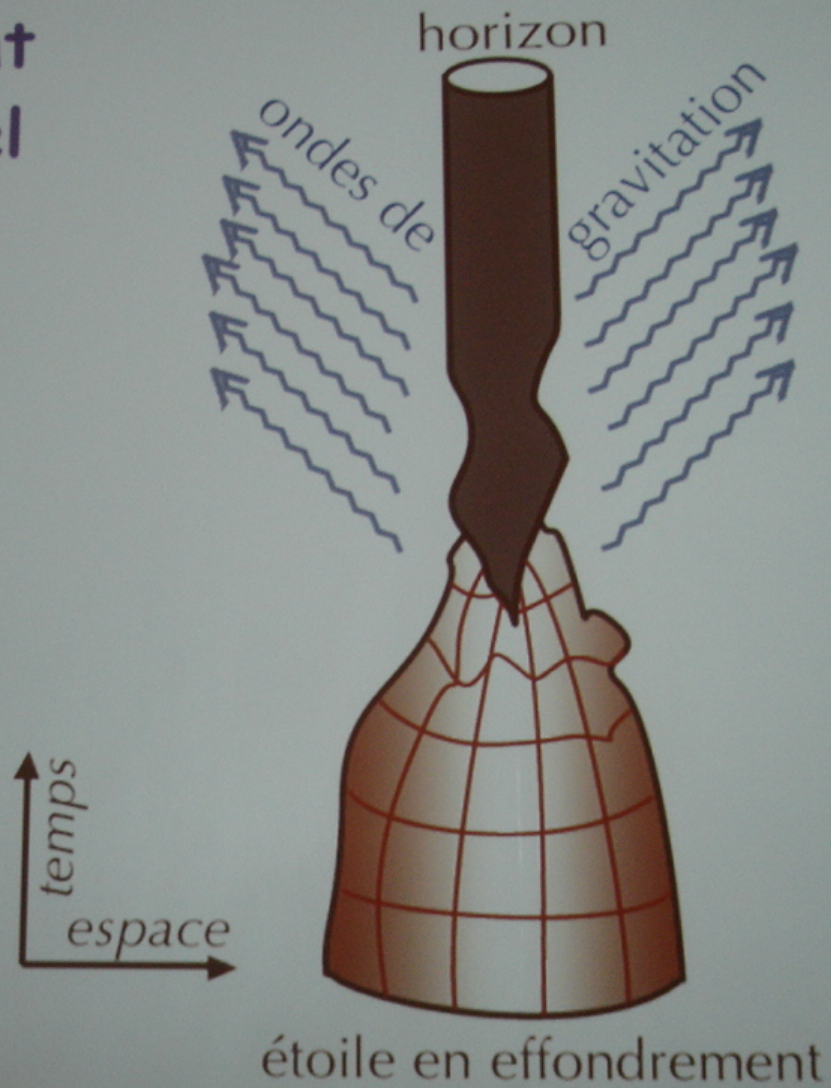
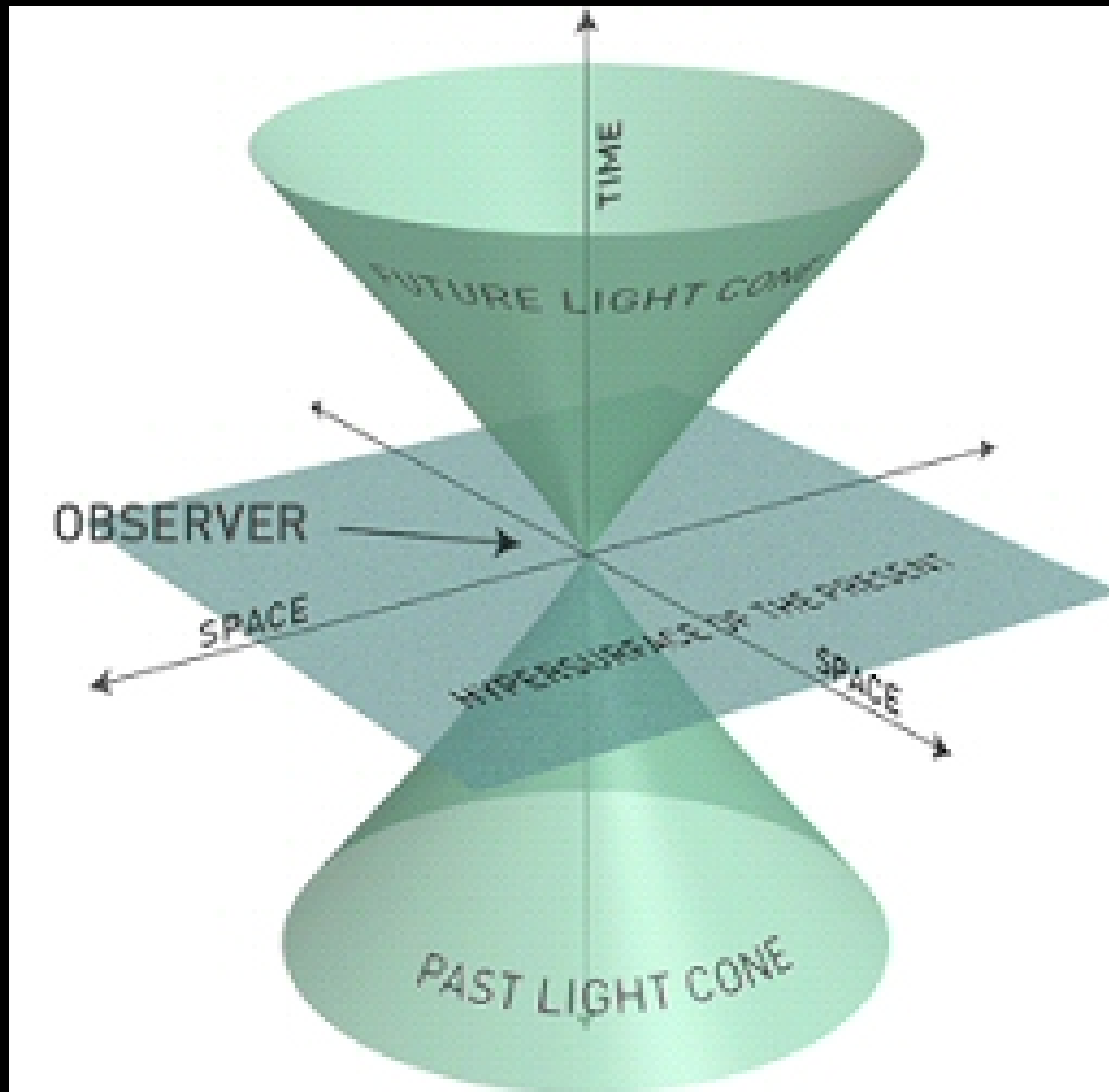


Fig. 4.12

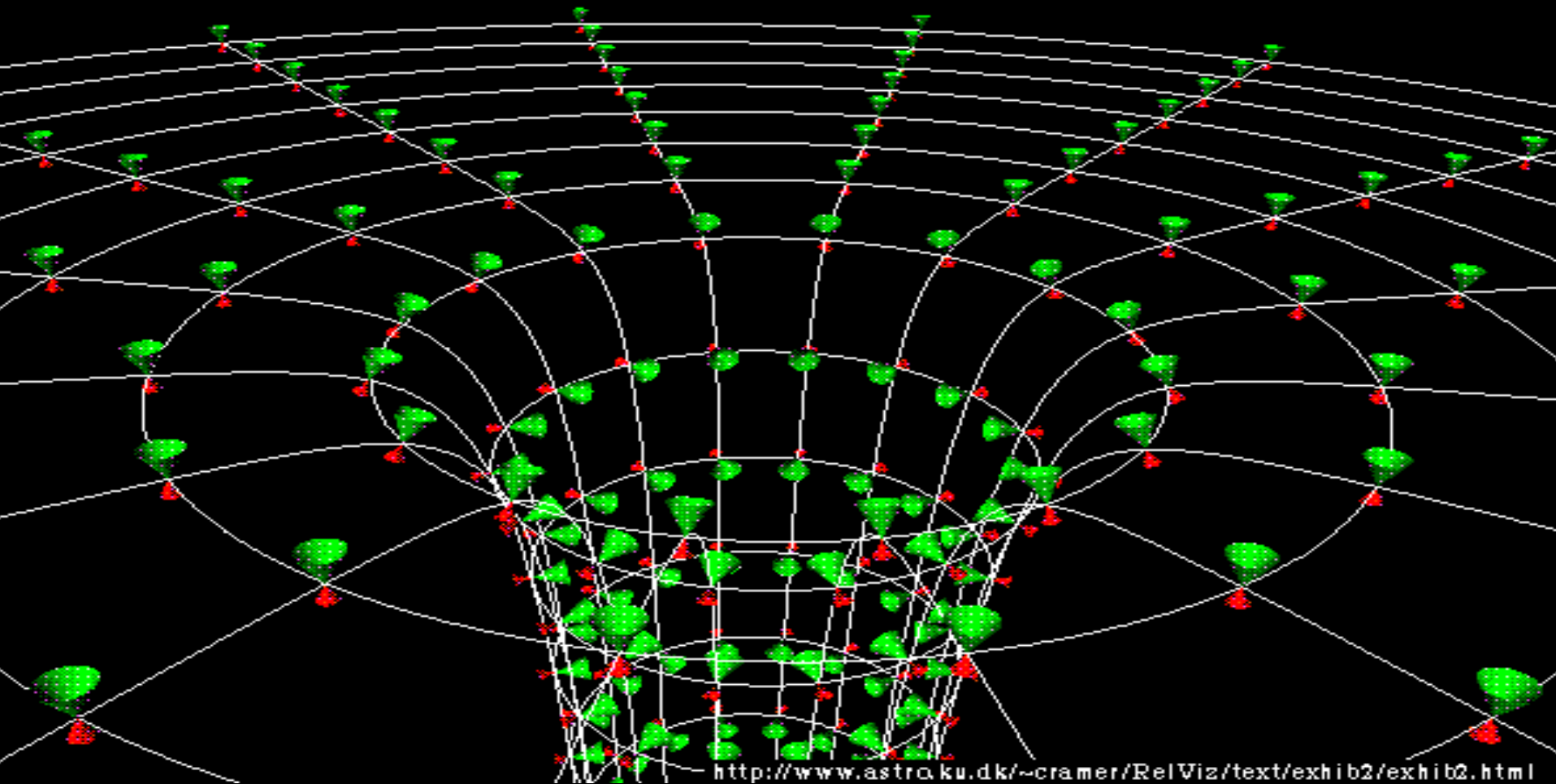
Effondrement gravitationnel





cônes de lumière

plongement des particules

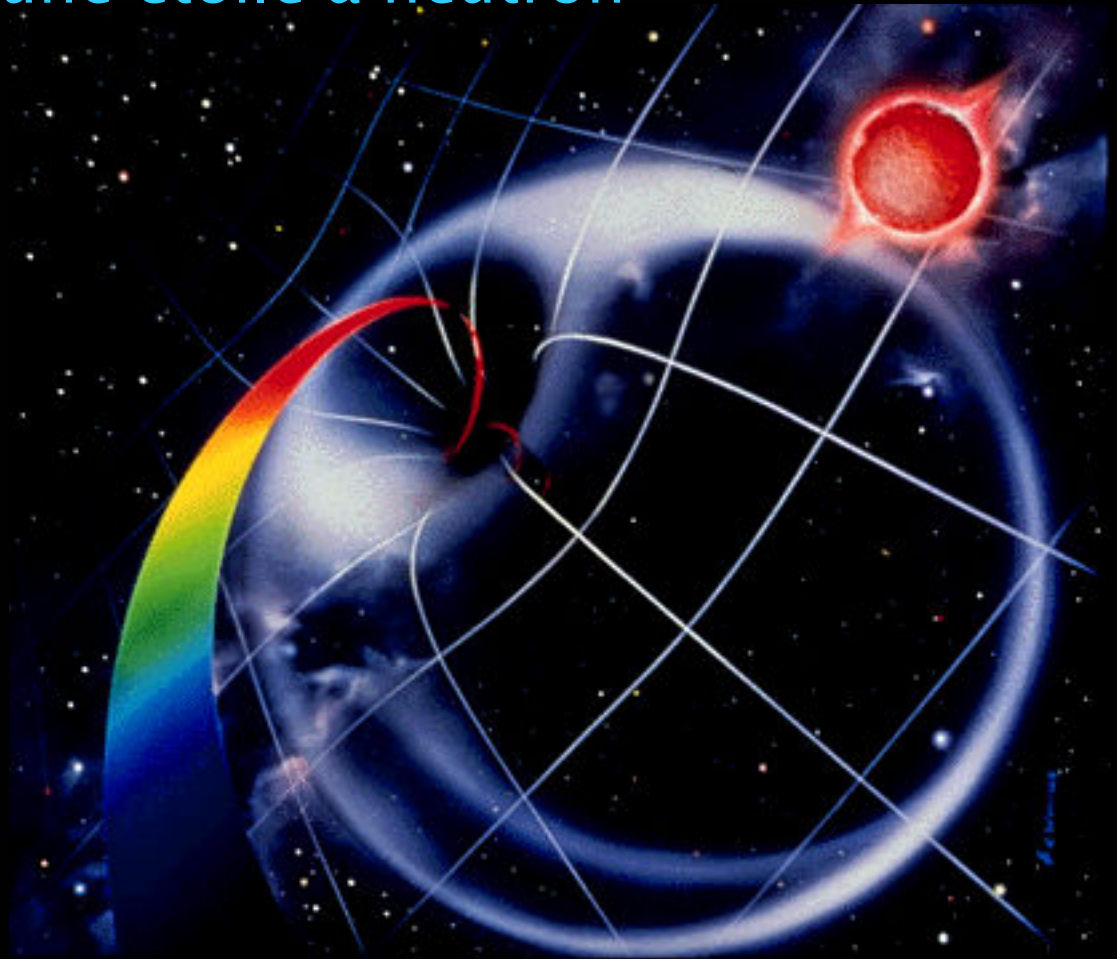


les cônes rouge représentent les trajets possibles pour un photon venant du passé,
les cônes vert ceux du futur.

plus on s'approche de l'horizon, plus les cônes sont déformés vers l'intérieur du trou noir. Cela signifie que la seule trajectoire possible pour un photon (et pour les autres particules) est de plonger vers la singularité.

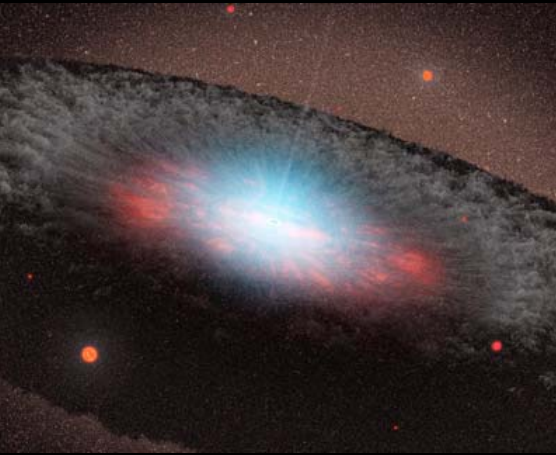
2 problèmes à résoudre:

cinématique du plongement
masse maximum d'une étoile à neutron



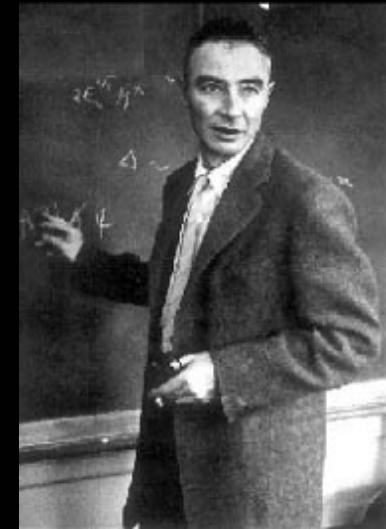
quelle est la masse maximale d'une étoile à neutron ?

19 février 1938 Landau fait publier dans *Nature* son article sur la masse minimale des « cœurs de neutrons » pour sauver sa peau



Oppenheimer professeur à Berkley et à Pasadena fait travailler ses post docs Serber et surtout Snyder et Volkoff sur le destin des étoiles massives après épuisement de H selon les travaux de Hans Bethe

les étoiles massives devant imploser à leur fin:
à quoi ressemblerait l'implosion vue par quelqu'un autour de l'étoile implosée?
à quoi ressemblerait-elle vue depuis sa surface?
quel serait l'état final de l'étoile?

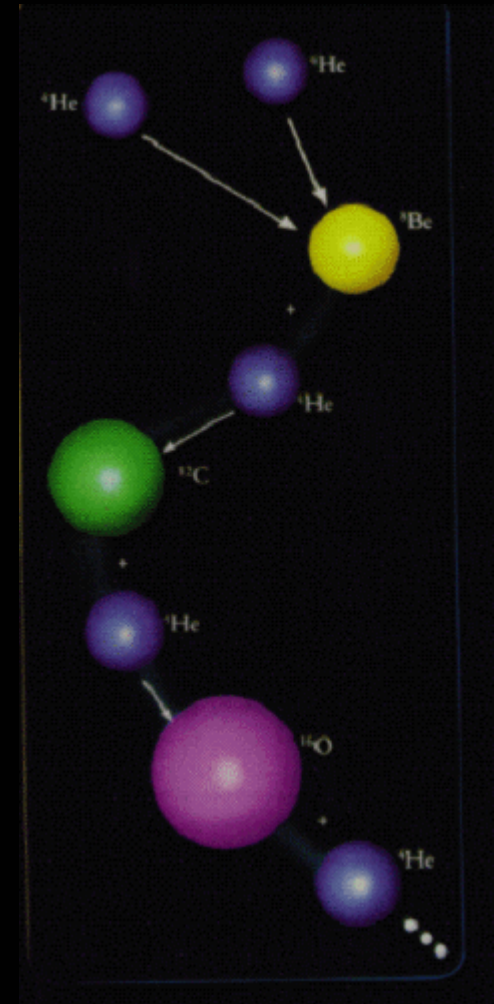


1939 Oppenheimer et Snyder qu'y a-t-il à l'intérieur d'un truc noir ?

1939 avec la métrique Tolman et Lemaître
équations de l'implosion complète d'une étoile sphérique
à l'extérieur, à l'intérieur, à la surface sans rotation de densité
uniforme et sans pression

pour un observateur à l'extérieur
la contraction de l'étoile ralentit
de plus en plus
quand l'étoile s'approche
de la circonférence critique
plus elle devient petite plus elle
implose lentement et semble figée à
la circonférence critique

conséquence de
la dilatation gravitationnelle
du temps
(ralentissement du cours du temps)
près de la circonférence critique



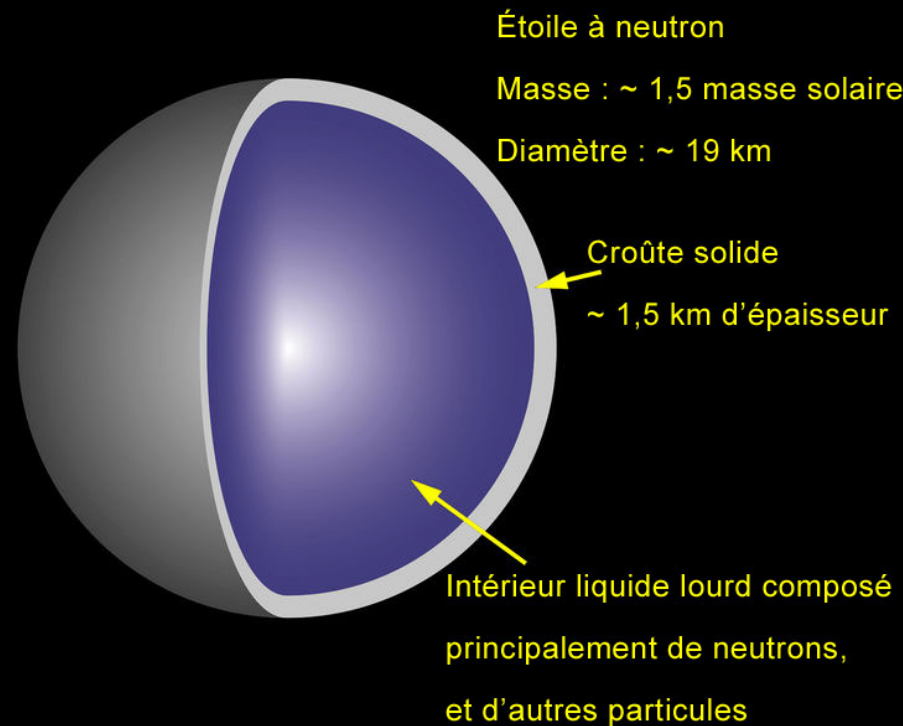
gravité extrêmement forte

pour un observateur situé à l'intérieur,
l'étoile ne se fige pas
selon sa masse (plusieurs MoS)
elle implose en une heure jusqu'à la circonférence critique
vue de la surface
elle continue à imploser en deçà vers des circonférences
de plus en plus petites et s'écrase en une densité infinie
avec un volume tendant vers zéro
et distorsion de l'espace temps

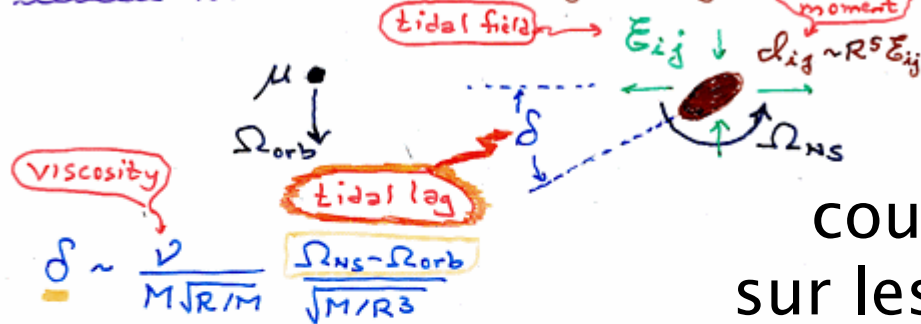
en 1939

il était difficile de comprendre
que l'implosion se fige dans le référentiel
extérieur statique et se poursuit
dans le référentiel à la surface

seuls Tolman et Landau crurent
à ces calculs pourtant exacts
ils seront repris par Wheeler
et Zeldovitch 20 ans plus tard



B. Neutron Star [19th Century Theory]



cours de Tip Thorne
 sur les étoiles à neutrons

Angular momentum transfer: orbit \leftrightarrow NS

$$\frac{dJ_{orb}}{dt} = - \frac{dJ_{NS}}{dt} = - \epsilon_{jab} d_{aj} E_{kb} \approx - d_{jk} E_{jk} \delta$$

$$\sim - (E_{jk})^2 R^5 \delta \sim - (\mu/r^3)^2 R^5 \delta$$

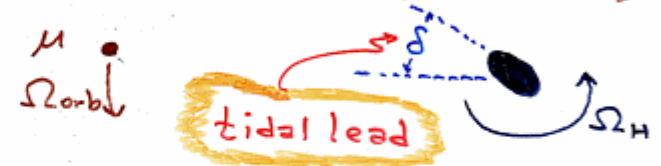
Measurable by LIGO only in last few orbits

[Kochanek, ApJ 398, 234 (1992); Bildsten & Cutler ApJ, 400, 175 (1992)]

C. Black Hole - Analyzed via Horizon Evolution

Hawking & Hartle, Commun Math Phys 27, 283 (1972)

Hartle, Phys Rev D, 8, 1010 (1973); 9, 2749 (1974)



$$\delta \sim - (\Omega_H - \Omega_{orb}) M$$

Angular momentum transfer: Orbit \rightarrow Hole

$$\frac{dJ_H/dt}{dJ_{orb}/dt} \sim - \frac{(\Omega_H - \Omega_{orb})}{\Omega_{orb}} \left(\frac{M}{r}\right)^4 \sim - \left[\frac{a}{M} \left(\frac{r}{M}\right)^{3/2} - 1 \right] \left(\frac{M}{r}\right)^4$$

2) ~ 0.05 1 month before plunge (40,000 cycles) **HUGE**

"on continued gravitational
contraction " Phys.Rev.

56.455-59

Oppenheimer et Snyder
publient en 1939 :

la théorie de l'effondrement gravitationnel

d'une masse sphérique en
dessous de son rayon de
Schwarzschild



le 2 août 1939
Einstein écrit à Roosevelt
pour lancer un programme
d'armement nucléaire

1955

(les spécialistes des étoiles à neutrons recentrent leurs ...activités)





l'étude des réactions
nucléaires des effondrements
d'étoiles
de la nucléosynthèse
donc de la fission puis de la
fusion atomique
dérivèrent fatalement vers la
conception de bombes !

le ranch d'Oppenheimer
était proche d'Alamogordo !

1954
procès Oppenheimer

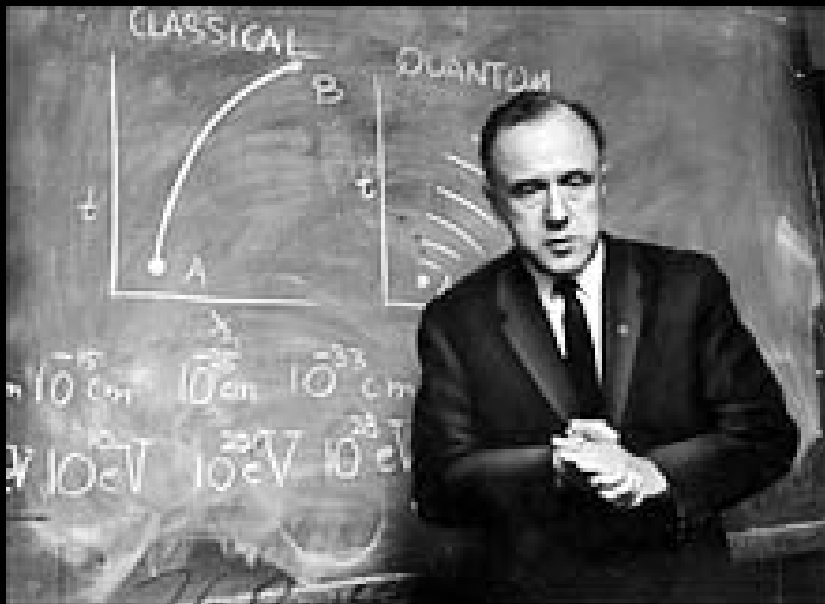
commence alors

l'âge d'or des trous noirs

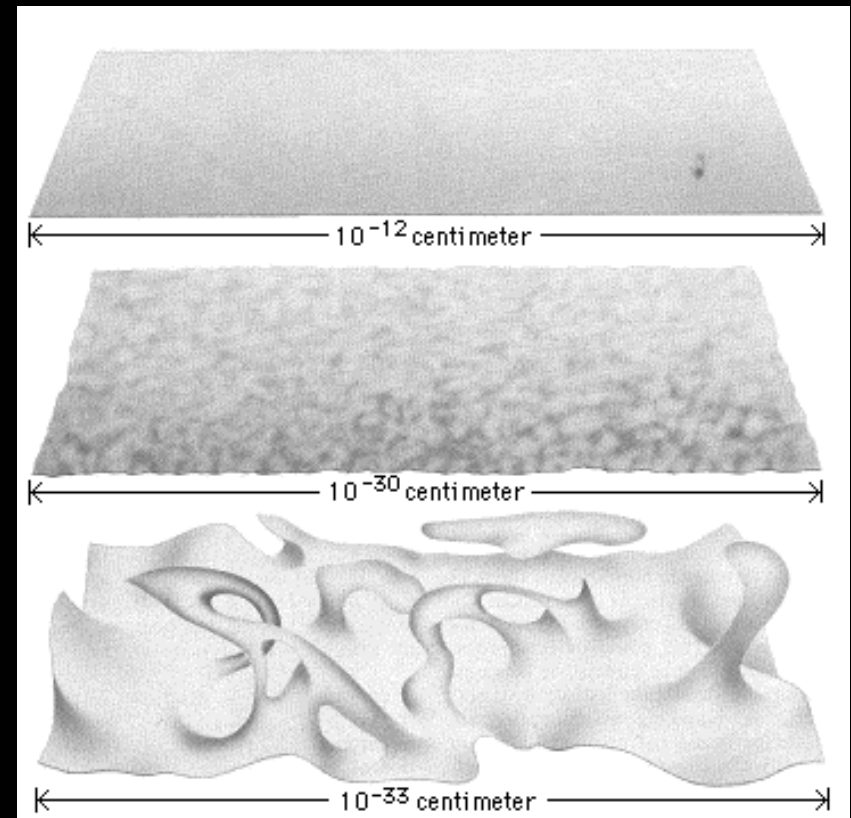


1955

Wheeler formule que le concept d'espace-temps est remplacé par celui de mousse quantique au delà de la longueur de Planck et accepte la notion de singularité non encore appelée « trou noir »



le continu et le discontinu



« Le fait que la théorie de la relativité générale d'Einstein s'avère prédire l'existence de singularités a conduit à **une crise en physique**. Les équations de la relativité générale, qui lient la courbure de l'espace-temps à la distribution de masse et d'énergie, ne sont pas définies en une singularité. Cela signifie que la relativité générale ne peut pas prédire ce qui se passe dans une singularité.

En particulier, la relativité générale est incapable de prédire comment l'Univers doit naître lors du dit big bang.

Ainsi **la relativité générale n'est pas une théorie complète**. Elle nécessite un ingrédient supplémentaire pour déterminer comment l'Univers doit naître et ce qui doit se passer quand la matière s'effondre sous l'effet de sa propre gravité.

Cet ingrédient supplémentaire semble être la mécanique quantique. »

S Hawking
Tokyo juillet 1991

Einstein montra en 1905 que lorsque la lumière tombe sur certains métaux l'émission de particules chargées diminuait avec l'intensité de la lumière mais non la vitesse de cette émission parce que cette lumière arrivait par paquets.

Heisenberg montra que cela signifiait qu'il est impossible de mesurer exactement la position d'une particule.

Pour la mesurer il fallait projeter de la lumière dessus: ce quantum va perturber la particule et lui conférer une certaine vitesse. Plus on cherchait à mesurer la particule avec exactitude plus l'énergie du quantum devait être grande et plus la perturbation était grande.

le principe d'incertitude d'Heisenberg montre que l'on ne pouvait pas mesurer avec précision la position d'une particule et donc prévoir son comportement à venir.

la théorie de la relativité générale est une
théorie classique: elle n'incorpore pas le
principe d'incertitude

$$\begin{cases} E = h\nu \\ p = h/\lambda \end{cases}$$

probabilité de
résultats des mesures

$$|\Psi(t)\rangle$$

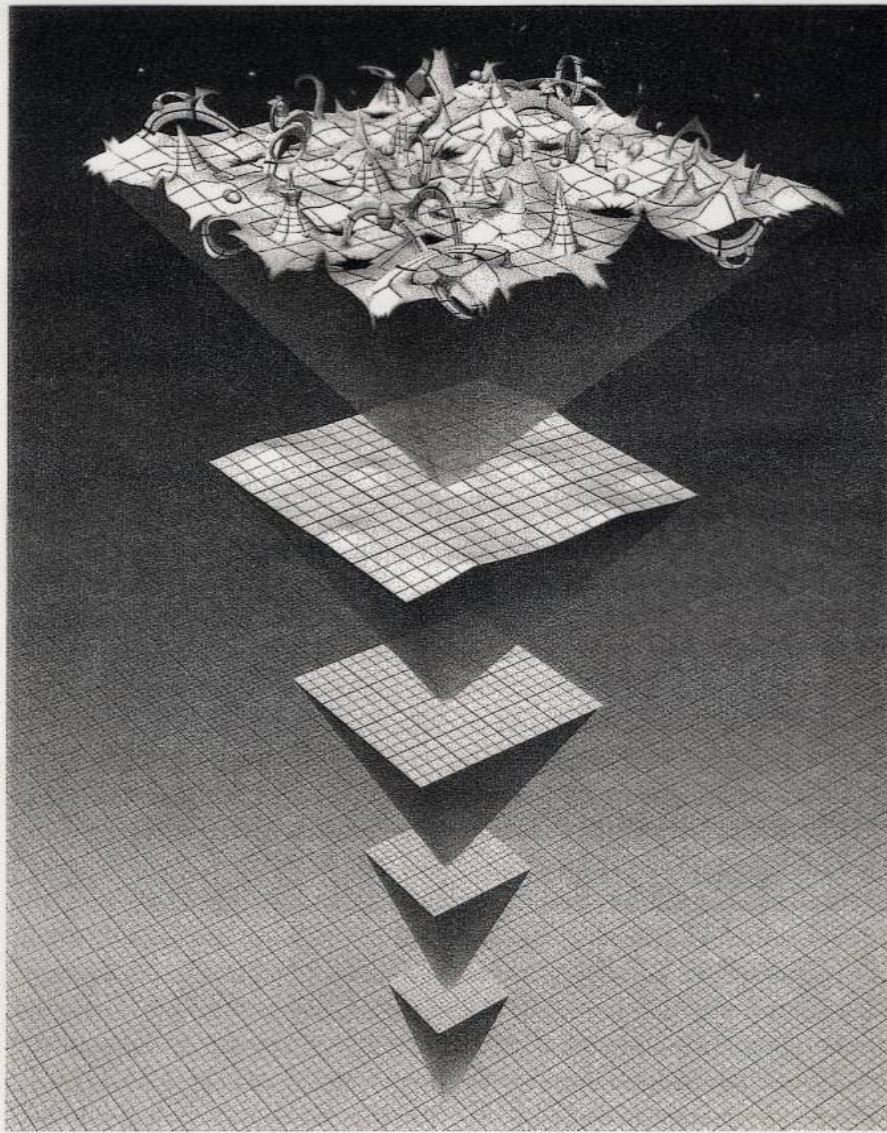
$$\hat{H} |\Psi(t)\rangle = i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} |\Psi(t)\rangle + V(\hat{\mathbf{r}}, t) |\Psi(t)\rangle$$

équation
onde-particule
Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}(\mathbf{x}, t) = \left(mc^2 \alpha_0 - i\hbar c \sum_{j=1}^3 \alpha_j \frac{\partial}{\partial x_j} \right) \psi(\mathbf{x}, t)$$

Dirac
anti-particules

Masse, longueur et temps de Planck:



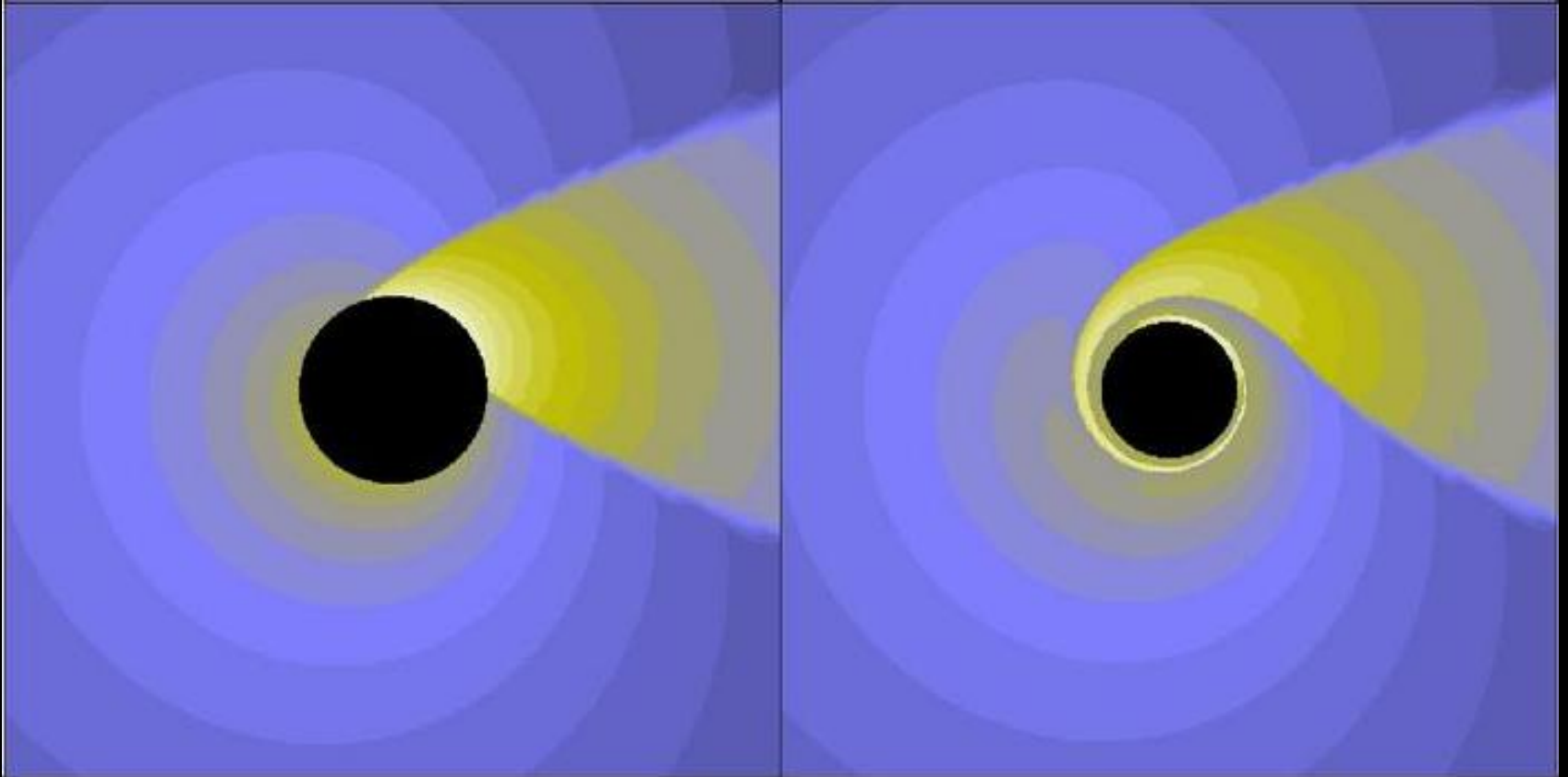
$$\ell_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \quad \ell_P = 1,616\ 24 \times 10^{-35}$$

$$t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \quad t_P = 5,391\ 21 \times 10^{-44}$$

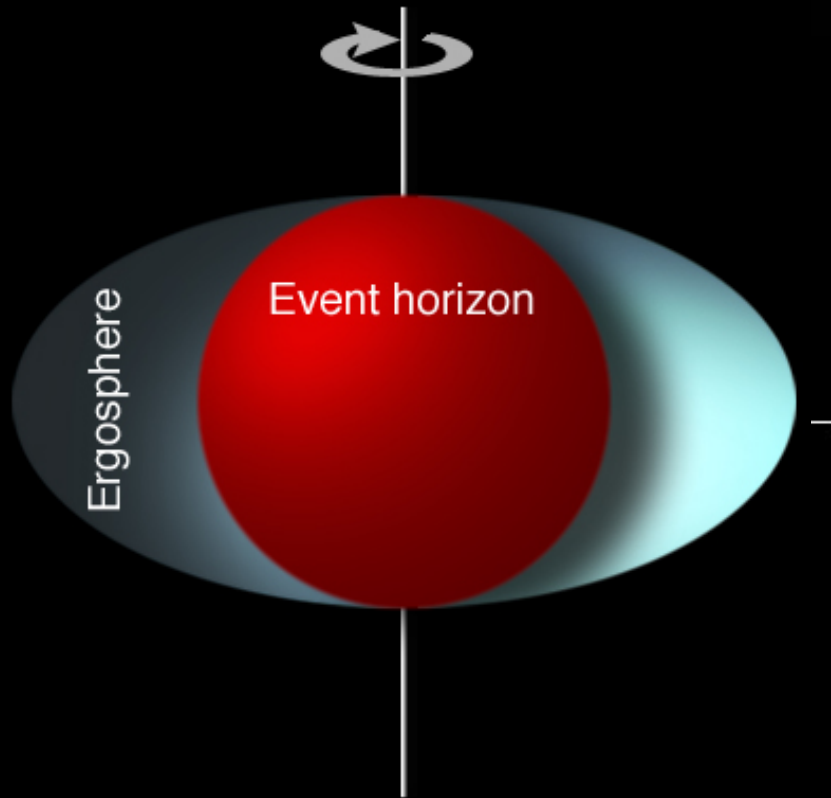
$$m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \quad m_P = 2,176 \times 10^{-8}$$

$$T_P = \frac{m_P c^2}{k} = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G k^2}} \quad T_P = 1,416\ 79 \times 10^{32}$$

rotation



1963 trou noir de Kerr



distorsion de l'espace-temps

Roy Kerr développa une théorie dans laquelle le truc TN est en rotation.

avec l'hypothèse que l'étoile a une vitesse angulaire, il calcula que les trucs TN (issus des étoiles) ont gardé cette vitesse.

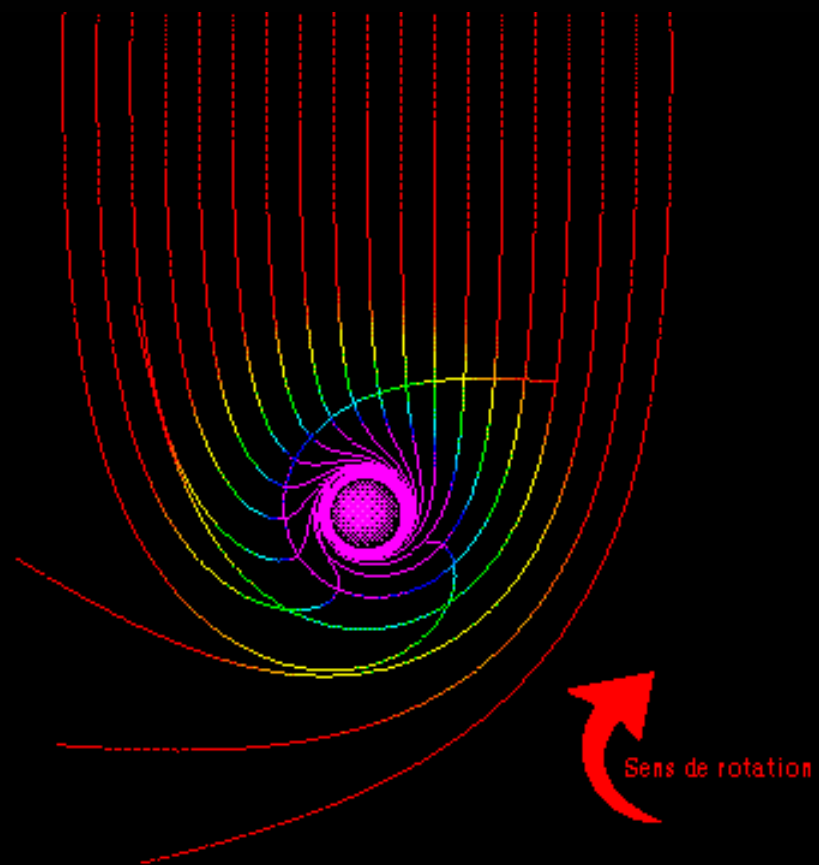
le truc TN en rotation a une influence sur l'espace-temps :

– le TN ne fait plus que déformer l'espace-temps, mais il "l'entoure" également sur lui-même

le trou noir de Kerr provoque une distorsion de l'espace-temps.

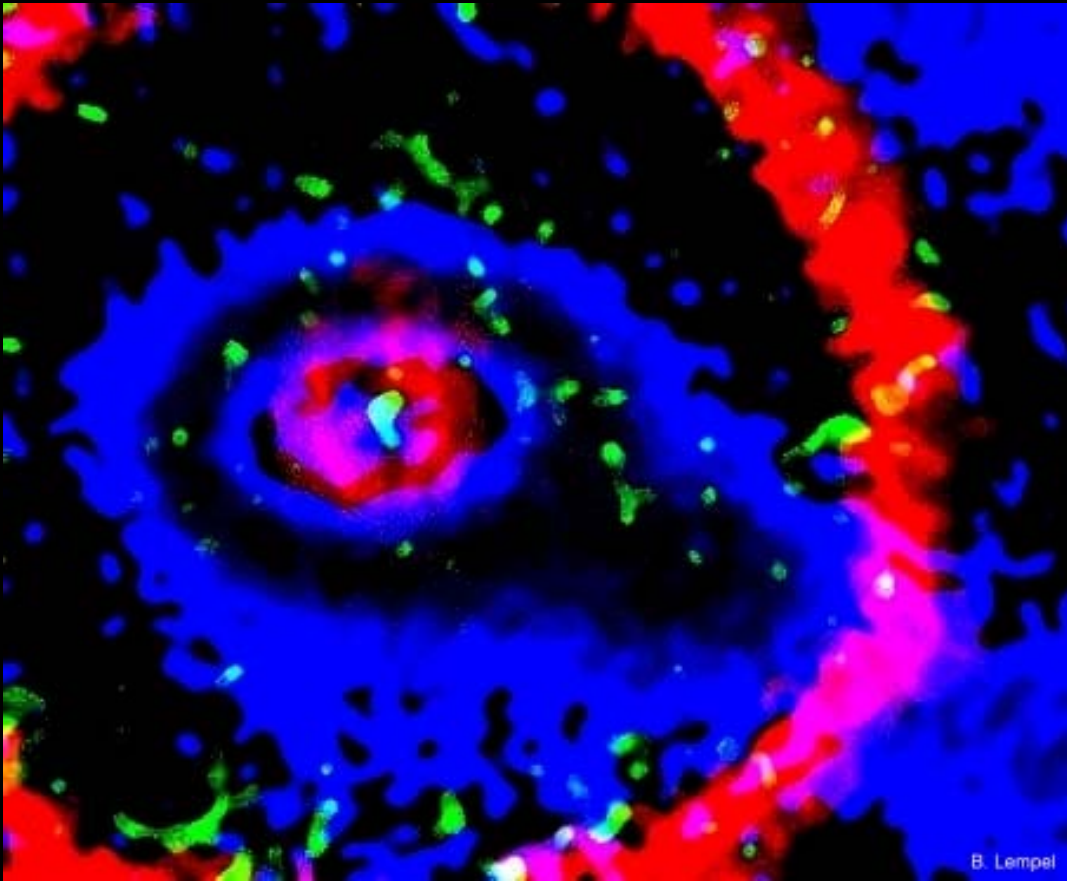
$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2} \right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2} \right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$$

$$r_{\pm} = M \pm \sqrt{M^2 - Q^2}$$



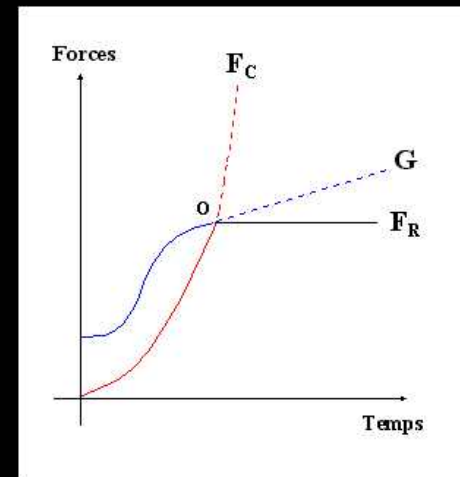
Roy Kerr et Brandon Carter





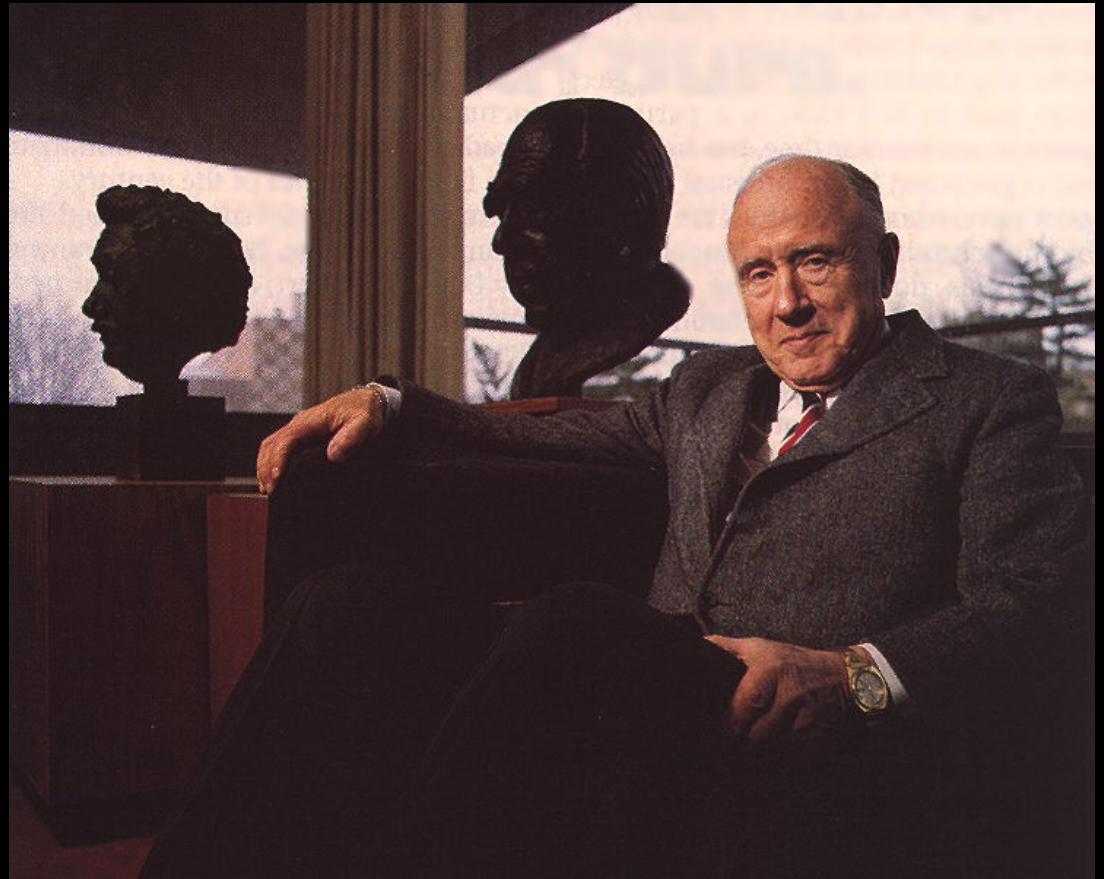
M87 VLT trou noir de Kerr revisité
Bernard Lempel

TNKR
gyroscope relativiste
"quasiment parfait"



Wheeler prononce pour la première fois les mots **black hole** le 29/12/1967 à New York

les scientifiques Français préféraient « astres occlus » ...



1968 le problème est posé: Einstein et Bohr = **la physique quantique est incontournable**

Hawking a 20 ans



1962

Hawking étudie
la Relativité Générale
et s'intéresse aux
divergences des équations de champs
singularités de l'espace-temps
(sujet de thèse) avec Sciama au IoA

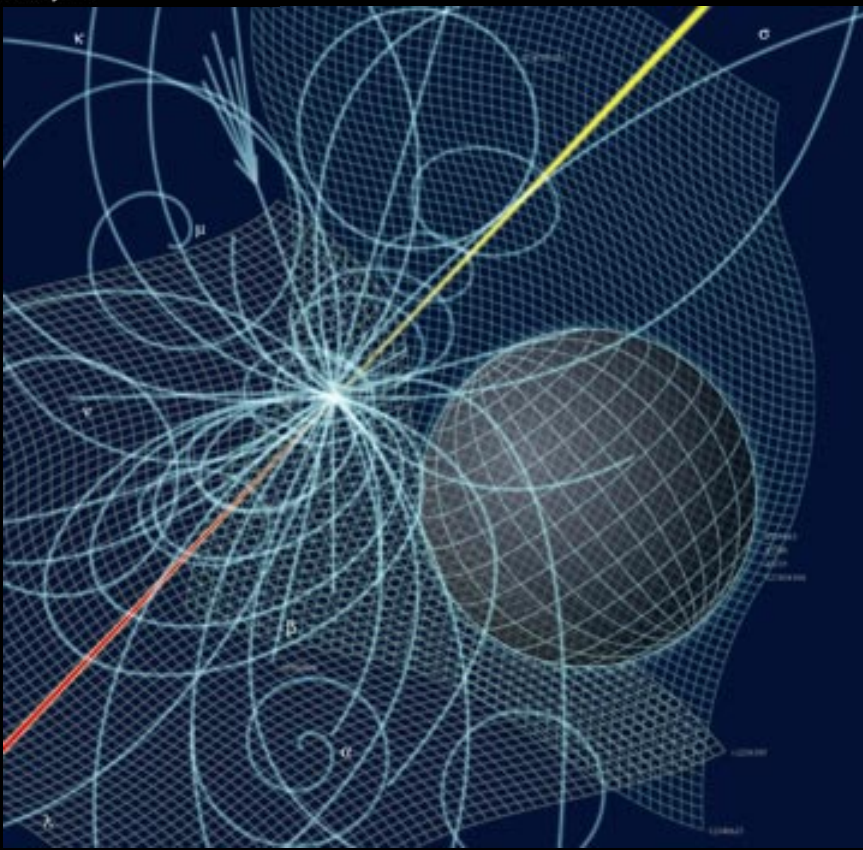


1. On the Hoyle-Narlikar Theory of Gravitation.
Proc. Roy. Soc. A286, 313 (1965).
2. Singularities in Homogeneous World Models.
with G. F. R. Ellis, *Phys. Lett.* **17**, 246 (1965).
3. Occurrence of Singularities in Open Universes.
Phys. Rev. Lett. **15**, 689 (1965).
4. Occurrence of Singularities in Cosmology, Part I.
Proc. Roy. Soc. A294, 490 (1966).
5. Occurrence of Singularities in Cosmology, Part II.
Proc. Roy. Soc. A295, 490 (1966).
6. Occurrence of Singularities in Cosmology, Part III.
Proc. Roy. Soc. A300, 187 (1967).
7. Singularities and the Geometry of Space-Time.
Adams Prize Essay, Cambridge University (1966).
8. Helium Production in Anisotropic Big Bang Universes.
with J. R. Taylor, *Nature* **209**, 1278 (1966).
9. Perturbations of an Expanding Universe.
Astrophys. J. **145**, 544 (1966).
10. Gravitational Radiation in an Expanding Universe.
J. Math. Phys. **9**, 598 (1968).
11. The Cosmic Black Body Radiation and the Existence of Singu
Universe.
with G. F. R. Ellis, *Astrophys. J.* **152**, 25 (1968).
12. The Existence of Cosmic Time Functions.
Proc. Roy. Soc. A308, 433 (1968).
13. The Conservation of Matter in General Relativity.
Commun. Math. Phys. **18**, 301 (1970).



Scanned at the American Institute of Physics

singularities in cosmology

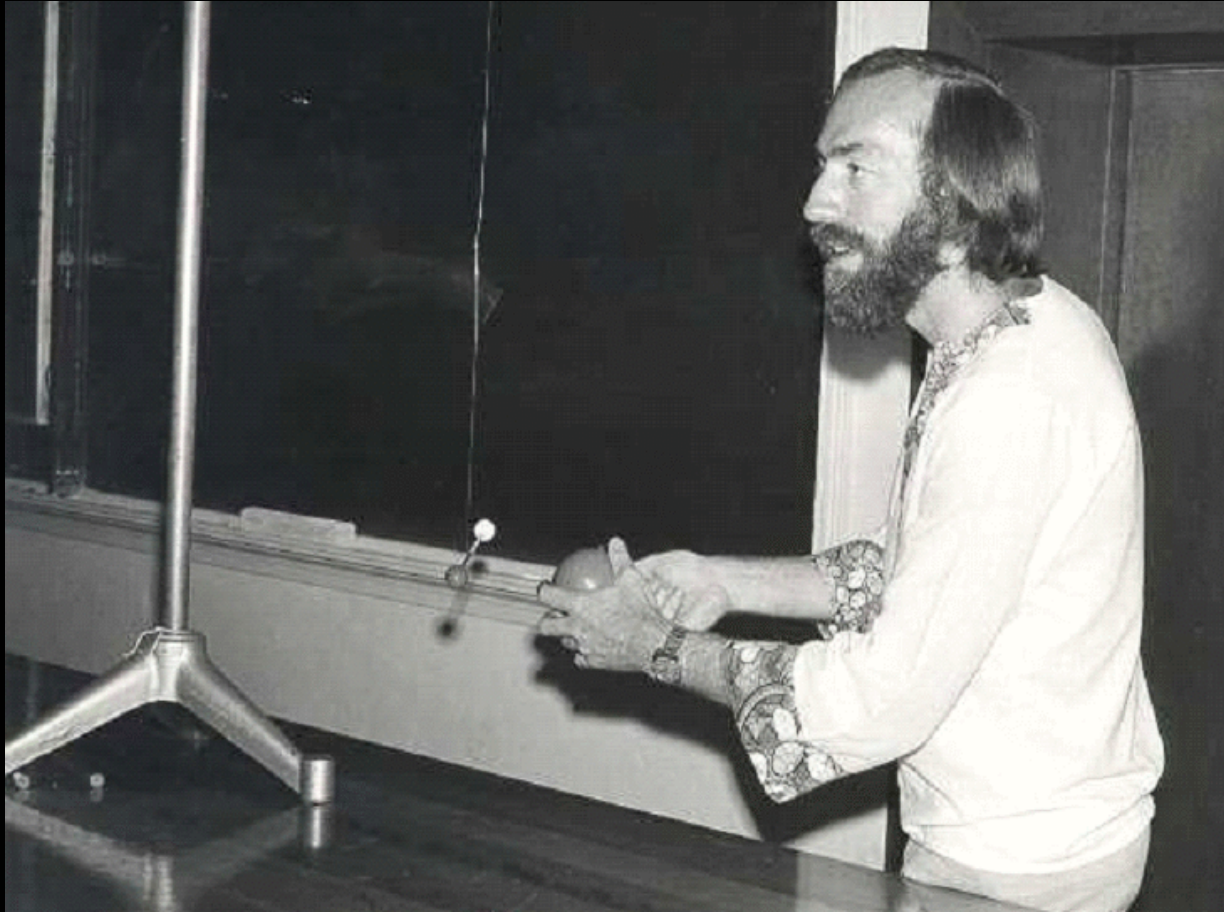


nouvelle approche des trous noirs



accidents de la topologie de l'espace-temps
(des endroits de singularités
là où l'espace-temps prend fin ou
est distordu)

1965
rencontre avec Kip Thorne

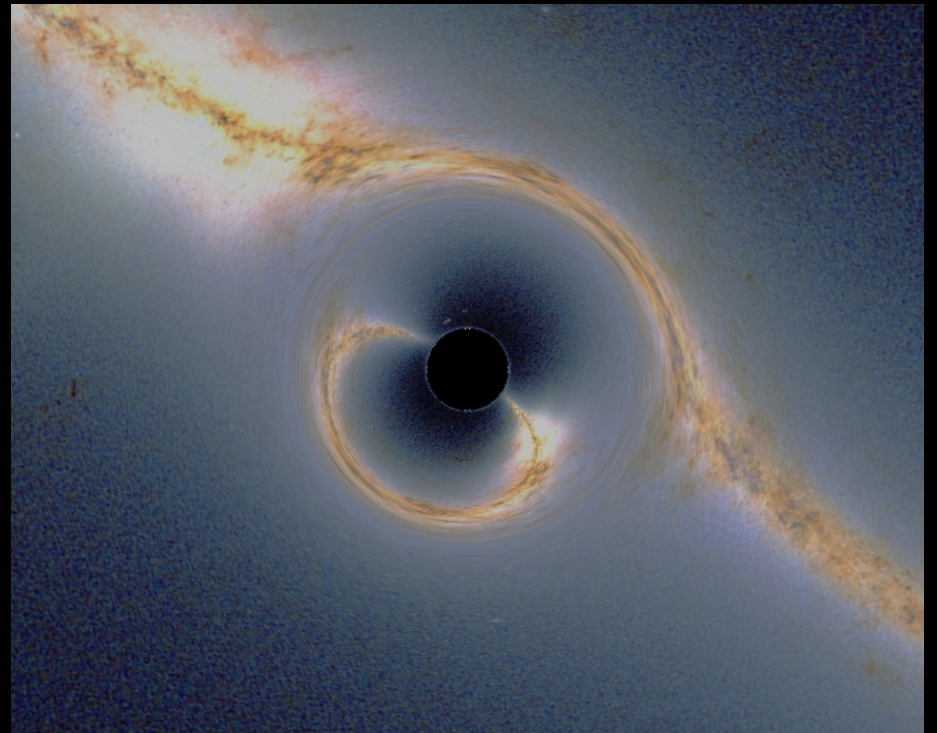






1969

Hawking démontre que la surface d'un trou noir ne peut qu'augmenter



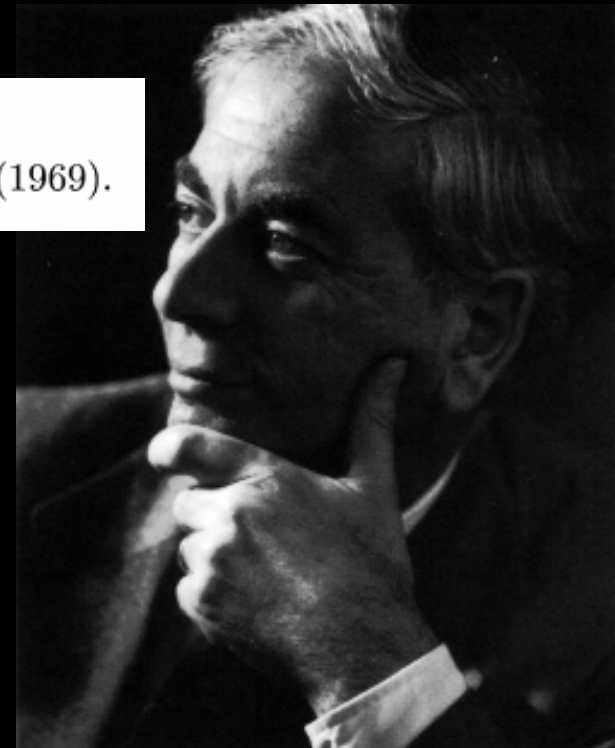


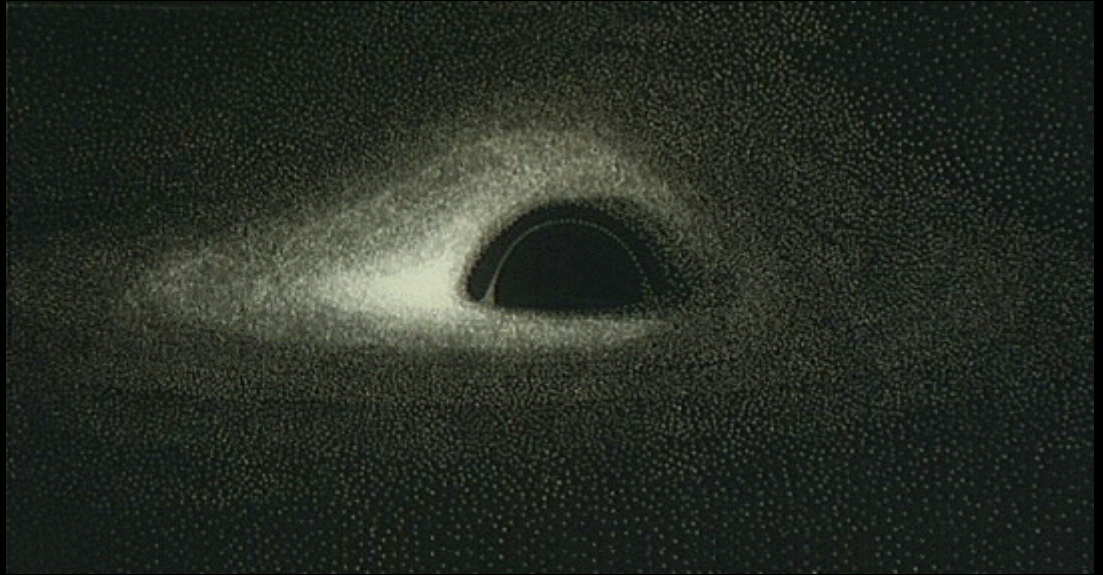
PhD

Singularities in Collapsing Stars and Universes.

with D. Sciama, *Comments on Astrophysics and Space Science* 1, 1 (1969).

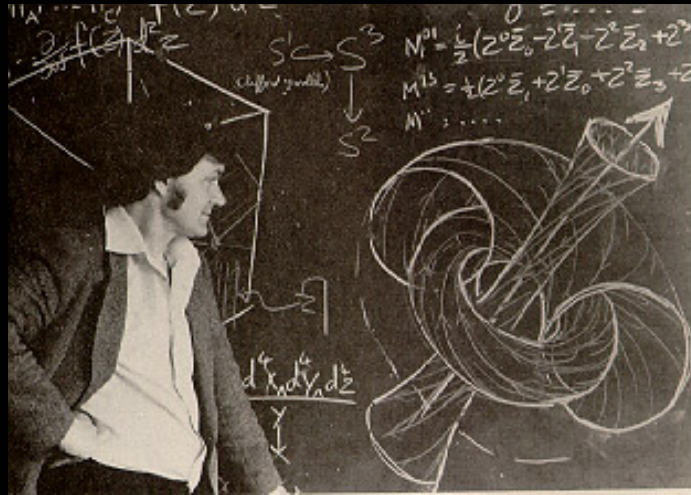
singularités dans l'effondrement des étoiles





novembre 1970
à force de calculs et de simulations,
Hawking découvrit
qu'en appliquant les lois de la physique quantique à la cosmologie,
il pouvait déterminer

la dimension des singularités !



1971 Hawking rencontre Roger Penrose

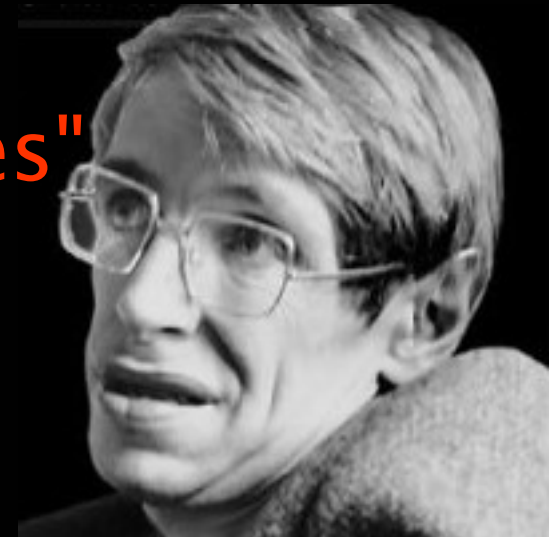
au Birkbeck College de Londres

les équations
de la relativité générale décrivant
l'effondrement gravitationnel d'un trou noir
jusqu'à la singularité

pouvaient être "retournées"

et décrire

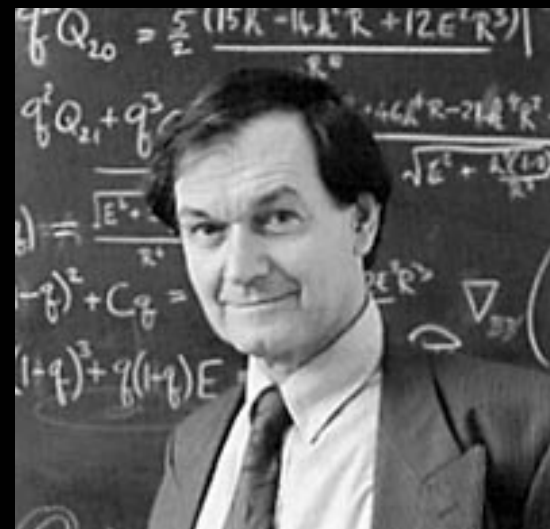
l'expansion de l'Univers
à partir d'une singularité.





il démontra que **mathématiquement**

**l'Univers est un trou noir
inversé dans le temps.**



1972 Penrose et Hawking démontrent qu'il existe
une **autre** singularité de densité infinie
et une courbure infinie de l'espace-temps

à l'intérieur d'un trou noir

les fluctuations de densité au pré inflation donnent les **mini trous noirs primordiaux**

1971, Hawking avança l'hypothèse que le phénomène dit de Big Bang aurait dispersé dans l'espace des mini-trous noirs d'une masse d'environ 10^9 tonnes et de la taille d'un proton (des trous noirs plus massifs de la taille d'une montagne).

des trous noirs aussi massifs que dix millions de soleil pouvaient également résider au centre des galaxies, ce qui expliquerait l'intense énergie émise par les radiogalaxies et les quasars.



1. On the Hoyle-Narlikar Theory of Gravitation.
Proc. Roy. Soc. A **286**, 313 (1965).
2. Singularities in Homogeneous World Models.
with G. F. R. Ellis, *Phys. Lett.* **17**, 246 (1965).
3. Occurrence of Singularities in Open Universes.
Phys. Rev. Lett. **15**, 689 (1965).
4. Occurrence of Singularities in Cosmology, Part I.
Proc. Roy. Soc. A **294**, 490 (1966).
5. Occurrence of Singularities in Cosmology, Part II.
Proc. Roy. Soc. A **295**, 490 (1966).
6. Occurrence of Singularities in Cosmology, Part III.
Proc. Roy. Soc. A **300**, 187 (1967).
7. Singularities and the Geometry of Space-Time.
Adams Prize Essay, Cambridge University (1966).
8. Helium Production in Anisotropic Big Bang Universes.
with J. R. Taylor, *Nature* **209**, 1278 (1966).
9. Perturbations of an Expanding Universe.
Astrophys. J. **145**, 544 (1966).
10. Gravitational Radiation in an Expanding Universe.
J. Math. Phys. **9**, 598 (1968).
11. The Cosmic Black Body Radiation and the Existence
of Singular Universe.
with G. F. R. Ellis, *Astrophys. J.* **152**, 25 (1968).
12. The Existence of Cosmic Time Functions.
Proc. Roy. Soc. A **308**, 433 (1968).
13. The Conservation of Matter in General Relativity.
Commun. Math. Phys. **18**, 301 (1970).
14. On the Rotation of the Universe.
Mon. Not. Roy. Astr. Soc. **142**, 129 (1969).
15. The Singularities of Gravitational Collapse and Cosmology.
with R. Penrose, *Proc. Roy. Soc. A* **314**, 529 (1970).
16. Stable and Generic Properties in General Relativity.
General Relativity and Gravitation **1**, 121 (1970).
17. Singularities in Collapsing Stars and Universes.
with D. Sciama, *Comments on Astrophysics and Space Science* **1**, 1 (1969).
18. Gravitationally Collapsing Objects of Very Low Mass.
Mon. Not. Roy. Astr. Soc. **152**, 75 (1971).
19. The Definition and Occurrence of Singularities in General Relativity.
Lecture notes in Mathematics **209**, Proceedings of Liverpool Singularities Symposium II, Springer-Verlag (1971).
20. Black Holes, Gravity Research Foundation.
First Award Essay (1971).
21. Theory of the Detection of Short Burst of Gravitational Radiation.
with G. W. Gibbons, *Phys. Rev. D* **4**, 2191 (1971).
22. Gravitational Radiation from Colliding Black Holes.
Phys. Rev. Lett. **26**, 1344 (1971).
23. Black Holes in General Relativity.
Commun. Math. Phys. **25**, 152 (1972).
24. Black Holes in the Brans-Dicke Theory of Gravitation.
Commun. Math. Phys. **25**, 167 (1972).
25. Gravitational Radiation : The Theoretical Aspect.
Contemporary Physics **13**, 273 (1972).
26. Evidence for Black Holes in Binary Star Systems.
with G. W. Gibbons, *Nature* **232**, 465 (1971).
27. Solution of the Einstein-Maxwell Equations with Many Black Holes.
with J. B. Hartle, *Commun. Math. Phys.* **26**, 87 (1972).

BLACK HOLES IN THE EARLY UNIVERSE

B. J. Carr and S. W. Hawking

(Received 1974 February 25)

SUMMARY

The existence of galaxies today implies that the early Universe must have been inhomogeneous. Some regions might have got so compressed that they underwent gravitational collapse to produce black holes. Once formed, black holes in the early Universe would grow by accreting nearby matter. A first estimate suggests that they might grow at the same rate as the Universe during the radiation era and be of the order of 10^{15} to 10^{17} solar masses now. The observational evidence however is against the existence of such giant black holes. This motivates a more detailed study of the rate of accretion which shows that black holes will not in fact substantially increase their original mass by accretion. There could thus be primordial black holes around now with masses from 10^{-5} g upwards.

1. INTRODUCTION

Black holes are normally thought of as being produced by the collapse of stars or possibly galactic nuclei. However, one would also expect there to be a certain number of black holes with masses from 10^{-5} g upwards which were formed in the early stages of the Universe (Hawking 1971). This is because the existence of galaxies implies that there must have been departures from homogeneity and isotropy at all times in the history of the Universe. These could have been very large in the early stages and even if they were small on average there would be occasional regions in which they were large. One would therefore expect at least a few regions to become sufficiently compressed for gravitational attraction to overcome pressure forces and the velocity of expansion and cause collapse to a black hole. We shall refer to such black holes as primordial.

A region in the early Universe of radius R has a potential energy of self-gravitation

$$\Omega \sim -\mu^2 R^5$$

and kinetic energy of expansion

$$T \sim \mu R^3 \dot{R}^2$$

where μ is the energy density and units are such that $G = c = 1$. In a $k = 0$ Friedmann universe the sum of these energies is zero. Thus

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 \sim \mu.$$

In the radiation epoch, when most of the particles are relativistic, the pressure p is $\frac{1}{3}\mu$ and μ is proportional to R^{-4} . Thus

$$\mu \sim t^{-2}, \quad R \propto t^{1/2}.$$

In the very early stages ($t < 10^{-4}$ s) it is possible that the number of different

species of particles present may increase very sharply (Hagedorn 1970). This could mean that most of the particles were non-relativistic and that p was of the order $\log \mu \ll \mu$. In this case

$$\mu \sim t^{-2}, \quad R \propto t^{2/3}.$$

If the density in a region is somewhat higher than average or the rate of expansion somewhat lower, the gravitational forces may be able to halt the expansion by overcoming both the kinetic energy of expansion and the pressure forces. To overcome the pressure forces requires that the gravitational energy, $-\Omega$, should be greater than the internal energy U . When $p = \frac{1}{3}\mu$, $U \sim \mu R^3$ and so a necessary condition for collapse is $\mu R^2 > \sim 1$. When $p \sim \mu_0 \log \mu/\mu_0$, $U \sim \mu_0 R^3 \log \mu/\mu_0$. Thus a necessary condition for collapse is

$$\mu R^2 > \sim \frac{\mu_0}{\mu} \log \frac{\mu}{\mu_0}.$$

(The constant μ_0 is about 10^{14} g cm $^{-3}$.) These inequalities place a lower limit on the size of a region that can undergo gravitational collapse. This limit is just the Jean's length for the epoch in question. A region that is about to collapse has also an upper limit to its size at the moment at which it begins to contract. To see how this arises, consider a spacelike hypersurface orthogonal to the matter flow which crosses the region at the moment when the rate of expansion is zero. The $R^{00} - \frac{1}{2}g^{00}R = 8\pi T^{00}$ constraint equation implies that the 3-geometry of this hypersurface has positive curvature of order μ in the region where the rate of expansion is zero. If this positive curvature extended over a sufficiently large region, the spacelike hypersurface would close up on itself to form a disconnected compact 3-space of radius about $\mu^{-1/2}$. In this case the region would form a separate closed universe which was completely disconnected from our Universe. Such a situation would not correspond to a black hole formed by collapse of matter in our Universe. This shows that for black hole formation $\mu R^2 < \sim 1$. Together with the previous conditions this implies that at the moment of recollapse $\mu R^2 \sim 1$ for the case $p = \frac{1}{3}\mu$ and $\mu_0/\mu \log \mu/\mu_0 < \mu R^2 < \sim 1$ for the case $p \sim \mu_0 \log \mu/\mu_0$. One can interpret these conditions in the following way. The energy density μ is of order t^{-2} in both cases. Thus $\mu R^2 \sim 1$ implies $R \propto t$. This shows that, in the $p = \frac{1}{3}\mu$ case, the size of the region at the moment of recollapse must be of order of that of the particle horizon, the distance light could have travelled since the beginning of the Universe. In the $p \ll \mu$ case, it could be much smaller.

The condition that the region should be within its Schwarzschild radius is that the mass ($\sim \mu R^3$) should be greater than the radius R , i.e. $\mu R^2 > 1$. Thus in the $p = \frac{1}{3}\mu$ case the region would be within a (future-directed) trapped surface and so would be a black hole at about the time when it began to recollapse. On the other hand in the $p \ll \mu$ case, a region smaller than the particle horizon which begun to recollapse would have to contract quite a lot before it became a black hole. In fact random turbulent motions might prevent it from ever collapsing sufficiently.

The earliest time at which one can hope to apply classical general relativity is the Planck time $\sqrt{G\hbar}/c^5 \sim 10^{-43}$ s. A black hole formed at this time would have an initial mass of about 10^{-5} g and radius 10^{-33} cm. A black hole formed at the time of Helium formation when the temperature was 10^9 K would have a mass of about 10^7 solar masses.

After the formation of a black hole in the early Universe one would expect

l'analogie entre les propriétés des trous noirs et les lois de la thermodynamique

est étudiée par James Bardeen, Brandon Carter et Hawking

la première loi de la thermodynamique stipule qu'un léger changement d'un système s'accompagne d'un changement proportionnel dans son énergie

le fait de la proportionnalité s'appelle **la température** du système

les 3 physiciens découvrent qu'une loi semblable lie
le changement de masse d'un trou noir à un changement de l'aire de l'horizon
le facteur de proportionnalité est appelé « **gravité de surface** »
qui mesure l'intensité du champ gravitationnel à l'horizon d'évènements
selon l'analogie aire d'horizon-entropie

la gravité de surface est analogue à la température

l'entropie des trous noirs

en novembre 1970, grâce à sa collaboration avec Penrose, Hawking comprend comment se comportent les trous noirs en collision en terme d'énergies additionnées $(M + M')c^2$

d'après $E = mc^2$

lors de leur collision, les deux trous noirs vont vraisemblablement rayonner une quantité non négligeable d'énergie sous forme d'ondes gravitationnelles.

l'étude de Hawking avait pour but de déterminer quel « rendement » optimal l'on pouvait tirer

le résultat trouvé par Hawking fut surprenant et très général : quelles que soient les masses, les charges électriques et les moment cinétiques des deux trous noirs, la quantité maximale d'énergie qu'ils pouvaient rayonner était telle que

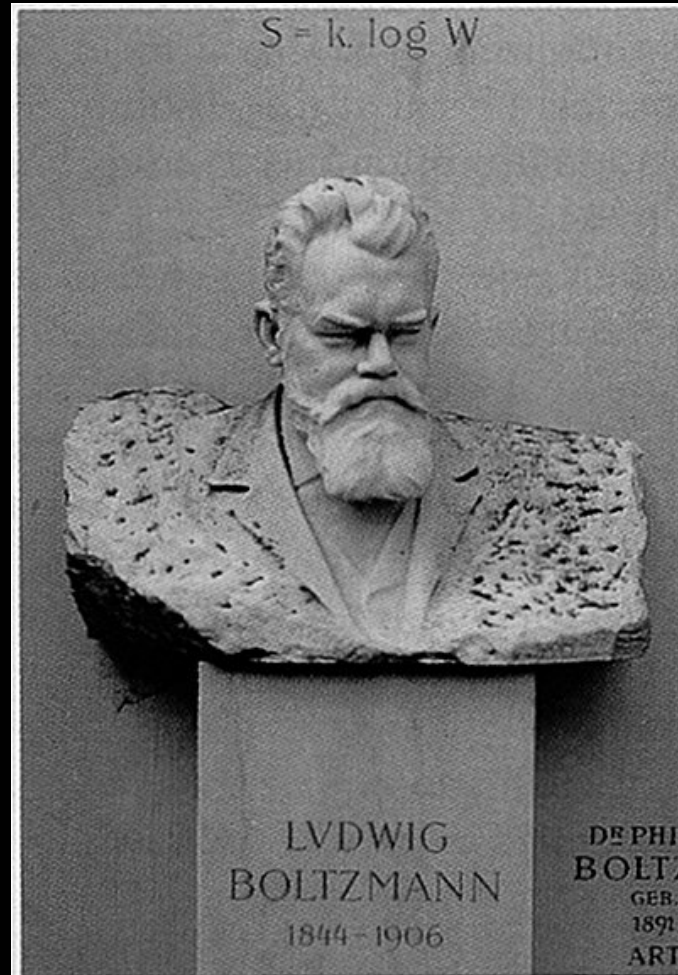
la surface du trou noir final devait être **supérieure** à la **somme** des deux surfaces des trous noirs

Boltzmann's equation:

$$S = k \log W$$

Key

S entropy
k Boltzmann's constant
log natural logarithm
W number of possible
'states' of a system



Hawking's equation:

$$S = \frac{\pi A k c^3}{2 h G}$$

Key

S entropy
h the Planck constant
G Newton's constant
A area of event horizon
c speed of light
k Boltzmann's constant

MECHANICS AND EQUILIBRIUM GEOMETRY OF BLACK HOLES, MEMBRANES, AND STRINGS.

B. Carter.

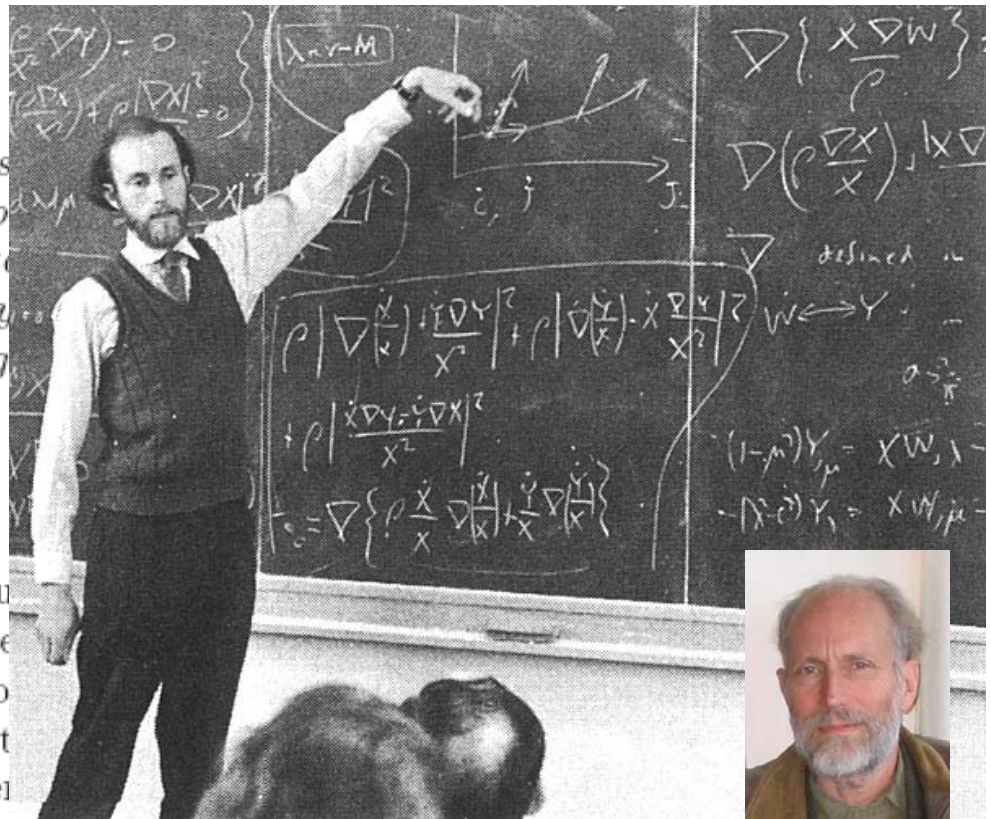
Dept. of Relativistic Astrophysics and Cosmology,
C.N.R.S., Observatoire de Paris,
92 Meudon, France.

cette formule
est publiée
dans Nature
248 de 1974

Abstract. *This course is an introduction to the classical theory of membranes (which are like the horizons of black holes) and to dynamical systems based on a dynamical system given to the study of the geometry of the membranes.*

Preface.

The purpose of this course is to give an introduction to the classical theory of membranes and to the more recently developed topic of membranes for which many of the topics of the course will be to concern examples, and to distinguish as clearly as possible what has been completely proved from what has only been partly established or merely conjectured



somme de trous noirs

la surface du trou noir final devait être supérieure ou égale à la somme des deux surfaces des trous noirs.

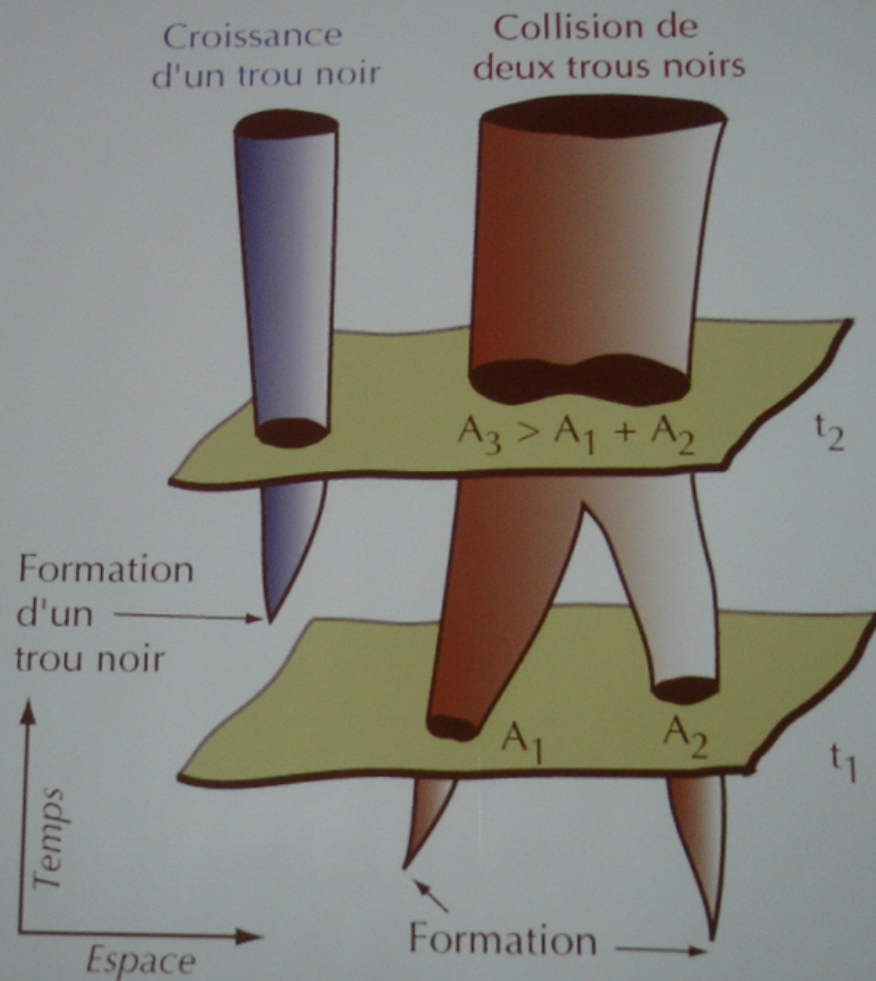
Un tel résultat présentait une analogie avec le second principe de la thermodynamique, qui stipule que l'entropie d'un système ne peut que croître au cours du temps.

il était donc tentant d'associer à un trou noir une entropie proportionnelle à sa surface,

mais la thermodynamique indique qu'un système physique auquel on associe une entropie doit également posséder une certaine température. un objet porté à une température non nulle émet un certain rayonnement électromagnétique.

à l'inverse, un trou noir est un objet qui par définition n'émet aucune forme de matière ou de rayonnement. Il semblait donc y avoir **impossibilité de pouvoir associer** de quelque manière que ce soit une entropie aux trous noirs (rayonnement impossible).

2^e loi de la
dynamique
des trous noirs
croissance de
l'aire



Bekenstein Entropy: preliminaries

Black Hole Entropy

PHYSICAL REVIEW D

VOLUME 7, NUMBER 8

15 APRIL 1973

Black Holes and Entropy*

Jacob D. Bekenstein†

*Joseph Henry Laboratories, Princeton University, Princeton, New Jersey 08540
and Center for Relativity Theory, The University of Texas at Austin, Austin, Texas 787121*
(Received 2 November 1972)

There are a number of similarities between black-hole physics and thermodynamics. Most striking is the similarity in the behaviors of black-hole area and of entropy: Both quantities tend to increase irreversibly. In this paper we make this similarity the basis of a thermodynamic approach to black-hole physics. After a brief review of the elements of the theory of information, we discuss black-hole physics from the point of view of information theory. We show that it is natural to introduce the concept of black-hole entropy as the measure of information about a black-hole interior which is inaccessible to an exterior observer. Considerations of simplicity and consistency, and dimensional arguments indicate that the black-hole entropy is equal to the ratio of the black-hole area to the square of the Planck length times a dimensionless constant of order unity. A different approach making use of the specific properties of Kerr black holes and of concepts from information theory leads to the same conclusion, and suggests a definite value for the constant. The physical content of the concept of black-hole entropy derives from the following generalized version of the second law: When common entropy goes down a black hole, the common entropy in the black-hole exterior plus the black-hole entropy never decreases. The validity of this version of the second law is supported by an argument from information theory as well as by several examples.

$$\alpha = \text{rationalized area} = \frac{A}{4\pi}$$

$$S_{\text{BH}} = f(\alpha)$$

$$M_{\text{ir}} = \left(\frac{A}{16\pi} \right)^{1/2}$$

qu'est-ce que l'entropie d'un trou noir?

1972

l'étudiant Jacob Bekenstein **suggère** que lorsqu'un trou noir est créé par effondrement gravitationnel il s'installe dans un état stationnaire caractérisé par seulement 3 paramètres:

la masse, le moment angulaire, et sa charge électrique

hormis ces 3 valeurs le trou noir ne conserve aucune des caractéristiques de l'objet effondré

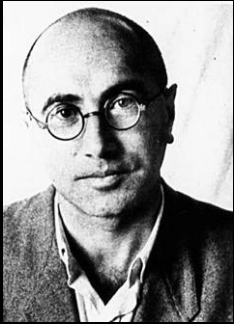
la suggestion devient un théorème **démontré** par Davis Robinson, Brandon Carter, Werner Israel et Hawking



No Hair Theorem

Stationary black holes are characterised by mass M , angular momentum J and electric charge Q .

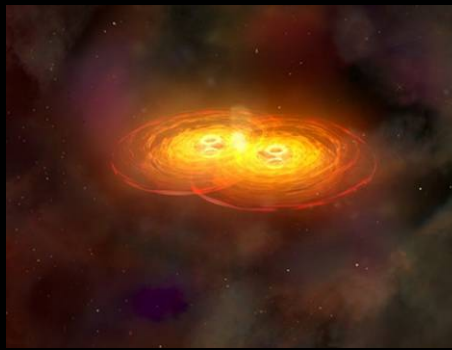
un trou noir en rotation doit rayonner



en 1973

Kip Thorne amène Hawking à Moscou voir Zelkovich pour valider ses idées sur l'évaporation des trous noirs
« un trou noir doit rayonner quand les fluctuations du vide chatouille son horizon »





contradictions entropie d'un trou noir

les trous noirs ne sont caractérisés que par trois grandeurs physiques:
la masse, la charge et la vitesse de rotation.

toute matière qui tombe dans un trou noir perd toutes ses caractéristiques,
et notamment son entropie, qui est une mesure du désordre d'un système.

d'après le second principe de la thermodynamique,
l'entropie d'un système fermé ne peut que croître.

en 1972, Stephen Hawking montre que la surface de l'horizon d'un trou noir ne peut pas décroître.

en particulier, si deux trous noirs fusionnent entre eux, la surface de l'horizon final
ne peut pas être inférieure à la somme des surface des deux horizons originaux.

Jacob Bekenstein, fait alors l'analogie entre l'horizon qui ne peut que croître et l'entropie.

Il associe la surface de l'horizon du trou noir à une mesure de l'entropie afin de
sauvegarder le second principe de la thermodynamique.

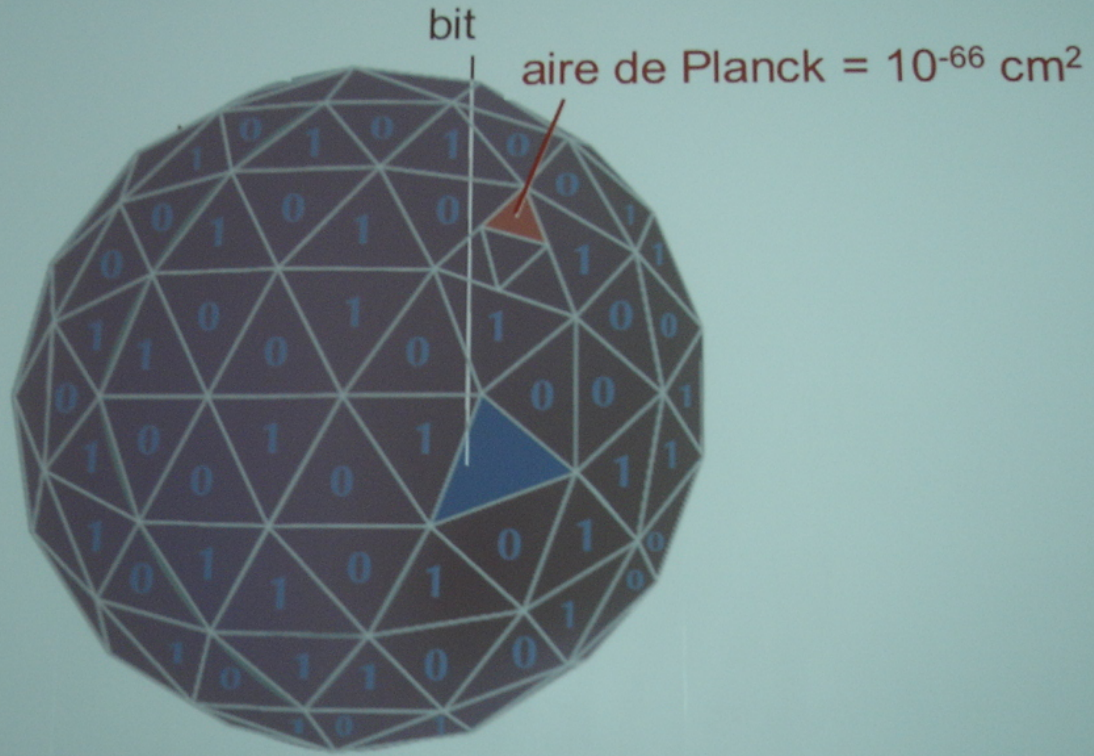
la thermodynamique des trous noirs

Jacob Bekenstein étudia la variation des paramètres décrivant un trou noir lors de l'absorption par celui-ci d'une particule élémentaire.

si on suppose la particule strictement ponctuelle, alors pour certaines trajectoires de celle-ci, la surface du trou noir pouvait rester constante, mais que dès que l'on tient compte que toute particule élémentaire a une certaine extension spatiale par la mécanique quantique (longueur d'onde de Compton), alors la surface d'un trou noir augmente nécessairement lors de l'absorption de la particule, et ce d'une quantité proportionnelle à une fraction de la surface de Planck.

En assignant heuristiquement un bit d'information à une particule élémentaire, il devenait tentant d'affirmer que la surface d'un trou noir était une mesure de la quantité d'information absorbée par celui-ci

aire = entropie ?



entropie $S = A/4$

l'erreur de Beckenstein

Hawking-Beckenstein debate (1972)

Hawking: the analogy between the area theorem and the 2nd law of thermodynamics is just a matter of coincidence.

Beckenstein: I am not convinced. Nowhere in nature the 2nd law of thermodynamics is violated. Why black holes would be an exception? I believe that the area of black holes is actually a manifestation of their entropy.

Wheeler (Beckenstein's thesis advisor) to **Beckenstein**: Your idea is just so crazy that it might actually be true..

Hawking: if a BH has entropy, it must have a temperature, and if it has a temperature it must radiate like a blackbody. But if nothing can escape from a BH, how can it radiate?

évaporation quantique des trous noirs!

1974

Hawking

propose sa théorie sur l'évaporation quantique des trous noirs, en appliquant les lois de la physique quantique aux particules se matérialisant près de la surface du trou noir et les lois de la gravitation au trou noir lui-même.

"black holes ain't black"



28. Energy and Angular Momentum Flow into a Black Holes.
with J. B. Hartle, *Commun. Math. Phys.* **27**, 283 (1972).
29. Why is the Universe Isotropic?.
with C. B. Collins, *Astrophys. J.* **180**, 317 (1973).
30. The Four Laws of Black Hole Mechanics.
with J. M. Bardeen and B. Carter, *Commun. Math. Phys.* **31**, 161 (1973).
31. The Large Scale Structure of Space-Time.
with G. F. R. Ellis, Cambridge University Press (1973).
32. The Event Horizon.
Black Holes, eds. DeWitt and DeWitt, Gordon and Breach (1973).
33. The Rotation and Distortion of the Universe.
with C. B. Collins, *Mon. Not. Roy. Astr. Soc.* **162**, 307 (1973).
34. A Variational Principle for Black Holes.
Commun. Math. Phys. 323 (1973).
35. Causally Continuous Space-Times.
with R. K. Sachs, *Commun. Math. Phys.* **35**, 287 (1974).
36. Black Hole Explosions.
Nature **248**, 30 (1974).
37. The Analogy between Black-Hole Mechanics and Thermodynamics.
Annals of the New York Academy of Sciences 4268 (1973).
38. Particle Creation by Black Holes.
Commun. Math. Phys. **43**, 199 (1975).
39. Black Holes aren't Black.
Gravity Research Foundation Award Essay (1974).
40. Black Holes in the Early Universe.
with B. J. Carr, *Mon. Not. Roy. Astr. Soc.* **168**, 399 (1974).
41. The Anisotropy of the Universe at Large Times.
Proceedings of the I. A. U. Symposium on Cosmology (1973).



38. Particle Creation by Black Holes.
Commun. Math. Phys. **43**, 199 (1975).
39. Black Holes aren't Black.
Gravity Research Foundation Award Essay (1974).
40. Black Holes in the Early Universe.
with B. J. Carr, *Mon. Not. Roy. Astr. Soc.* **168**, 399 (1974).

Hawking réalise la connexion entre gravitation thermodynamique et gravitation

$$\Delta E \cdot \Delta T > h/4\pi$$

**fluctuation
du vide quantique**

**principe d'incertitude
d'Heisenberg**

l'énergie du vide, que l'on suppose nulle, ne peut être définie qu'à ΔE près pendant un temps ΔT avec la relation $\Delta E \cdot \Delta T > h/4\pi$ où h est la constante de Planck.

des paires particules/antiparticules d'énergie ΔE vont donc se créer et s'associer en permanence, avec une durée de vie de l'ordre de $h/\Delta T$ une des deux particules possède une énergie positive, et l'autre une énergie négative, de façon à ce que l'énergie totale soit toujours constante.

lois des champs quantiques
dans l'espace-temps courbe
autour d'un trou noir



particules virtuelles

en physique classique (relativité) vide veut dire que rien n'existe
en physique quantique le vide est une mer de particules virtuelles
c'est le concept de la fluctuations du vide

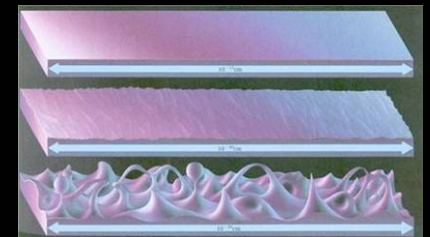
bien que l'énergie moyenne de l'espace est zéro localement une
fluctuation de l'énergie est possible selon le principe d'incertitude d'H

les fluctuations d'énergie créent des paires de particules et d'antiparticules
une paire peut donc exister momentanément et être ainsi virtuelle
les paires s'annihilent spontanément

cependant certaines paires peuvent devenir réelles en se séparant
par la courbature très forte de l'espace-temps où elles se trouvent
courbature qui captent leur énergie en cassant les paires

il y a alors des particules qui flottent dans l'espace

c'est justement le cas du voisinage des trous noirs



la radiation Hawking

découverte en juin 1971 écrite en 1974 publiée en 1975
controverse avec Berckenstein

si le trou noir grossit son entropie doit croître proportionnellement
c'est un des principes de la thermodynamique
il peut donc être en équilibre à une température non nulle
avec un spectre thermique

si un trou noir peut s'évaporer, sa masse doit diminuer
sa température étant inversement proportionnelle à sa masse,
sa température doit donc s'élever
la gravité de surface d'un trou noir devient alors
synonyme de température

si un trou noir émet de l'énergie, il existe
une interaction entre le trou noir et son environnement.



Hawking va utiliser les particules virtuelles de Dirac

Commun. math. Phys. 43, 199—220 (1975)
© by Springer-Verlag 1975

Particle Creation by Black Holes

S. W. Hawking

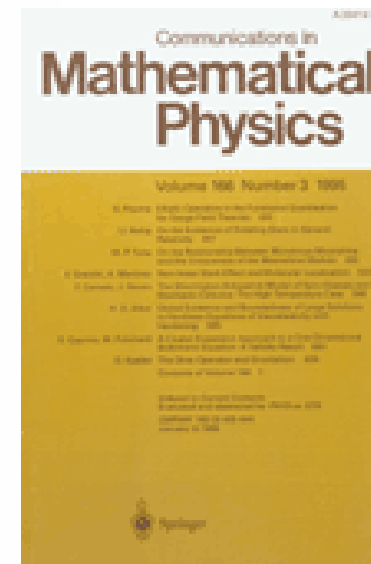
Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge,
Cambridge, England

Received April 12, 1975

Abstract. In the classical theory black holes can only absorb and not emit particles. However it is shown that quantum mechanical effects cause black holes to create and emit particles as if they were hot bodies with temperature $\frac{\hbar\kappa}{2\pi k} \approx 10^{-6} \left(\frac{M_{\odot}}{M}\right) \text{°K}$ where κ is the surface gravity of the black hole. This thermal emission leads to a slow decrease in the mass of the black hole and to its eventual disappearance: any primordial black hole of mass less than about 10^{15} g would have evaporated by now. Although these quantum effects violate the classical law that the area of the event horizon of a black hole cannot decrease, there remains a Generalized Second Law: $S + \frac{1}{4}A$ never decreases where S is the entropy of matter outside black holes and A is the sum of the surface areas of the event horizons. This shows that gravitational collapse converts the baryons and leptons in the collapsing body into entropy. It is tempting to speculate that this might be the reason why the Universe contains so much entropy per baryon.

1.

Although there has been a lot of work in the last fifteen years (see [1, 2] for recent reviews), I think it would be fair to say that we do not yet have a fully satisfactory and consistent quantum theory of gravity. At the moment classical General Relativity still provides the most successful description of gravity. In classical General Relativity one has a classical metric which obeys the Einstein equations, the right hand side of which is supposed to be the energy momentum tensor of the classical matter fields. However, although it may be reasonable to ignore quantum gravitational effects on the grounds that these are likely to be small, we know that quantum mechanics plays a vital role in the behaviour of the matter fields. One therefore has the problem of defining a consistent scheme



Particle Creation by Black Holes S. W. Hawking

Abstract. In the classical theory black holes can only absorb and not emit particles. However it is shown that quantum mechanical effects cause black holes to create and emit particles as if they were hot bodies with temperature $\frac{\hbar\kappa}{2\pi k} \approx 10^{-6} \left(\frac{M_{\odot}}{M}\right) \text{ }^{\circ}\text{K}$ where κ is the surface gravity of the black hole. This thermal emission leads to a slow decrease in the mass of the black hole and to its eventual disappearance: any primordial black hole of mass less than about 10^{15} g would have evaporated by now. Although these quantum effects violate the classical law that the area of the event horizon of a black hole cannot decrease, there remains a Generalized Second Law: $S + \frac{1}{4}A$ never decreases where S is the entropy of matter outside black holes and A is the sum of the surface areas of the event horizons. This shows that gravitational collapse converts the baryons and leptons in the collapsing body into entropy. It is tempting to speculate that this might be the reason why the Universe contains so much entropy per baryon.

Dans la théorie classique, les trous noirs peuvent seulement absorber et non pas émettre des particules. Cependant il est montré que les effets de la physique quantique impliquent que **les trous noirs créent et émettent des particules** comme s'ils étaient des corps chauds avec une température de:

$$\frac{\hbar\kappa}{2\pi k} \approx 10^{-6} \left(\frac{M_{\odot}}{M}\right) \text{ }^{\circ}\text{K}$$

où κ est la surface de gravitation du trou noir.

Cette émission de chaleur conduit à une lente décroissance dans la masse du trou noir et aussi à son éventuelle disparition: tout trou noir primordial de masse inférieure à environ 10^{15} g pourrait s'évaporer. Quoique ces effets quantiques violent la loi classique que l'aire d'une surface d'horizon d'un trou noir ne peut pas décroître, il reste que la seconde loi générale: $S + 1/4A$ ne peut jamais décroître où S est l'entropie de la matière en dehors du trou noir et A la somme des aires de surface des horizons d'évènements. Cela montre que l'effondrement gravitationnel convertit les baryons et les leptons dans le corps de l'effondrement en entropie.

Il est séduisant de spéculer que cela pourrait être **la raison pour laquelle l'Univers renferme autant d'entropie par baryon.**

$$f_{i;ab} \eta^{ab} = 0$$

point de départ:

une équation d'ondes

$$\Psi [h_{ij}, \phi, t]$$

et

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8 \pi G T_{\mu\nu}$$

et les transformations de Bogoliubov

$$\langle 0 |_{\phi} dN_{\phi} | 0 \rangle_{\phi} = \sum_{\beta} |N_{\alpha\beta}|^2 d\alpha$$

$$N(\omega', \omega) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\omega'\omega}} \int_0^{\infty} e^{-ie^{i\theta}s} (ae^{i\theta}s/\omega')^{-i\omega'/a} (\omega\omega'/(ae^{i\theta}s) - \omega')e^{i\theta}/\omega' ds$$

la physique quantique dans la relativité générale

Although there has been a lot of work in the last fifteen years (see [1, 2] for recent reviews), I think it would be fair to say that we do not yet have a fully satisfactory and consistent quantum theory of gravity. At the moment classical General Relativity still provides the most successful description of gravity. In classical General Relativity one has a classical metric which obeys the Einstein equations, the right hand side of which is supposed to be the energy momentum tensor of the classical matter fields. However, although it may be reasonable to ignore quantum gravitational effects on the grounds that these are likely to be small, we know that quantum mechanics plays a vital role in the behaviour of the matter fields. One therefore has the problem of defining a consistent scheme in which the space-time metric is treated classically but is coupled to the matter fields which are treated quantum mechanically. Presumably such a scheme would be only an approximation to a deeper theory (still to be found) in which space-time itself was quantized. However one would hope that it would be a very good approximation for most purposes except near space-time singularities.

The approximation I shall use in this paper is that the matter fields, such as scalar, electro-magnetic, or neutrino fields, obey the usual wave equations with the Minkowski metric replaced by a classical space-time metric g_{ab} . This metric satisfies the Einstein equations where the source on the right hand side is taken to be the expectation value of some suitably defined energy momentum operator for the matter fields. In this theory of quantum mechanics in curved space-time there is a problem in interpreting the field operators in terms of annihilation and creation operators. In flat space-time the standard procedure is to decompose

la métrique est couplée avec des champs quantiques

cette méthode est une approximation d'une théorie plus vaste qui n'est pas encore trouvée où l'espace-temps doit être quantifié

dans cette théorie de mécanique quantique en espace-temps courbé il y a un problème d'interprétation des opérateurs de champs en termes d'annihilation et de création d'opérateurs Hawking pour cela va utiliser les transformations de Bogoliubov. Il quantifie un champ avec une combinaison linéaire d'une partie à fréquence positive et d'une partie à fréquence négative décrivant ainsi des particules et antiparticules

l'approximation d'Hawking

The approximation I used in this paper is that the matter fields, such as scalar, electro-magnetic, or neutrino fields, obey the usual wave equations with the Minkowski metric replaced by a classical space-time metric g_{ab}

This metric satisfies the Einstein equations where the source on the right hand side is taken to be the expectation value of some suitably defined energy momentum operator for the matter fields.

l'approximation que j'utilise est que les champs décrivant la matière, comme des scalaires, le champ électromagnétique, ou les champs de neutrinos obéissent aux équations d'ondes en remplaçant la métrique de Minkowski par une métrique d'espace-temps g_{ab} . Cette métrique satisfait les équations d'Einstein dont le tenseur de droite est considéré être comme l'opérateur du moment d'énergie du champs de matière.

for the matter fields. In this theory of quantum mechanics in curved space-time there is a problem in interpreting the field operators in terms of annihilation and creation operators. In flat space-time the standard procedure is to decompose

the field into positive and negative frequency components. For example, if ϕ is a massless Hermitian scalar field obeying the equation $\phi_{;ab}\eta^{ab}=0$ one expresses ϕ as

$$\phi = \sum_i \{f_i a_i + \bar{f}_i a_i^\dagger\} \quad (1.1)$$

where the $\{f_i\}$ are a complete orthonormal family of complex valued solutions of the wave equation $f_{i;ab}\eta^{ab}=0$ which contain only positive frequencies with respect to the usual Minkowski time coordinate. The operators a_i and a_i^\dagger are interpreted as the annihilation and creation operators respectively for particles in the i th state. The vacuum state $|0\rangle$ is defined to be the state from which one cannot annihilate any particles, i.e.

$$a_i |0\rangle = 0 \quad \text{for all } i.$$

In curved space-time one can also consider a Hermitian scalar field operator ϕ which obeys the covariant wave equation $\phi_{;ab}g^{ab}=0$. However one cannot decompose into its positive and negative frequency parts as positive and negative frequencies have no invariant meaning in curved space-time. One could still require that the $\{f_i\}$ and the $\{\bar{f}_i\}$ together formed a complete basis for solutions of the wave equations with

$$\frac{1}{2}i \int_S (f_i \bar{f}_{j;a} - \bar{f}_j f_{i;a}) d\Sigma^a = \delta_{ij} \quad (1.2)$$

where S is a suitable surface. However condition (1.2) does not uniquely fix the

fréquences positives

$$\phi = \sum_i \{f_i a_i + \bar{f}_i a_i^\dagger\}$$

In a region of space-time which was flat or asymptotically flat, the appropriate criterion for choosing the $\{f_i\}$ is that they should **contain only positive frequencies** with respect to the Minkowski time coordinate ...

dans une région de l'espace-temps qui était plat ou asymptotiquement plat le critère de choix des fonctions f_i est qu'elles contiendraient uniquement des fréquences positives respectant les coordonnées de Minkowski

... One can interpret this as implying that the time dependent metric or gravitational field has caused the creation of a certain number of particles of the scalar field.

on peut interpréter cela comme indiquant que le temps dépendant du champ gravitationnel et de la métrique est la cause de la création d'un certain nombre de particules du champ scalaire

The scheme of treating the matter fields quantum mechanically
champ de matière traité par la mécanique quantique
on a classical curved space-time background would be a good
approximation, except in regions where the curvature was
comparable to the Planck value of 10^{66} cm^{-2} .

on ne peut pas utiliser l'approximation dans les régions où
la courbure est de l'ordre Planck

One would expect such high curvatures to occur in collapsing
stars and, in the past, at the beginning of the present expansion
phase of the universe. In the former case, one would expect the
regions of high curvature to be hidden from us by an event
horizon .

on pourrait imaginer de telles courbures dans l'effondrement d'étoiles dans le passé

les régions de forte courbure nous sont cachées par l'horizon

Thus, as far as we are concerned, the classical geometry-quantum
matter treatment should be valid apart from the first 10^{-43} s
of the universe.

Actually, the fact that $p_{\omega}^{(2)}$ is not given by (2.18) at early advanced times means that the singularity in $\alpha_{\omega\omega'}$ occurs at $\omega' = \omega$ and not at $\omega' = 0$. However the relation (2.21) is still valid for large ω' .

The expectation value of the total number of created particles at \mathcal{S}^+ in the frequency range ω to $\omega + d\omega$ is $d\omega \int_0^\infty |\beta_{\omega\omega'}|^2 d\omega'$. Because $|\beta_{\omega\omega'}|$ goes like $(\omega')^{-\frac{1}{2}}$ at large ω' this integral diverges. This infinite total number of created particles corresponds to a finite steady rate of emission continuing for an infinite time as can be seen by building up a complete orthonormal family of wave packets from the Fourier components $p_{\omega'}$. Let

$$p_{jn} = \varepsilon^{-\frac{1}{2}} \int_{j\varepsilon}^{(j+1)\varepsilon} e^{-2\pi i n \varepsilon^{-1} \omega} p_{\omega'} d\omega' \quad (2.22)$$

where j and n are integers, $j \geq 0$, $\varepsilon > 0$. For ε small these wave packets will have frequency $j\varepsilon$ and will be peaked around retarded time $u = 2\pi n \varepsilon^{-1}$ with width ε^{-1} . One can expand $\{p_{jn}\}$ in terms of the $\{f_{\omega}\}$

$$p_{jn} = \int_0^\infty (\alpha_{j n \omega'} f_{\omega'} + \beta_{j n \omega'} \bar{f}_{\omega'}) d\omega' \quad (2.23)$$

where

$$\alpha_{j n \omega'} = \varepsilon^{-\frac{1}{2}} \int_{j\varepsilon}^{(j+1)\varepsilon} e^{-2\pi i n \varepsilon^{-1} \omega} \alpha_{\omega\omega'} d\omega' \quad \text{etc.} \quad (2.24)$$

For $j \gg \varepsilon$, $n \gg \varepsilon$

$$\begin{aligned} |\alpha_{j n \omega'}| &= \left| (2\pi)^{-1} P_{\omega}^- \omega^{-\frac{1}{2}} \Gamma \left(1 - \frac{i\omega}{\kappa} \right) \varepsilon^{-\frac{1}{2}} (\omega')^{-\frac{1}{2}} \right. \\ &\quad \left. \cdot \int_{j\varepsilon}^{(j+1)\varepsilon} \exp i\omega'' (-2\pi n \varepsilon^{-1} + \kappa^{-1} \log \omega') d\omega'' \right| \\ &= \left| \pi^{-1} P_{\omega}^- \omega^{-\frac{1}{2}} \Gamma \left(1 - \frac{i\omega}{\kappa} \right) \varepsilon^{-\frac{1}{2}} (\omega')^{-\frac{1}{2}} z^{-1} \sin \frac{1}{2} \pi z \right| \end{aligned} \quad (2.25)$$

where $\omega = j\varepsilon$ and $z = \kappa^{-1} \log \omega' - 2\pi n \varepsilon^{-1}$. For wave-packets which reach \mathcal{S}^+ at late retarded times, i.e. those with large values of n , the main contribution to $\alpha_{j n \omega'}$ and $\beta_{j n \omega'}$ come from very high frequencies ω' of the order of $\exp(2\pi n \kappa \varepsilon^{-1})$. This means that these coefficients are governed only by the asymptotic forms (2.19, 2.20) for high ω' which are independent of the details of the collapse.

The expectation value of the number of particles created and emitted to infinity \mathcal{S}^+ in the wave-packet mode p_{jn} is

$$\int_0^\infty |\beta_{j n \omega'}|^2 d\omega'. \quad (2.26)$$

One can evaluate this as follows. Consider the wave-packet p_{jn} propagating backwards from \mathcal{S}^+ . A fraction $1 - \Gamma_{jn}$ of the wave-packet will be scattered by the static Schwarzschild field and a fraction Γ_{jn} will enter the collapsing body.

$$\Gamma_{jn} = \int_0^\infty (|\alpha_{j n \omega'}^{(2)}|^2 - |\beta_{j n \omega'}^{(2)}|^2) d\omega' \quad (2.27)$$

where $\alpha_{j n \omega'}^{(2)}$ and $\beta_{j n \omega'}^{(2)}$ are calculated using (2.19, 2.20) from the part $p_{jn}^{(2)}$ of the wave-packet which enters the star. The minus sign in front of the second term on the right of (2.27) occurs because the negative frequency components of $p_{jn}^{(2)}$ make a negative contribution to the flux into the collapsing body. By (2.21)

$$|\alpha_{j n \omega'}^{(2)}| = \exp(\pi \omega \kappa^{-1}) |\beta_{j n \omega'}^{(2)}|. \quad (2.28)$$

Thus the total number of particles created in the mode p_{jn} is

$$\Gamma_{jn} (\exp(2\pi \omega \kappa^{-1}) - 1)^{-1}. \quad (2.29)$$

But for wave-packets at late retarded times, the fraction Γ_{jn} which enters the collapsing body is almost the same as the fraction of the wave-packet that would have crossed the past event horizon had the collapsing body not been there but the exterior Schwarzschild solution had been analytically continued. Thus this factor Γ_{jn} is also the same as the fraction of a similar wave-packet coming from \mathcal{S}^- which would have crossed the future event horizon and have been absorbed by the black hole. The relation between emission and absorption cross-section is therefore exactly that for a body with a temperature, in geometric units, of $\kappa/2\pi$.

Similar results hold for the electromagnetic and linearised gravitational fields. The fields produced on \mathcal{S}^- by positive frequency waves from \mathcal{S}^+ have the same asymptotic form as (2.18) but with an extra blue shift factor in the amplitude. This extra factor cancels out in the definition of the scalar product so that the asymptotic forms of the coefficients α and β are the same as in the Eqs. (2.19) and (2.20). Thus one would expect the black hole also to radiate photons and gravitons thermally. For massless fermions such as neutrinos one again gets similar results except that the negative frequency components given by the coefficients β now make a positive contribution to the probability flux into the collapsing body. This means that the term $|\beta|^2$ in (2.27) now has the opposite sign. From this it follows that the number of particles emitted in any outgoing wave packet mode is $(\exp(2\pi \omega \kappa^{-1}) + 1)^{-1}$ times the fraction of that wave packet that would have been absorbed by the black hole had it been incident from \mathcal{S}^- . This is again exactly what one would expect for thermal emission of particles obeying Fermi-Dirac statistics.

Fields of non-zero rest mass do not reach \mathcal{S}^- and \mathcal{S}^+ . One therefore has to describe ingoing and outgoing states for these fields in terms of some concept such as the projective infinity of Eardley and Sachs [23] and Schmidt [24]. However, if the initial and final states are asymptotically Schwarzschild or Kerr solutions, one can describe the ingoing and outgoing states in a simple manner by separation of variables and one can define positive frequencies with respect to the time translation Killing vectors of these initial and final asymptotic space-times. In the asymptotic future there will be no bound states: any particle will either fall through the event horizon or escape to infinity. Thus the unbound outgoing states and the event horizon states together form a complete basis for solutions of the wave equation in the region outside the event horizon. In the asymptotic past there could be bound states if the body that collapses had had a bounded radius for an infinite time. However one could equally well assume that the body had collapsed from an infinite radius in which case there would be no bound states. The possible existence of bound states in the past does not affect the rate of particle emission in the asymptotic future which will again be that of a body with temperature $\kappa/2\pi$. The only difference from the zero rest mass case is that the frequency ω in the thermal factor $(\exp(2\pi \omega \kappa^{-1}) \mp 1)^{-1}$ now includes the rest mass energy of the particle. Thus there will not be much emission of particles of rest mass m unless the temperature $\kappa/2\pi$ is greater than m .

création de particules

The expectation value of the number of particles created and emitted to infinity \mathcal{I}^+ in the wave-packet mode p_{jn} is

$$\int_0^\infty |\beta_{jn\omega'}|^2 d\omega'. \quad (2.26)$$

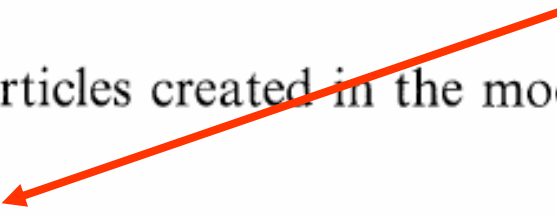
$$\Gamma_{jn} = \int_0^\infty (|\alpha_{jn\omega'}^{(2)}|^2 - |\beta_{jn\omega'}^{(2)}|^2) d\omega'$$

$$\alpha_{\omega\omega'}^{(2)} \approx (2\pi)^{-1} P_\omega^- (CD)^{\frac{i\omega}{\kappa}} \exp(i(\omega - \omega')v_0) \left(\frac{\omega'}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}} \Gamma\left(1 - \frac{i\omega}{\kappa}\right) (-i\omega')^{-1 + \frac{i\omega}{\kappa}},$$

$$\beta_{\omega\omega'}^{(2)} \approx -i\alpha_{\omega(-\omega')}^{(2)}.$$

Particle Creation by Black Holes

Thus the total number of particles created in the mode p_{jn} is

$$\Gamma_{jn} (\exp(2\pi\omega\kappa^{-1}) - 1)^{-1}.$$


les effets de la création de particules

Even though the effects of particle creation may be negligible locally, I shall show in this paper that they can add up to have a significant influence on black holes over the lifetime of the universe $\sim 10^{17}$ s or 10^{60} units of Planck time. It seems that the gravitational field of a black hole will create particles and emit them to infinity at just the rate that one would expect if the black hole were an ordinary body with a temperature in geometric units of $\kappa/2\pi$, where κ is the “surface gravity” of the black hole [8]. In ordinary units this temperature is of the order of $10^{26} M^{-1}$ °K, where M is the mass, in grams of the black hole. For a black hole of solar mass (10^{33} g) this temperature is much lower than the 3 °K temperature of the cosmic microwave background. Thus black holes of this size would be absorbing radiation faster than they emitted it and would be increasing in mass. However, in addition to black holes formed by stellar collapse, there might also be much smaller black holes which were formed by density fluctua-

ces effets peuvent avoir une influence sur les trous noirs à partir de 10^{17} s soit 10^{60} unités de Planck au début du temps de l'Univers
Un champ gravitationnel d'un trou noir va créer des particules et les émettre comme si le trou noir était un corps avec une température de $\kappa/2\pi$

où κ est la surface de gravitation du trou noir

explosion des mini trous noirs

in mass. However, in addition to black holes formed by stellar collapse, there might also be much smaller black holes which were formed by density fluctua-

en plus des trous noirs formés dans l'effondrement d'étoiles il peut aussi y avoir **beaucoup de petits trous noirs** formés par les fluctuations de densité au début de l'Univers. Ces petits trous noirs, à très haute température **peuvent émettre plus qu'ils absorbent**. Ils peuvent donc décroître en masse. Comme ils deviennent de plus en plus petits ils deviennent de plus en plus chauds

202

S. W. Hawking

tions in the early universe [9, 10]. These small black holes, being at a higher temperature, would radiate more than they absorbed. They would therefore presumably decrease in mass. As they got smaller, they would get hotter and so would radiate faster. As the temperature rose, it would exceed the rest mass of particles such as the electron and the muon and the black hole would begin to emit them also. When the temperature got up to about 10^{12} °K or when the mass got down to about 10^{14} g the number of different species of particles being emitted might be so great [11] that the black hole radiated away all its remaining rest mass on a strong interaction time scale of the order of 10^{-23} s. This would produce an explosion with an energy of 10^{35} ergs. Even if the number of species of particle emitted did not increase very much, the black hole would radiate away all its mass in the order of $10^{-28} M^3$ s. In the last tenth of a second the energy released would be of the order of 10^{30} ergs.

captation des particules négatives sous l'horizon

As the mass of the black hole decreased, the area of the event horizon would have to go down, thus violating the law that, classically, the area cannot decrease [7, 12]. This violation must, presumably, be caused by a flux of negative energy across the event horizon which balances the positive energy flux emitted to infinity. One might picture this negative energy flux in the following way. Just outside the event horizon there will be virtual pairs of particles, one with negative energy and one with positive energy. The negative particle is in a region which is classically forbidden but it can tunnel through the event horizon to the region inside the black hole where the Killing vector which represents time translations is spacelike. In this region the particle can exist as a real particle with a timelike momentum vector even though its energy relative to infinity as measured by the time translation Killing vector is negative. The other particle of the pair, having a positive energy, can escape to infinity where it constitutes a part of the thermal emission described above. The probability of the negative energy particle tunnelling through the horizon is governed by the surface gravity κ since this quantity

comme la masse du TN décroît, la surface de l'horizon va décroître

violant ainsi la loi qui, classiquement, dit que cette surface ne peut pas décroître. Cette violation doit être causée par un flux d'énergie négative à travers l'horizon des événements qui contrebalance l'énergie positive du flux émis à l'infini. On peut imaginer ce flux comme suit:

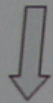
Juste après l'extérieur de la surface de l'horizon il pourra y avoir des paires de particules virtuelles, une à énergie positive et une à énergie négative. La négative est dans une région classiquement interdite mais elle peut passer à travers l'horizon vers une région à l'intérieur du trou noir Dans cette région la particule peut exister comme une particule réelle

Instead of thinking of negative energy particles tunnelling through the horizon in the positive sense of time one could regard them as positive energy particles crossing the horizon on past directed world-lines and then being scattered on to future-directed world-lines by the gravitational field. It should not be thought unreasonable that a black hole, which is an excited state of the gravitational field, should decay quantum mechanically and that, because of quantum fluctuation of the metric, energy should be able to tunnel out of the potential well of a black hole. This particle creation is directly analogous to that caused by a deep potential well in flat space-time . It is shown that any renormalization of the energymomentum tensor with suitable properties must give a negative energy flow down the black hole and consequent decrease in the area of the event horizon. This negative energy flow is non-observable locally.

au lieu d'imaginer les particules d'énergie négative traverser l'horizon dans le sens positif du temps on pourrait les considérer des particules d'énergie positive traversant l'horizon selon des géodésiques du passé et ensuite être dispersées dans le futur par le champ gravitationnel. Il ne serait pas déraisonnable de penser qu'un trou noir, qui est un état excité du champ gravitationnel, pourrait décroître quantiquement et ainsi, en raison de la fluctuation quantique de la métrique, l'énergie serait capable de traverser le puits de potentiel du trou noir.

Evaporation quantique des mini- trous noirs

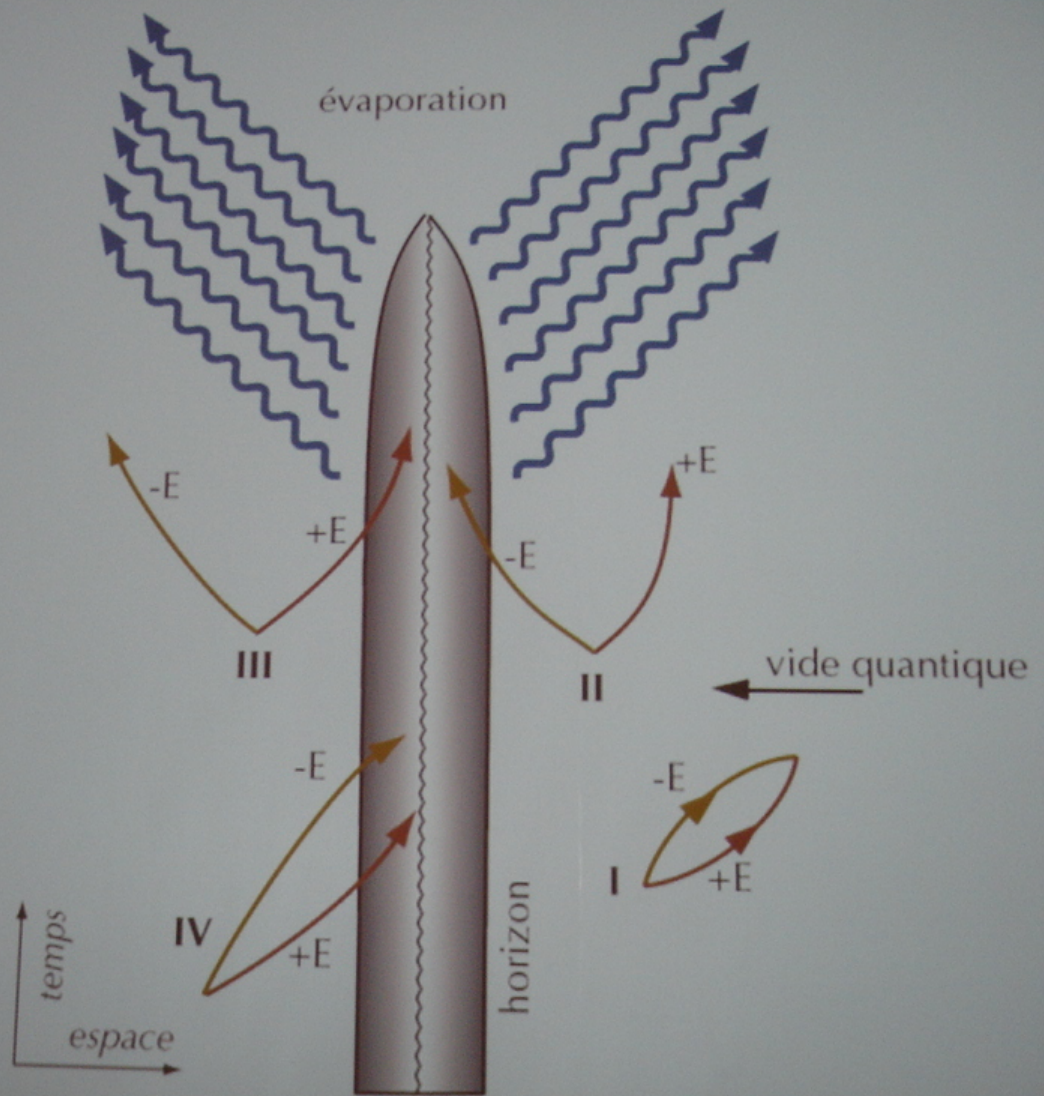
($M < 10^{15}$ g)



Température =
gravité de
surface



Paradoxe de
l'information



résumé conclusion:

ce que l'on nomme antiparticule est en fait une particule d'énergie négative voyageant vers le passé.

Ayant une énergie inférieure à ce que l'on nomme particule (dont l'énergie est positive dans la paire), il est plus probable que l'antiparticule tombe dans le trou noir.

Il y a donc statistiquement un flux net d'énergie négative vers l'horizon, et un flux net correspondant d'énergie positive émis par le vide près de l'horizon en direction de l'infini.

c'est le rayonnement de Hawking

strictement, le rayonnement de Hawking n'est pas exclusivement constitué de photons, mais de toutes les particules possibles.

formules de l'évaporation des trous noirs

$$T = \frac{\hbar c^3}{8\pi kGM}$$

température corps noir du trou noir

$$S = \frac{Akc^3}{4\hbar G}$$

entropie

$$P = \frac{\hbar c^6}{15360\pi G^2 M^2}$$

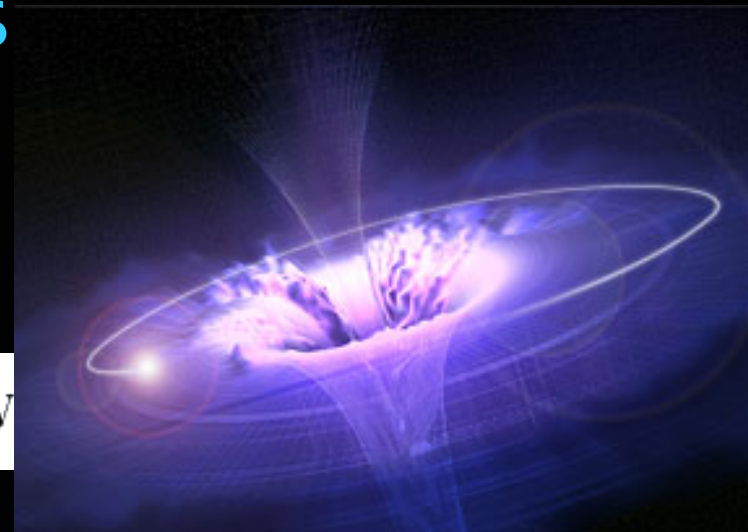
puissance émission évaporation

$$P = 3.56345 \times 10^{32} \left[\frac{\text{kg}}{M} \right]^2 \text{ W}$$

$$t_{\text{ev}} = \frac{5120\pi G^2 M_0^3}{\hbar c^4}$$

temps de vie d'un trou noir

$$t_{\text{ev}} = 8.40716 \times 10^{-17} \left[\frac{M_0}{\text{kg}} \right]^3 \text{ s} \approx 2.66 \times 10^{-24} \left[\frac{M_0}{\text{kg}} \right]^3 \text{ yr}$$



speed of light	= c =	299 792 458 m / s
gravitation constant	= G =	$6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Planck constant	= h =	$6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Boltzmann constant	= k =	$1.381 \times 10^{-23} \text{ J / K}$

ordres de grandeur

la nature quantique permettrait donc au trou noir d'émettre de la lumière qui dit lumière dit énergie ce qui est un synonyme de matière.
les trous noirs perdraient de la matière: ils s'évaporeront.

ce phénomène est minime
pour un trou noir de 30 Ms, sa luminosité serait de 10^{-31} Watts et sa température de 2×10^{-9} K.

$$P = \frac{\hbar c^6}{15360\pi G^2 M^2}$$



pour les **trous noirs primordiaux** l'effet est **considérable**.
ils finiront par se désintégrer
en explosion gigantesque

November 26, 2002

1. On the Hoyle-Narlikar Theory of Gravitation.
*Proc. Roy. Soc. A***286**, 313 (1965).
2. Singularities in Homogeneous World Models.
with G. F. R. Ellis, *Phys. Lett.* **17**, 246 (1965).
3. Occurrence of Singularities in Open Universes.
Phys. Rev. Lett. **15**, 689 (1965).
4. Occurrence of Singularities in Cosmology, Part I.
*Proc. Roy. Soc. A***294**, 490 (1966).
5. Occurrence of Singularities in Cosmology, Part II.
*Proc. Roy. Soc. A***295**, 490 (1966).
6. Occurrence of Singularities in Cosmology, Part III.
*Proc. Roy. Soc. A***300**, 187 (1967).
7. Singularities and the Geometry of Space-Time.
Adams Prize Essay, Cambridge University (1966).
8. Helium Production in Anisotropic Big Bang Universes.
with J. R. Taylor, *Nature* **209**, 1278 (1966).
9. Perturbations of an Expanding Universe.
Astrophys. J. **145**, 544 (1966).
10. Gravitational Radiation in an Expanding Universe.
J. Math. Phys. **9**, 598 (1968).
11. The Cosmic Black Body Radiation and the Existence of Singularities in Our Universe.
with G. F. R. Ellis, *Astrophys. J.* **152**, 25 (1968).
12. The Existence of Cosmic Time Functions.
*Proc. Roy. Soc. A***308**, 433 (1968).
13. The Conservation of Matter in General Relativity.
Commun. Math. Phys. **18**, 301 (1970).

14. On the Rotation of the Universe.
Mon. Not. Roy. Astr. Soc. **142**, 129 (1969).
15. The Singularities of Gravitational Collapse and Cosmology.
with R. Penrose, *Proc. Roy. Soc. A***314**, 529 (1970).
16. Stable and Generic Properties in General Relativity.
General Relativity and Gravitation **1**, 121 (1970).
17. Singularities in Collapsing Stars and Universes.
with D. Sciama, *Comments on Astrophysics and Space Science* **1**, 1 (1969).
18. Gravitationally Collapsing Objects of Very Low Mass.
Mon. Not. Roy. Astr. Soc. **152**, 75 (1971).
19. The Definition and Occurrence of Singularities in General Relativity.
Lecture notes in Mathematics **209**, Proceedings of Liverpool Singularities Symposium II, Springer-Verlag (1971).
20. Black Holes, Gravity Research Foundation.
First Award Essay (1971).
21. Theory of the Detection of Short Burst of Gravitational Radiation.
with G. W. Gibbons, *Phys. Rev. D***4**, 3191 (1971).
22. Gravitational Radiation from Colliding Black Holes.
Phys. Rev. Lett. **26**, 1344 (1971).
23. Black Holes in General Relativity.
Commun. Math. Phys. **25**, 152 (1972).
24. Black Holes in the Brans-Dicke Theory of Gravitation.
Commun. Math. Phys. **25**, 167 (1972).
25. Gravitational Radiation : The Theoretical Aspect.
Contemporary Physics **13**, 273 (1972).
26. Evidence for Black Holes in Binary Star Systems.
with G. W. Gibbons, *Nature* **232**, 465 (1971).
27. Solution of the Einstein-Maxwell Equations with Many Black Holes.
with J. B. Hartle, *Commun. Math. Phys.* **26**, 87 (1972).

Publications of S. W. Hawking

Page 3

28. Energy and Angular Momentum Flow into a Black Holes.
with J. B. Hartle, *Commun. Math. Phys.* **27**, 283 (1972).
29. Why is the Universe Isotropic?.
with C. B. Collins, *Astrophys. J.* **180**, 317 (1973).
30. The Four Laws of Black Hole Mechanics.
with J. M. Bardeen and B. Carter, *Commun. Math. Phys.* **31**, 161 (1973).
31. The Large Scale Structure of Space-Time.
with G. F. R. Ellis, Cambridge University Press (1973).
32. The Event Horizon.
Black Holes, eds. DeWitt and DeWitt, Gordon and Breach (1973).
33. The Rotation and Distortion of the Universe.
with C. B. Collins, *Mon. Not. Roy. Astr. Soc.* **162**, 307 (1973).
34. A Variational Principle for Black Holes.
Commun. Math. Phys. **323** (1973).
35. Causally Continuous Space-Times.
with R. K. Sachs, *Commun. Math. Phys.* **35**, 287 (1974).
36. Black Hole Explosions.
Nature **248**, 30 (1974).
37. The Analogy between Black-Hole Mechanics and Thermodynamics.
Annals of the New York Academy of Sciences **4268** (1973).
38. Particle Creation by Black Holes.
Commun. Math. Phys. **43**, 199 (1975).
39. Black Holes aren't Black.
Gravity Research Foundation Award Essay (1974).
40. Black Holes in the Early Universe.
with B. J. Carr, *Mon. Not. Roy. Astr. Soc.* **168**, 399 (1974).
41. The Anisotropy of the Universe at Large Times.
Proceedings of the I. A. U. Symposium on Cosmology (1973).

Publications of S. W. Hawking

Page 4


42. Black Holes are White Hot.
Annals of the New York Academy of Sciences **262**, 289 (1975).
43. Gravitational Collapse and After.
address to the Pontifical Academy of Sciences on receipt of Pius XI Medal (1975).
Commentarii Pontificia Academia Scientiarum **3** (1976).
44. A New Topology for Curved Space-Time which Incorporates the Causal, Differential and Conformal Structures.
with A. R. King and P. J. McCarthy, *J. Math. Phys.* **17**, 174 (1976).
45. Black Holes and Thermodynamics.
Phys. Rev. **D31**, 191 (1976).
46. Gamma Rays from Primordial Black Holes.
with D.N. Page, *Astrophys. J.* **206**, 1 (1976).
47. Breakdown of Predictability in Gravitational Collapse.
Phys. Rev. D **14**, 2460 (1976).
48. Path Integral Derivation of Black Hole Radiance.
with J. B. Hartle, *Phys. Rev.* **D13**, 2188 (1976).
49. Cosmological Event Horizons, Thermodynamics and Particle Creation.
with G. W. Gibbons, *Phys. Rev.* **D15**, 2738 (1977).
50. Quantum Mechanics of Black Holes.
Scientific American **236**, 33 (1977).
51. Action Integrals and Partition Functions in Quantum Gravity.
with G. W. Gibbons, *Phys. Rev.* **D15**, 2752 (1977).
52. Zeta Function Regularization of Path Integrals in Curved Spacetime.
Commun. Math. Phys. **56**, 133 (1977).
53. Gravitational Instantons.
Phys. Lett. **A60**, 81 (1977).
54. Black Holes and Unpredictability.
Annals of the New York Academy of Sciences **302**, 158 (1977).
55. Quantum Gravity and Path Integrals.
Phys. Rev. **D18**, 1747 (1978).

56. Generalized Spin Structures in Quantum Gravity.
with C. N. Pope, *Phys. Lett.* **B73**, 42 (1978).
57. Comments on Cosmics Censorship.
Phys. Rev. **D6**, 1747 (1978).
58. General Relativity : An Einstein Centenary Survey.
ed. with W. Israel, Cambridge University Press (1979).
59. Introductory Survey, General Relativity : An Einstein Centenary Survey.
ed. with W. Israel, Cambridge University Press (1979).
60. The Path Integral Approach to Quantum Gravity.
General Relativity : An Einstein Centenary Survey, ed with W. Israel, Cambridge University Press (1979).
61. Path Integrals and the Indefiniteness of the Gravitational Action.
with G. W. Gibbons and M. J. Perry, *Nucl. Phys.* **B138**, 141 (1978).
62. Spacetime Foam.
Nucl. Phys. **B144**, 349 (1978).
63. Euclidean Quantum Gravity, Recent Developments in Gravitation.
Cargèse Lectures, eds. M. Levy and S. Deser (1978).
64. Symmetry Breaking by Instantons.
with C. N. Pope, *Nucl. Phys.* **B146**, 381 (1978).
65. Gravitational Multi-Instanton Symmetries.
with G. W. Gibbons, *Phys. Lett.* **B78**, 430 (1978).
66. Classification of Gravitational Instanton Symmetries.
with G. W. Gibbons, *Commun. Math. Phys.* 291 (1979).
67. Yang-Mills Instantons and the S-matrix.
with C. N. Pope, *Nucl. Phys.* **B161**, 93 (1979).
68. Theoretical Advances in General Relativity : Some Strangeness in the Proportion.
ed. H. Woolf, Addison-Wesley (1980).
69. The Limits of Space and Time.
Great Ideas Today (1979).

70. Propagation of Particles through Spacetime Foam.
with D. N. Page and C. N. Pope, *Phys. Lett.* **B86**, 175 (1979).
71. Quantum Gravitational Bubbles.
with D. N. Page and C. N. Pope, *Nucl. Phys.* **B170**, 283 (1980).
72. "Is the End in Sight for Theoretical Physics?"
Inaugural Lecture, Cambridge University Press (1980).
73. Acausal Propagation in Quantum Gravity.
Quantum Gravity : Second Oxford Symposium, eds. C. J. Isham, R. Penrose and D. Sciama, Oxford University Press (1981).
74. "Superspace and Supergravity".
ed. with M. Rocek, Cambridge University Press (1981).
75. Interacting Quantum Fields around a Black Holes.
Commun. Math. Phys. **80**, 421 (1981).
76. Bubble Collisions in the Very Early Universe.
with I. G. Moss and J. M. Stewart, *Phys. Rev.* **D10**, 2681 (1982).
77. Why is the Apparent Cosmological Constant Zero?
Lecture Notes in Physics **160**, 167, *Unified Theories of Elementary Particles*, Springer-Verlag (1981).
78. The Boundary Conditions of the Universe.
Pontificiae Academiae Scientiarum Scripta Varia **48**, *Astrophysical Cosmology* (1982).
79. Supercooled Phase Transitions in the Very Early Universe.
with I. G. Moss, *Phys. Lett.* **B110**, 35 (1982).
80. The Cosmological Constant and the Weak Anthropic Principle.
Quantum Structure of Spacetime, eds. M. Duff and C. J. Isham, Cambridge University Press (1982).
81. The Unpredictability of Quantum Gravity.
Commun. Math. Phys. **87**, 395 (1982).
82. The Development of Irregularities in a Single Bubble Inflationary Universe.
Phys. Lett. **B115**, 295 (1982).

83. Positive Mass Theorem for Black Holes.
with G. W. Gibbons, G. W. Horowitz and M. J. Perry, *Commun. Math. Phys.* **88**, 295 (1983).
84. Thermodynamics of Black Holes in Anti-de Sitter Space.
with D. N. Page, *Commun. Math. Phys.* **87**, 577 (1983).
85. Fluctuations in the Inflationary Universe.
with I. G. Moss, *Nucl. Phys.* **B224**, 180 (1983).
86. Wave Function of the Universe.
with J. B. Hartle, *Phys. Rev.* **D28**, 2960 (1983).
87. Euclidean Approach to the Inflationary Universe.
The Very Early Universe, eds. G. W. Gibbons, S. W. Hawking and S. T. C. Siklos, Cambridge University Press (1983).
88. The Boundary Conditions in Gauged Supergravity.
Phys. Lett. **B126**, 175 (1983).
89. The Cosmological Constant.
Phil. Trans. R. Soc. Lond. **A310**, 303 (1983).
90. The Cosmological Constant is Probably Zero.
Phys. Lett. **B134**, 403 (1984).
91. Quantum Cosmology.
Les Houches Lectures, reprinted from "Relativity Groups and Topology", eds. B. DeWitt and R. Stora, North-Holland (1984).
92. The Quantum State of the Universe.
Nucl. Phys. **B239**, 257 (1984).
93. The Quantum Mechanics of the Universe.
Large-Scale Structure of the Universe, Cosmology and Fundamental Physics, First E.S.O. CERN Symposium, 21-25 November, eds. G. Setti and L. van Hove. (1983).
94. The Unification of Physics.
Great Ideas Today (1984).
95. The Isotropy of the Universe.
with J. C. Luttrell, *Phys. Lett.* **B143**, 83 (1984).

96. Higher Derivatives in Quantum Cosmology.
with J. C. Luttrell, *Nucl. Phys.* **B247**, 250 (1984).
97. Non-trivial Topologies in Quantum Gravity.
Nucl. Phys. **B244**, 135 (1984).
98. The Edge of Spacetime.
American Scientist, July-August (1984).
New Scientist, 16th August (1984).
99. Limits on Inflationary Models of the Universe.
Phys. Lett. **B150**, 339 (1984).
100. Numerical Calculations of Minisuperspace Cosmological Models.
with Z. C. Wu, *Phys. Lett.* **B151**, 15 (1985).
101. The Origin of Structure in the Universe.
with J. J. Halliwell, *Phys. Rev.* **D31**, 8 (1985).
102. Operator Ordering and the Probability Measure in Quantum Cosmology.
with D. N. Page, *Nucl. Phys.* **B264**, 185 (1985).
103. The Arrow of Time in Cosmology.
Phys. Rev. **D32**, 2489 (1985).
104. Time and the Universe — Reply.
American Scientist **73** (1), 12-12 (1985).
105. Quantum Fluctuations as the Cause of Inhomogeneity in the Universe.
with J. J. Halliwell, Proceedings of the Third Seminar on Quantum Gravity, eds. M. A. Markov, V. A. Benezin and V. P. Frolov, Moscow (1984).
106. Who's Afraid of (higher derivative) Ghosts?
paper written in honour of the 60th birthday of E. S. Fradkin (1985).
107. Quantum Cosmology - Beyond Minisuperspace.
with J. J. Halliwell, Proceedings of the Fourth Marcel Grossman Meeting on General Relativity, ed. R. Ruffini, Elsevier Science Publishing (1986).
108. The Density Matrix of the Universe.
Physica Scripta. **T15**, 151 (1987).

109. A Natural Measure on the Set of all Universes.
with G. W. Gibbons and J. M. Stewart, *Nucl. Phys.* **B281**, 736 (1987).
110. Supersymmetry and its Applications : Superstrings, Anomalies and Supergravity.
ed. with G. W. Gibbons and P. K. Townsend, Cambridge University Press (1986).
111. Quantum Cosmology.
300 Years of Gravity, ed. with W. Israel, Cambridge University Press (1987).
112. The Direction of Time.
New Scientist **1568**, 46 (1987).
113. The Schrodinger Equation in Quantum Cosmology and String Theory.
Lecture given at the Schrodinger Conference, Imperial College (1987).
114. Quantum Coherence Down the Wormhole.
Phys. Letts. **B195**, 337 (1987).
115. Wormholes in Spacetime.
Phys. Rev. **D37**, 904 (1988).
116. A Brief History of Time. 
Bantam Press (1988).
117. How Probable is Inflation?.
with D. N. Page, *Nucl. Phys.* **B298**, 789 (1988).
118. Baby Universes and the Non-renormalizability of Gravity.
with R. Laflamme, *Phys. Lett.* **B209**, 39 (1988).
119. Black Holes from Cosmic Strings.
Phys. Lett. **B231**, 237 (1989).
120. Do Wormholes Fix The Constants Of Nature.
Nucl. Phys. **B335**, 155 (1990).
121. The Spectrum of Wormholes.
with D. N. Page, *Phys. Rev.* **D42**, 2655 (1990).
122. Wormholes and non simply connected manifolds.
Quantum Cosmology and Baby Universes, eds. S. Coleman, J. B. Hartle, T. Piran and S. Weinberg, Proceedings of 7th Jerusalem Winter School, World Scientific Press, Singapore (1991).

November 26, 2002

123. Wormholes in dimensions one to four.
Proceedings of PASCOS 90, World Scientific Press, Singapore (1991).
124. Alpha parameters of wormholes.
Physica. Scripta. **T36**, 222 (1991).
125. Gravitational Radiation from Collapsing Cosmic Strings.
Phys. Letts. **B246**, 36 (1990).
126. The Effective Action for Wormholes.
Nucl. Phys. **363**, 117 (1991).
127. Chronology Protection Conjecture.
Phys. Rev. **D46**, 603 (1992).
128. Wormholes in String Theory.
with A. Lyons, *Phys. Rev.* **D44**, 3802 (1991).
129. Selection Rules for Topology Change.
with G. W. Gibbons, *Commun.in Math. Physics* **148**, 345 (1992).
130. Causality Violating Spacetimes.
Proceedings of PASCOS 91, eds. P. Nath and S. Reucross, World Scientific Press, Singapore (1992).
131. The No-Boundary Condition and the Arrow of Time in Physical Origins of Time Asymmetry.
eds. J. J. Halliwell, J. Perez-Mercader and W. H. Zurek, Cambridge University Press (1992).
132. Kinks and Topology Change.
with G. W. Gibbons, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 12 (1992).
133. Evaporation of Two Dimensional Black Holes.
Phys. Rev. Lett. **69**, 406 (1992).
134. The Beginning of the Universe.
Annals of the New York Academy of Science **647**, TEXAS/ESO-CERN Symposium on Relativistic Astrophysics, Cosmology and Fundamental Physics, eds. J. D. Barrow, L. Mestel and P. A. Thomas (1991).
135. Naked and Thunderbolt Singularities in Black Hole Evaporation.
with J. Stewart, *Nucl.Phys.* **B400**, 303 (1993).

November 26, 2002

136. Origin of Time Asymmetry.
with R. Laflamme and G. Lyons, *Phys. Rev.* **D47**, 12 (1993).
137. Supersymmetric Bianchi Models and the Square Root of the Wheeler-DeWitt Equation.
with P. D'Eath and O. Obregon, *Phys. Lett.* **B300**, 44 (1993).
138. Quantum Coherence in Two Dimensions.
with J.D. Hayward, *Phys. Rev.* **D49**, 5252–5256 (1994).
139. Black Holes and Baby Universes.
Bantam Books (1993).
140. Euclidean Quantum Gravity.
eds. S. W. Hawking and G. W. Gibbons, World Scientific Press (1993).
141. Hawking on the Big Bang and Black Holes.
World Scientific Press (1993).
142. The Superscattering Matrix for Two Dimensional Black Holes.
Phys.Rev. **D50**, 3982 (1994).
- 143. The Nature of Space and Time.
hep-th/9409195 (1994).
144. The Gravitational Hamiltonian, Action, Entropy and Surface Terms.
with G.T.Horowitz, *Class. Quant. Grav* **13**, 1487–1498 (1996).
145. Entropy, Area and Black Hole Pairs.
with G.T.Horowitz and S.F.Ross, *Phys. Rev.* **D51**, 4302 (1995).
146. Quantum Coherence and Closed Timelike Curves.
Phys.Rev. **D52**, 5681 (1995).
147. Duality of electric and magnetic black holes.
with S.F. Ross, *Phys.Rev.* **D52**, 5865 (1995).
148. Pair production of black holes on cosmic strings.
with S.F. Ross, *Phys.Rev.Lett.* **75**, 3382 (1995).
149. The Probability for Primordial Black Holes.
with R. Bousso, *Phys. Rev.* **D52**, 5659–5664 (1995).

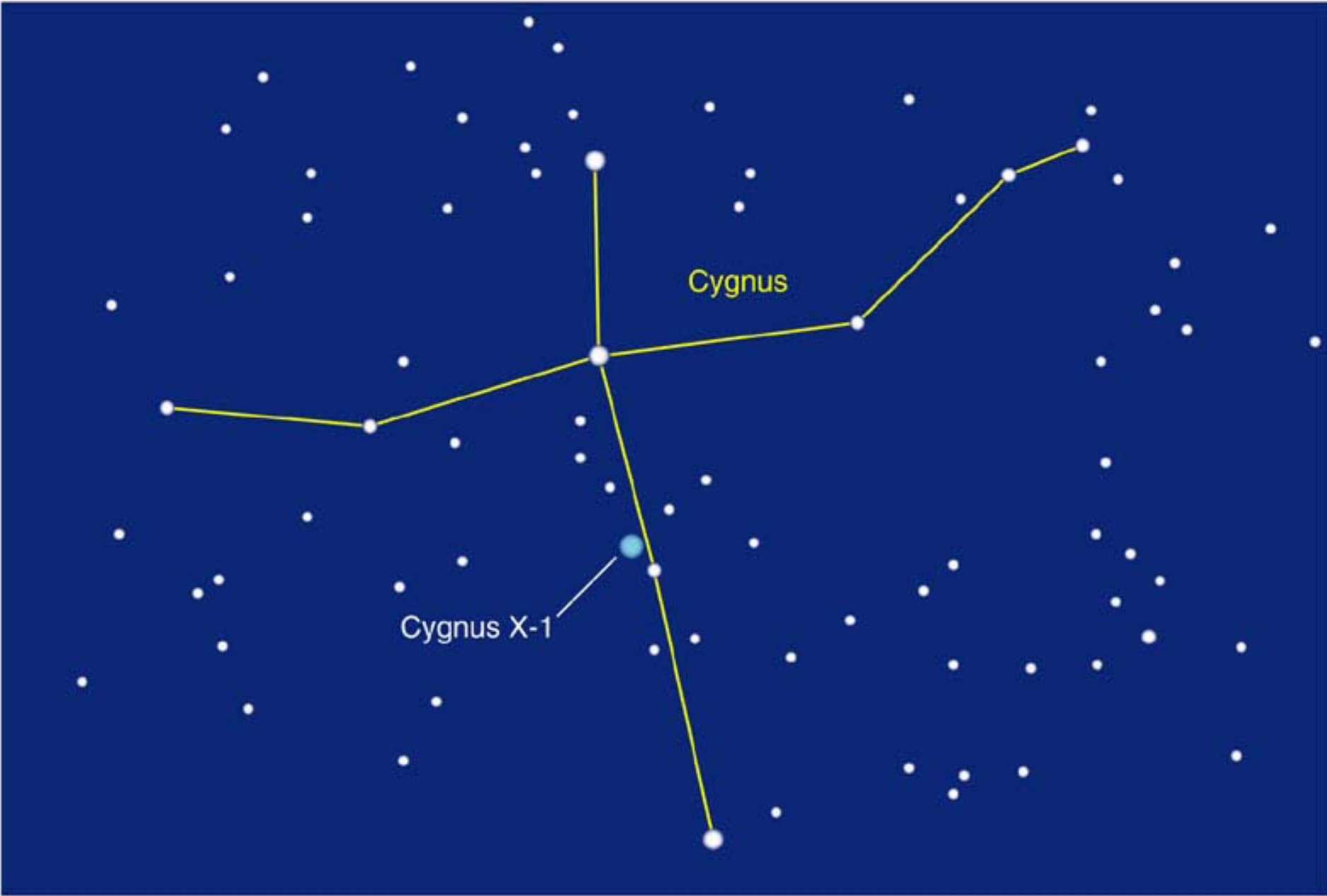
150. Virtual Black Holes.
Phys. Rev. **D53**, 3099–3107 (1996).
151. The Gravitational Hamiltonian in the Presence of Non-Orthogonal Boundaries.
with C.J. Hunter, *Class. Quant. Grav.* **13**, 2735–2752 (1996).
152. Pair Creation and Evolution of Black Holes During Inflation.
with R. Bousso, *Helv. Phys. Acta* **69**, 261–264 (1996).
153. Pair Creation and Evolution of Black Holes During Inflation.
with R. Bousso, *Phys. Rev.* **D54**, 6312–6322 (1996).
154. Primordial Black Holes: Tunnelling vs. No Boundary Proposal.
with R. Bousso, Contribution to the proceedings of COSMION 96, gr-qc/9608009 (1996).
155. Evolution of near extremal black holes.
with M.M. Taylor-Robinson, *Phys. Rev.* **D55**, 7680–7692 (1997).
156. Loss of quantum coherence through scattering off virtual black holes.
with S.F. Ross, *Phys. Rev.* **D56**, 6403–6415 (1997).
157. Trace Anomaly of Dilaton Coupled Scalars in Two Dimensions.
with R. Bousso, *Phys. Rev.* **D56**, 7788–7791 (1997).
158. Models for Chronology Selection.
with M.J. Cassidy, *Phys. Rev.* **D57**, 2372–2380 (1998).
159. (Anti-)Evaporation of Schwarzschild-de Sitter Black Holes.
with R. Bousso, *Phys. Rev.* **D57**, 2436–2442 (1998).
160. The Evaporation of Primordial Black Holes.
Contribution to the proceedings of the 3rd RESCUE International Symposium, 185–197 (1998).
161. Bulk charges in eleven dimensions.
with M. M. Taylor-Robinson, *Phys. Rev.* **D58**, 025006 (1998).
162. Open Inflation Without False Vacua.
with Neil Turok, *Phys. Lett.* **B425**, 25–32 (1998).

163. Comment on 'Quantum Creation of an Open Universe', by Andrei Linde.
with Neil Turok, *gr-qc/9802062* (1998).
164. Is Information Lost in Black Holes?
P.221-240, 'Black Holes and Relativistic Stars', ed. R.M. Wald, University of Chicago Press (1998).
165. Open Inflation, the Four Form and the Cosmological Constant.
with Neil Turok, *Phys. Lett. B* **432**, 271-278 (1998).
166. Inflation, Singular Instantons and Eleven Dimensional Cosmology.
with Harvey S. Reall, *Phys. Rev. D* **59**, 023502 (1999).
167. Lorentzian Condition in Quantum Gravity.
with R. Bousso, *Phys. Rev. D* **59**, 103501 (1999).
168. Gravitational Entropy and Global Structure.
with C.J. Hunter, *Phys. Rev. D* **59**, 044025 (1999).
169. Nut Charge, Anti-de Sitter Space and Entropy.
with C.J. Hunter and D. N. Page, *Phys. Rev. D* **59**, 044033 (1999).
170. Rotation and the AdS/CFT correspondence.
with C.J. Hunter and M. M. Taylor-Robinson, *Phys. Rev. D* **59**, 064005 (1999).
171. A Debate on Open Inflation.
P.15-22, 'Cosmo-98, Second International Workshop on Particle Physics and the Early Universe', ed. David O. Caldwell, AIP Conference Proceedings 478 (1999).
172. Charged and rotating AdS black holes and their CFT duals.
with H. S. Reall, *Phys. Rev. D* **61**, 024014 (2000).
- 173. Brane-World Black Holes.
with A. Chamblin and H. S. Reall, *Phys. Rev. D* **61**, 065007 (2000).
174. DeSitter entropy, quantum entanglement and AdS/CFT.
with J. Maldacena and A. Strominger, *JHEP* **0105**, 001 (2001).
175. Stability of AdS and phase transitions.
Class. Quant. Grav **17**, 1093-1498 (2000).
176. Gravitational Waves in Open de Sitter Space.
with Thomas Hertog and Neil Turok, *Phys. Rev. D* **62**, 063502 (2000).

177. Brane New World.
with T. Hertog and H. S. Reall, *Phys. Rev. D* **62**, 043501 (2000).
178. Large N Cosmology.
P.113-125, 'Cosmo-2000, Proceedings of the Fourth International Workshop on Particle Physics and the Early Universe', ed. Jihn E. Kim, Pyungwon Ko, Kimyong Lee, World Scientific Publishing Co. (2000).
179. Trace Anomaly Driven Inflation.
with T. Hertog and H. S. Reall, *Phys. Rev. D* **63**, 083504 (2001).
180. Chronology Protection.
P.87-109, 'The Future of Spacetime, Proceedings of Kipfest 2000', W. W. Norton and Company Ltd. (2002).
- 181. The Universe in a Nutshell.
Bantam Press (2001).
182. Living with Ghosts.
with Thomas Hertog, *Phys. Rev. D* **65**, 103515 (2002).
183. Why Does Inflation Start at the Top of the Hill?
with Thomas Hertog, *hep-th/0204212* (2002).
184. ADS, CFT and Cosmology.
Clay Mathematics Proceedings, Volume 1 (2002).

1971 Tom Bolton identifia Cygnus 1
comme un trou noir à l'observatoire de Toronto
Étoile HD 226868 en orbite autour d'une source de rayon X





Cygnus

Cygnus X-1

Whereas Stephen Hawking has such a large investment in General Relativity and Black Holes and desires an insurance policy, and whereas Kip Thorne likes to live dangerously without an insurance policy,

Therefore be it resolved that Stephen Hawking bets 1 year's subscription to "Fenthouse" as against Kip Thorne's wager of a 4-year subscription to "Private Eye", that Cygnus X 1 does not contain a black hole of mass above the Chandrasekhar limit.

Stephen Hawking

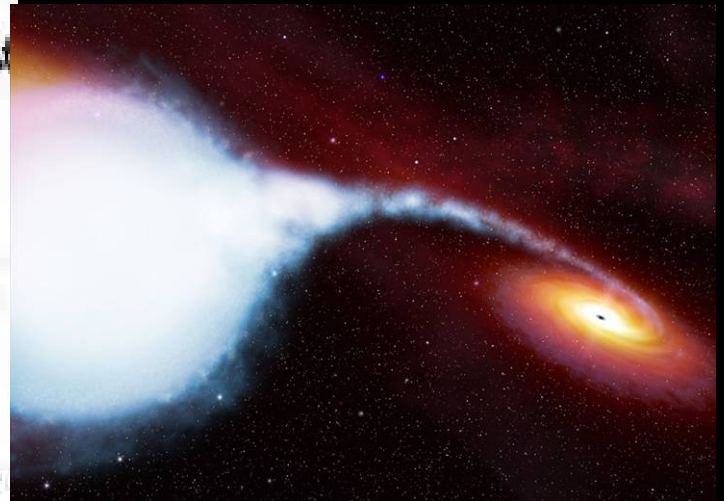
Kip S. Thorne

Witnessed their treaty
day of December 1974

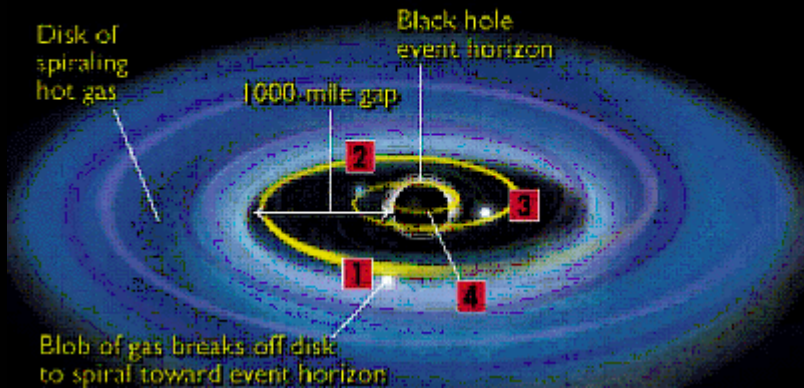
Abraham Anzylus Nemo J.



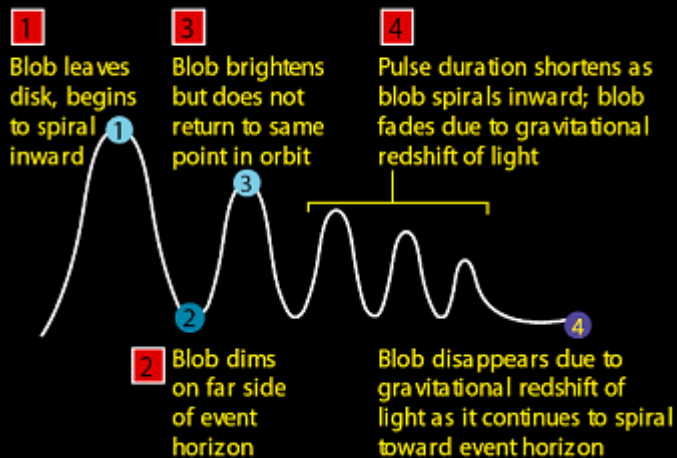
les paris stupides



Signature of piece of matter falling into black hole Cygnus XR-1



Ultra violet light signature of dying pulse train seen near event horizon



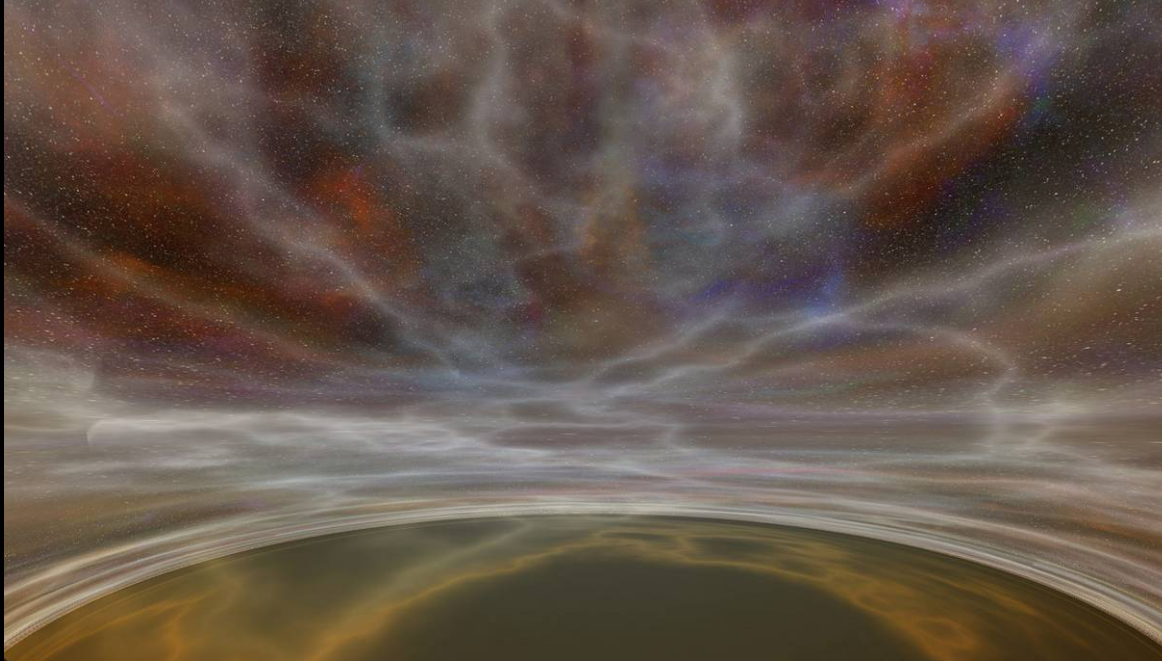
systeme Cygnus X-1

un système double situé à 10000 années-lumière constitué d'une étoile bleue supergéante (HDE 226868) de magnitude 9 et de 31000 K dont l'atmosphère est aspirée par un objet sombre et éteint dont la masse, estimée à partir de la relation masse-luminosité des étoiles de la Séquence principale est estimée à 7 masses solaires.

Il pourrait s'agir d'un trou noir.

L'objet émet des rayons X présentant des fluctuations d'intensité qui peuvent atteindre 1/100ème de seconde. L'objet massif ne peut donc pas être plus grand que la distance que peut parcourir la lumière en 0.01 sec, soit environ 3000 km.

Toutefois il subsiste une incertitude sur la mesure de sa masse.



perte d'information dans un trou noir

si un trou noir rayonne, cette radiation ne contient pas pour autant une information sur le trou noir.

La particule émise peut être quelconque tant que sa longueur d'onde est supérieure au quart de la circonférence du trou noir (celle de l'horizon des évènements).

en absorbant tout jusqu'à la lumière, le trou noir devient une censure cosmique de Penrose, ne libérant aucune information sur ses propriétés.

cela n'étant qu'une solution théorique tirée de ses calculs, Hawking fait le pari avec Kip Thorne contre John Preskill que les trous noirs constituent la phase terminale de l'univers et emprisonnent à jamais tout ce qui passe à leur proximité sans libérer la moindre information.

singularités nues sans horizon



Whereas Stephen W. Hawking firmly believes that naked singularities are an anathema and should be prohibited by the laws of classical physics,

And whereas John Preskill and Kip Thorne regard naked singularities as quantum gravitational objects that might exist unclad by horizons, for all the Universe to see,

Therefore Hawking offers, and Preskill/Thorne accept, a wager with odds of 100 pounds sterling to 50 pounds sterling, that when any form of classical matter or field that is incapable of becoming singular in flat spacetime is coupled to general relativity via the classical Einstein equations, the result can never be a naked singularity.

The loser will reward the winner with clothing to cover the winner's nakedness. The clothing is to be embroidered with a suitable concessionary message.



John P. Preskill Kip Thorne

Stephen W. Hawking John P. Preskill & Kip S. Thorne
Pasadena, California, 24 September 1991

Hawking has conceded!

Hawking est convaincu que l'information devait être détruite dans l'évaporation d'un trou noir. Le rayonnement était aléatoire et ne pouvait pas contenir l'information initiale.

En 1997, Hawking et Kip Thorne, un physicien du Caltech, ont fait le pari avec John Preskill que la perte d'information était la réalité.

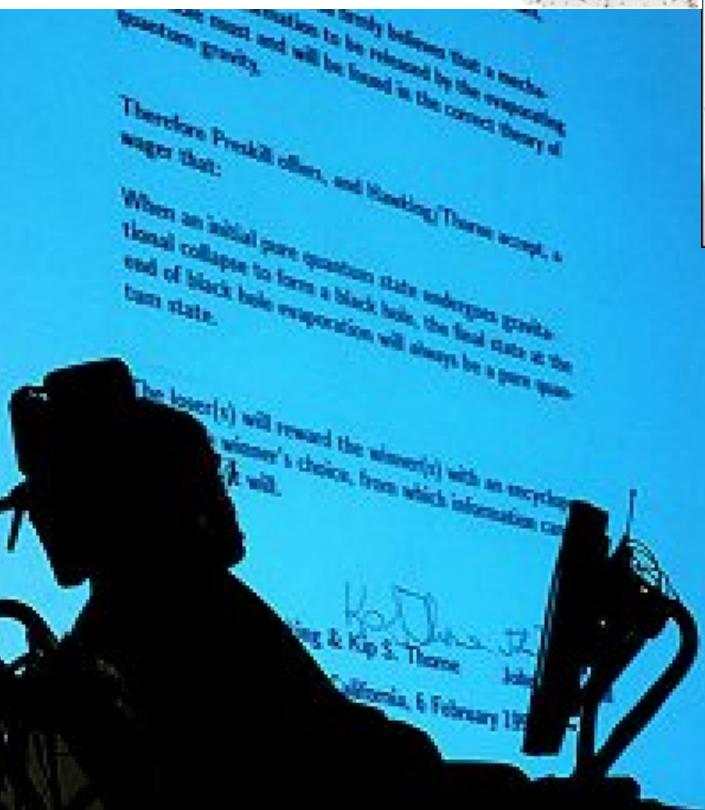
L'enjeu du pari était une encyclopédie (dans laquelle justement, une information pouvait être retrouvée !).

Rien ne se passa plus jusqu'en juillet 2004, quand Hawking vint affirmer lors d'une conférence à Dublin, qu'il avait eu tort depuis le début.

Finalement, les trous noirs ne détruisaient pas l'information

GR17

DUBLIN 2004



« my view have evolved »

Information Loss in Black Holes

S.W.Hawking*

DAMTP, Center for Mathematical Sciences, university of Cambridge, Wilberforce Road, Cambridge CB3 0WA, UK

The question of whether information is lost in black holes is investigated using Euclidean path integrals. The formation and evaporation of black holes is regarded as a scattering problem with all measurements being made at infinity. This seems to be well formulated only in asymptotically AdS spacetimes. The path integral over metrics with trivial topology is unitary and information preserving. On the other hand, the path integral over metrics with non-trivial topologies leads to correlation functions that decay to zero. Thus at late times only the unitary information preserving path integrals over trivial topologies will contribute. Elementary quantum gravity interactions do not lose information or quantum coherence.

PACS numbers: 04.70.Dy

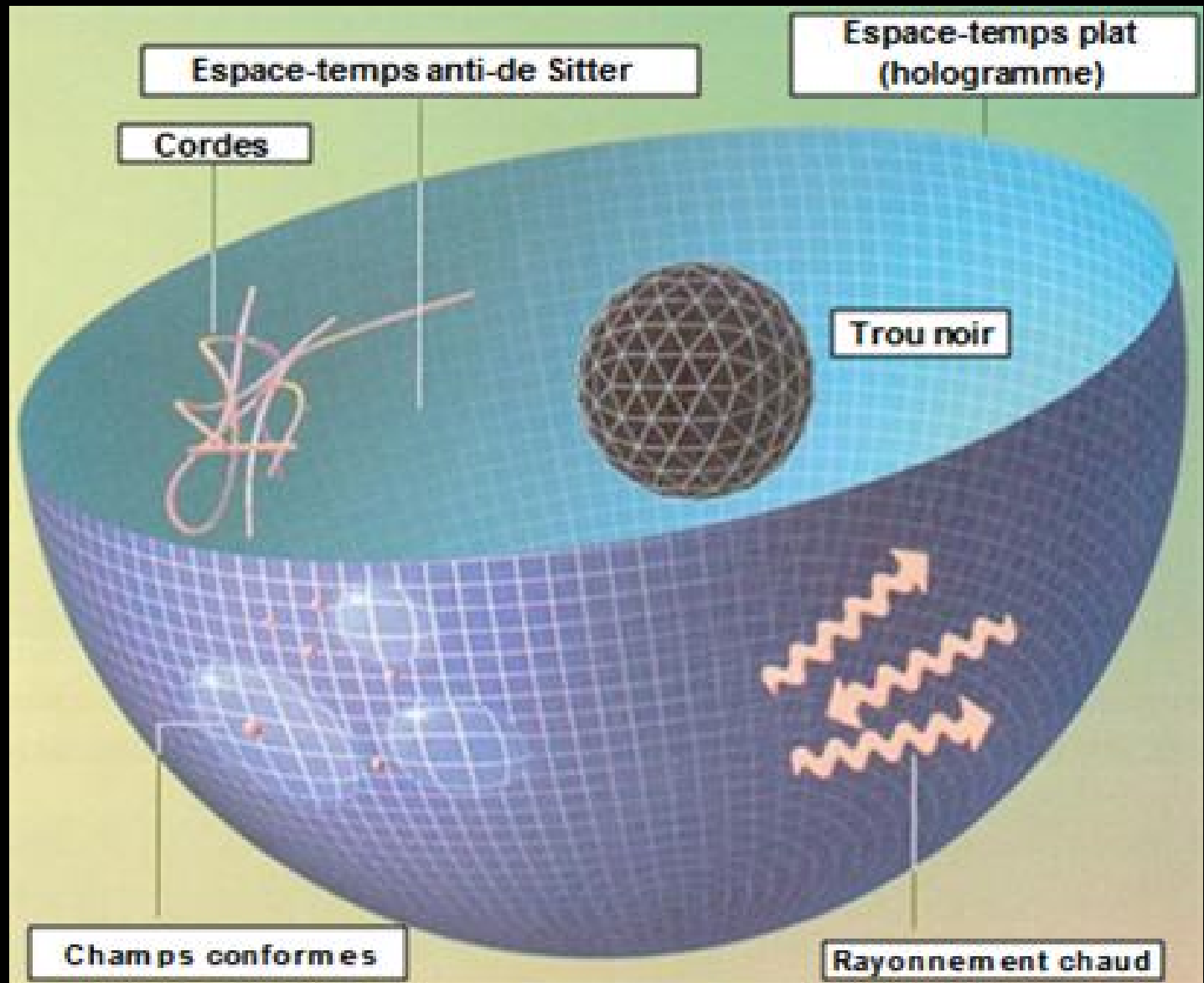
I. INTRODUCTION

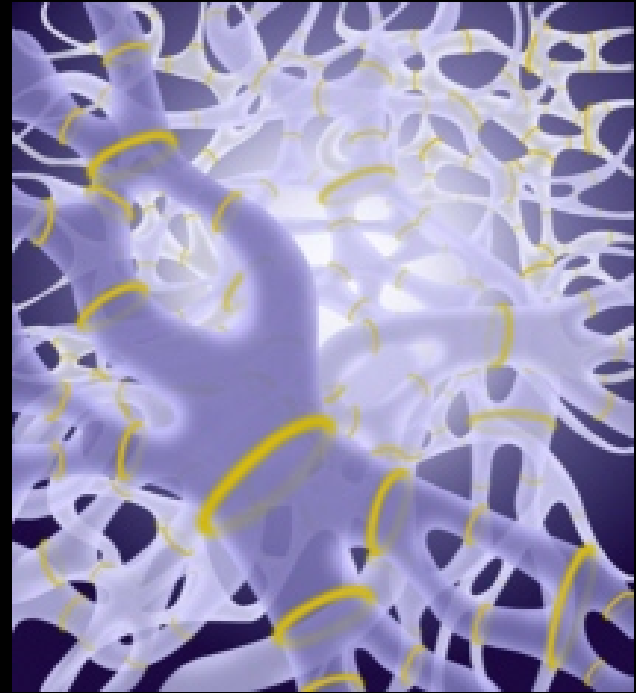
The black hole information paradox started in 1967 when Werner Israel showed that the Schwarzschild metric was the only static vacuum black hole solution [1]. This was then generalized to the no hair theorem, the only stationary rotating black hole solutions of the Einstein Maxwell equations are the Kerr Newman metrics [9]. The no hair theorem implied that all information about the collapsing body was lost from the outside region apart from three conserved quantities: the mass, the angular momentum, and the electric charge.

This loss of information wasn't a problem in the classical theory. A classical black hole would last for ever and the information could be thought of as preserved inside it, but just not very accessible. However, the situation changed when I discovered that quantum effects would cause a black hole to radiate at a steady rate [2]. At least in the approximation I was using the radiation from the black hole would be completely thermal and would carry no information[3]. So what would happen to all that information locked inside a black hole that evaporated away and disappeared completely? It seemed the only way the information could come out would be if the radiation was not exactly thermal but had subtle correlations. No one has found a mechanism to produce correlations but most physicists believe one must exist. If information were lost in black holes, pure quantum states would decay into mixed states and quantum gravity wouldn't be unitary.

I first raised the question of information loss in 75 and the argument continued for years without any resolution either way. Finally, it was claimed that the issue was settled in favor of conservation of information by ADS-CFT. ADS-CFT is a conjectured duality between string theory in anti de Sitter space and a conformal field theory on the boundary of anti de Sitter space at infinity [?]. Since the conformal field theory is manifestly unitary the argument is that string theory must be information preserving. Any information that falls in a black hole in anti de Sitter space must come out again. But it still wasn't clear how information could get out of a black hole. It is this question, I will address in this paper.

nouvelles théories





entre cordes et p-brane

MECHANICS AND EQUILIBRIUM GEOMETRY OF BLACK HOLES, MEMBRANES, AND STRINGS.

B. Carter.

Dept. of Relativistic Astrophysics and Cosmology,
C.N.R.S., Observatoire de Paris,
92 Meudon, France.



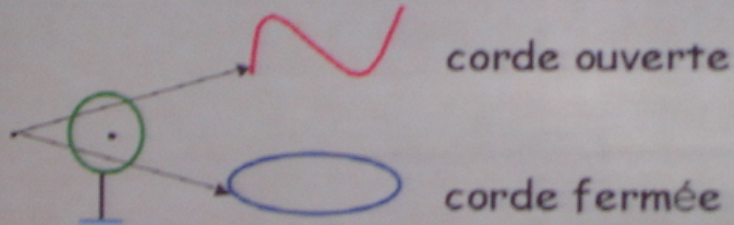
Abstract. *This course is designed to give a mathematically coherent introduction to the classical theory of black holes and also of strings and membranes (which are like the horizon of a black hole in being examples of physical systems based on a dynamically evolving world sheet) giving particular attention given to the study of the geometry of their equilibrium states.*

Preface.

The purpose of this course is to provide a mathematically coherent introduction to the classical theory of black holes and also to the related and more recently developed topic of the classical theory of relativistic strings and membranes for which many of the same techniques are required. The strategy of the course will be to concentrate on general results rather than special examples, and to distinguish as clearly as possible what has been completely proved from what has only been partly established or merely conjectured

Son postulat de base

- N'importe quelle particule élémentaire, vue auparavant comme un point, n'est qu'une **corde** vibrante assujettie aux lois de la **relativité** et de la mécanique **quantique**.



des brins d'énergie



Black-hole relics in string gravity: last stages of Hawking evaporation

S Alexeyev^{1,2}, A Barrau¹, G Boudoul¹, O Khovanskaya² and M Sazhin²

¹ Institut des Sciences Nucleaires (CNRS/CNRS), 53 Avenue des Martyrs, F-38026 Grenoble Cedex, France

² Sternberg Astronomical Institute (MSU), Universitetsky Prospekt, 15, Moscow 119991, Russia

Received 10 May 2002

Published 6 August 2002

Online at stacks.iop.org/CQG/19/4431

Abstract

The endpoint of black-hole evaporation is a very intriguing problem of modern physics. Based on the Einstein-dilaton-Gauss-Bonnet four-dimensional string gravity model, we show that black holes do not disappear and should become relics at the end of the evaporation process. The possibility of experimental detection of such remnant black holes is investigated. If they really exist, these objects could form a considerable part of the non-baryonic dark matter in our universe.

PACS numbers: 0470D, 0480C, 9535

1. Introduction

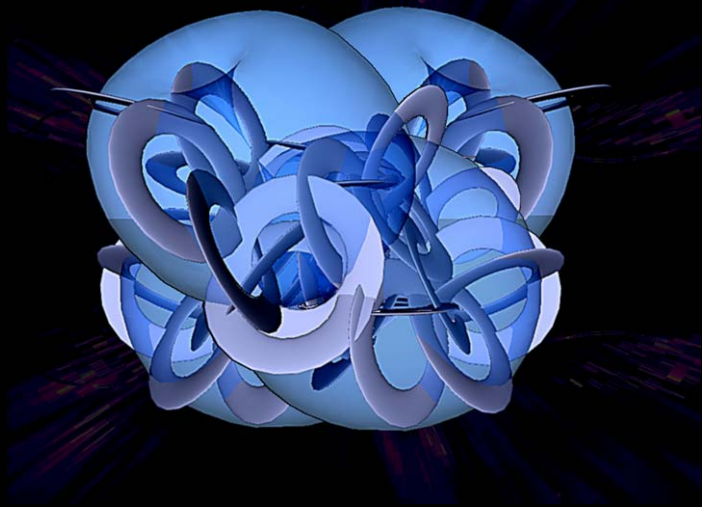
Nowadays theoretical physics faces a great challenge. There is the four-dimensional (4D) standard model on one hand (and the additional dimensions are not required to explain experimental data) together with inflationary cosmology based on additional scalar fields [1]. On the other hand, there is the completely supersymmetrical string/ \mathcal{M} -theory. Building links

théorie M

« la théorie M" ajoute aux cordes des objets multidimensionnels (les branes) et une dimension spatiale supplémentaire.

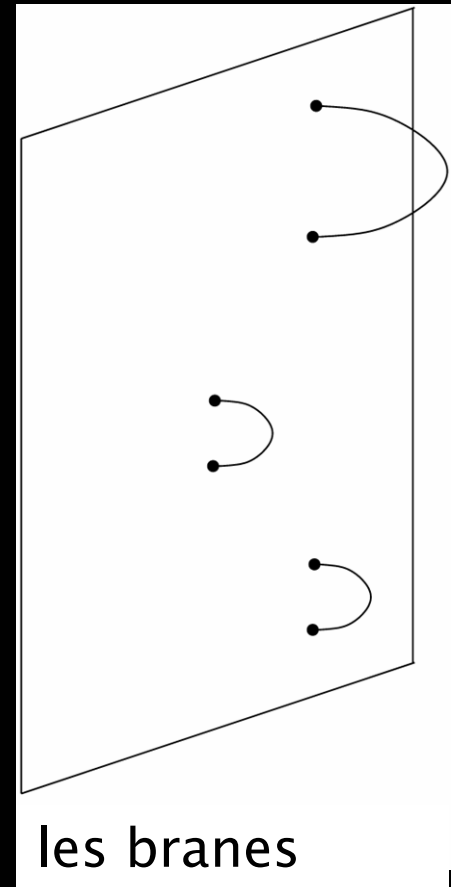
notre Univers serait donc une brane à 5 dimensions (4 pour l'espace-temps + celle apportée par la théorie M) auxquelles s'ajoutent les 7 autres dimensions spatiales (très petites) issues de la théorie de supersymétrie.

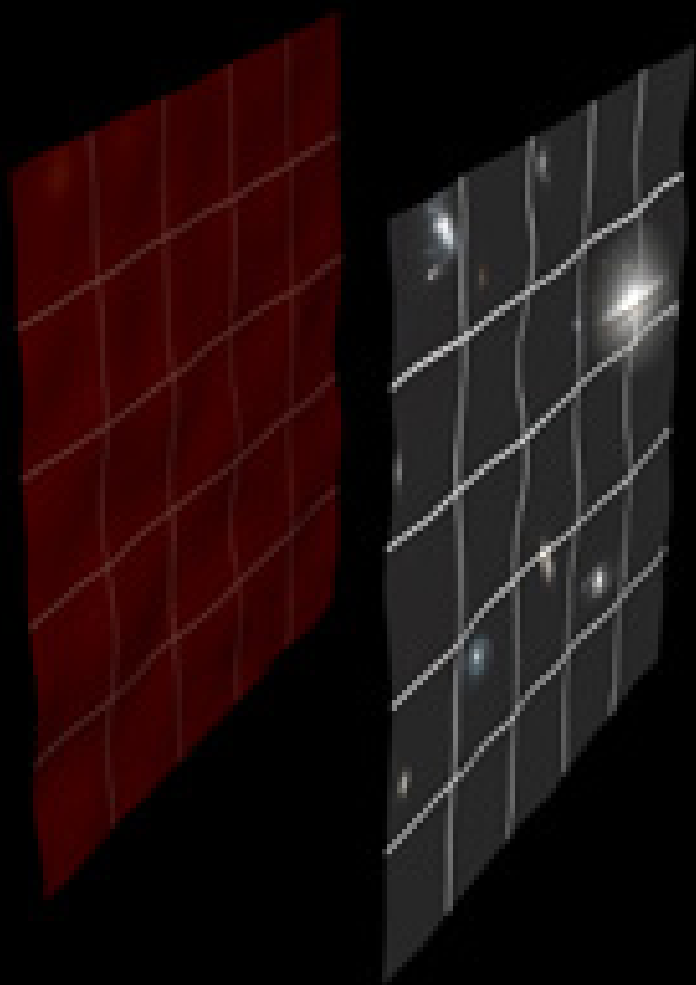




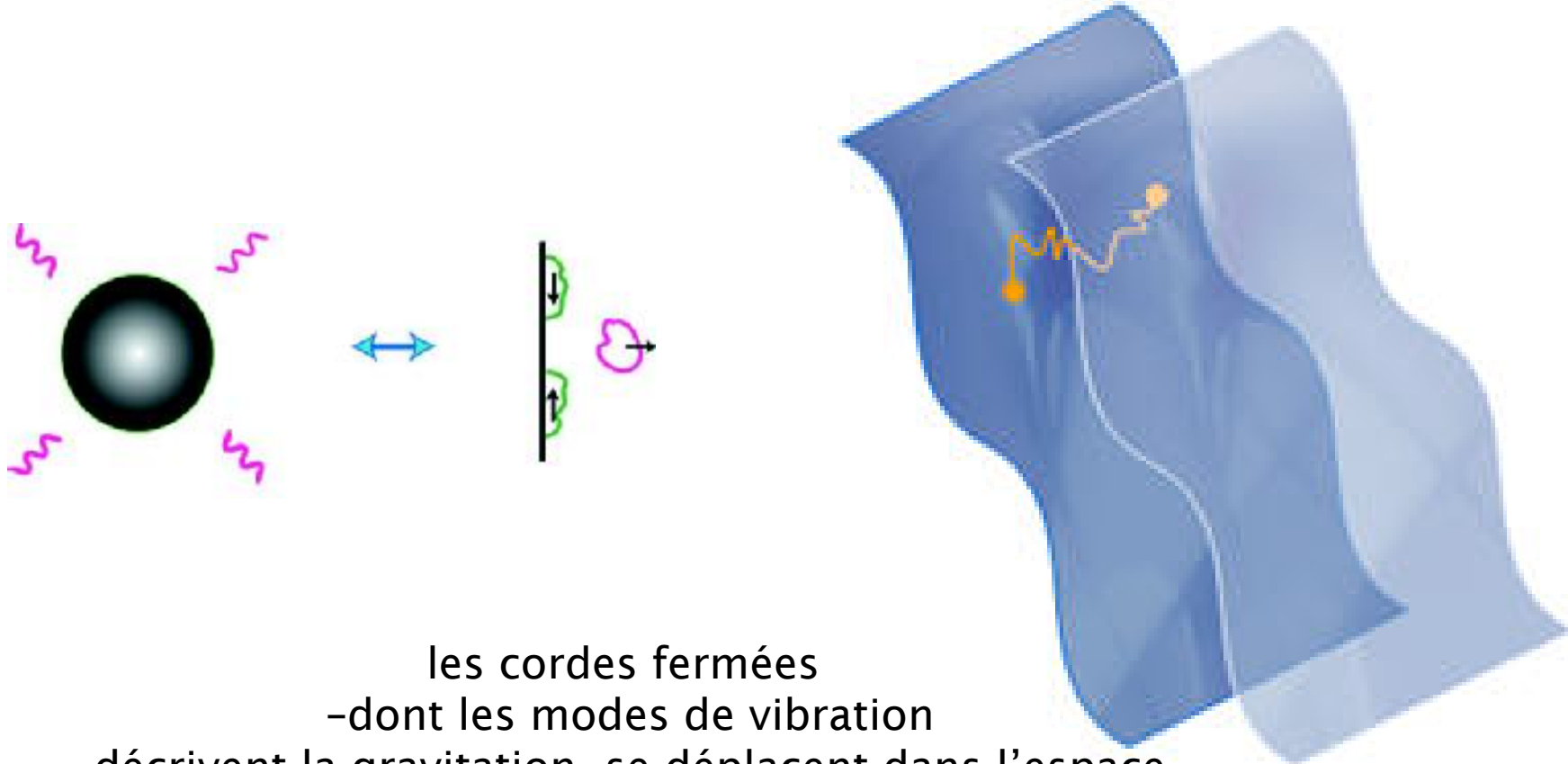
les mondes branaires

notre Univers voisine avec d'autres Univers
nous serions piégés
dans une tranche de brane
les cordes ouvertes (fermions) s'accrochent
à notre brane
les cordes fermées (gravitons) s'enfuient
vers d'autres branes

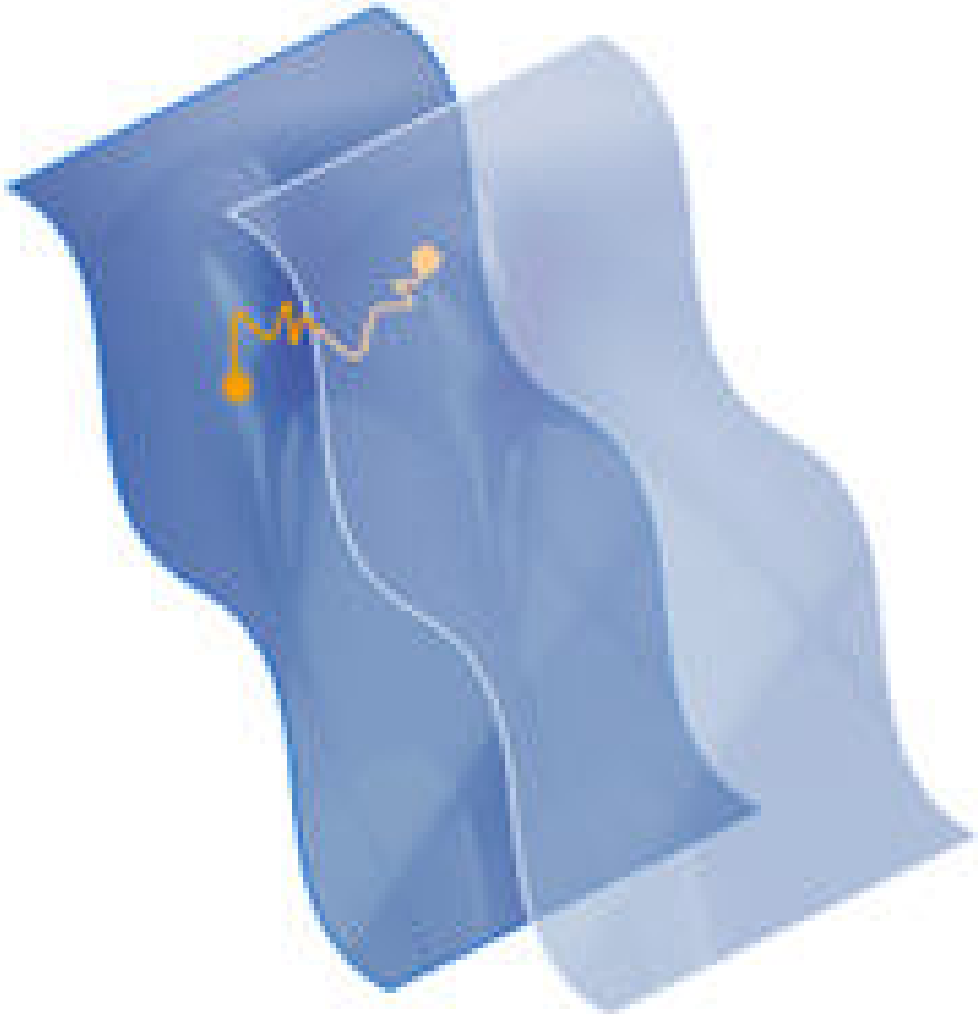




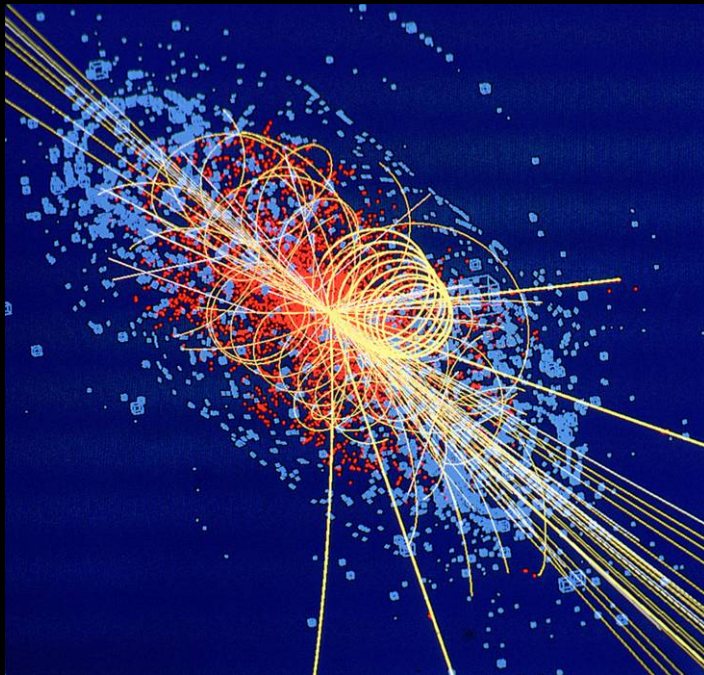
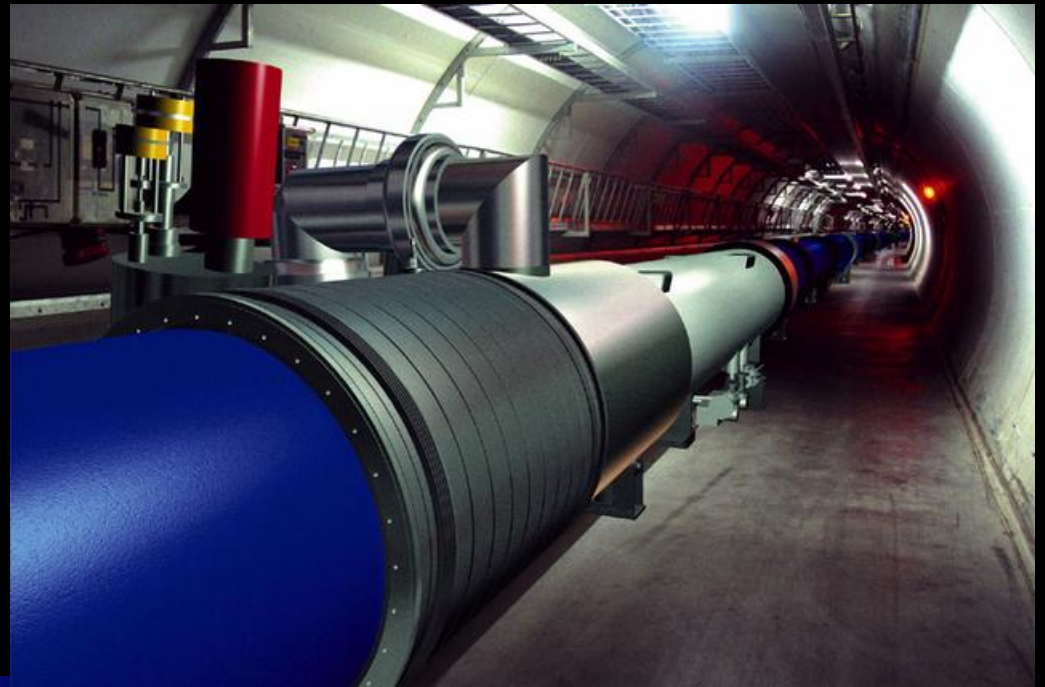
pour la théorie des cordes la radiation d'Hawking émise par un trou noir est expliquée par un processus où les cordes ouvertes entrent en collision et ainsi émet une corde fermée vers une autre brane



les cordes fermées
-dont les modes de vibration
décrivent la gravitation- se déplacent dans l'espace
les extrémités des cordes ouvertes se déplacent sur la p-brane



2008 au LHC

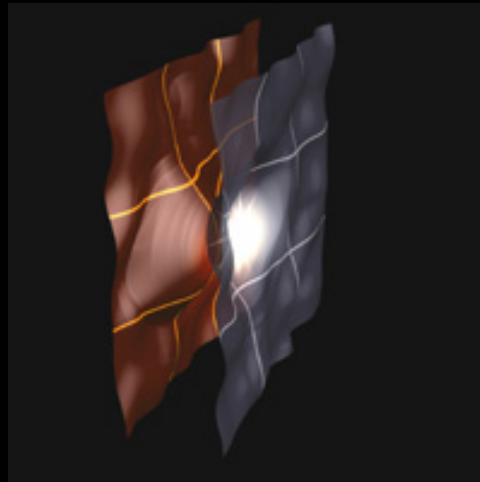


après collision, le bilan
énergétique dira si il
manque de l'énergie auquel
cas nous aurons la preuve
que les gravitons sont
enfuis
vers d'autres branes

conclusion

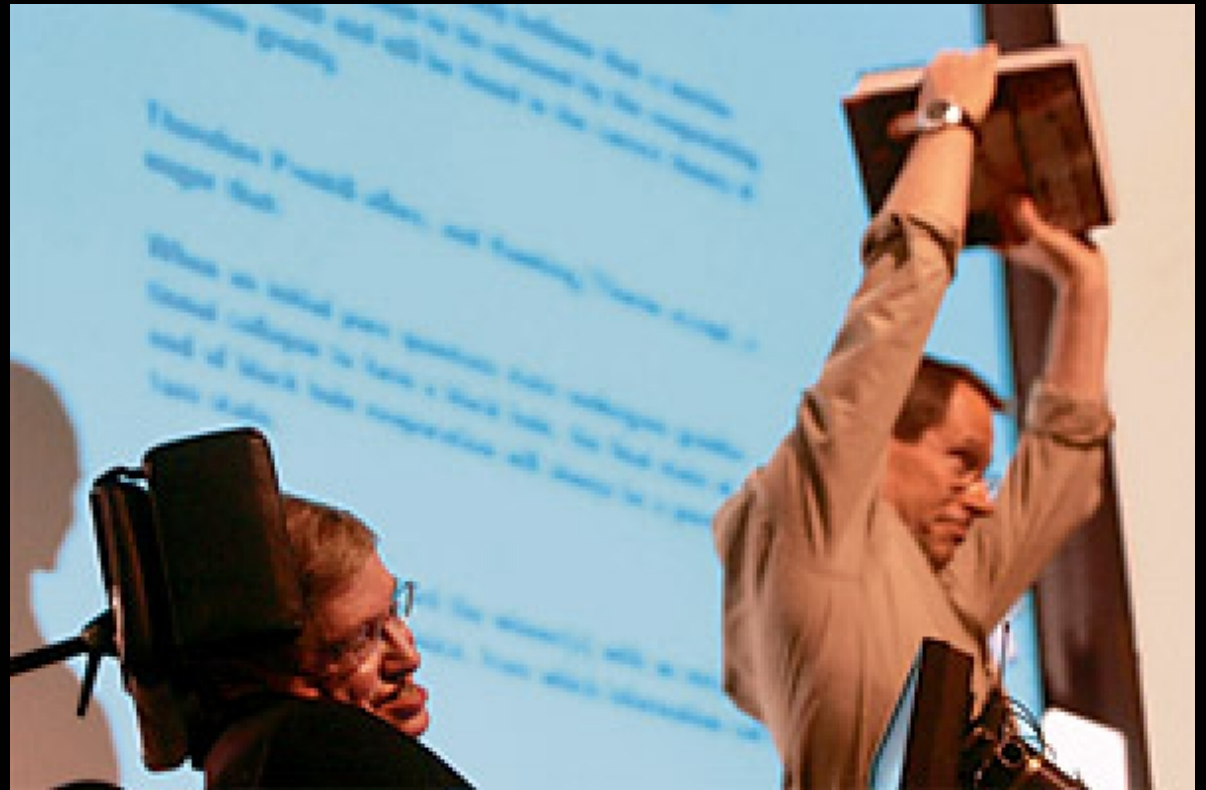
aujourd'hui,
dans les théories de supercordes,
un trou noir devient l'intersection de p-branes
(membranes à plus de 4D) se croisant dans des dimensions
supérieures,

le rayonnement Hawking correspondant au détachement
d'une p-brane sous forme de corde fermée (1-brane).



la radiation Hawking

émise par cette "pelote" contiendrait
alors l'information concernant les
propriétés internes du trou noir



L'interprétation physique de l'entropie des trous noirs (les recherches continuent en 2007)

en thermodynamique, l'entropie est une mesure du nombre d'états que peut posséder la structure microscopique d'un système (par exemple les molécules d'un gaz) qui est caractérisé par certains paramètres macroscopiques (par exemple, le volume, la pression et la température).

Dans le cas des trous noirs, il était difficile de comprendre à quels types d'états microscopiques l'entropie découverte par Hawking pouvait se référer. La formule de l'entropie faisant intervenir la constante de Planck, il était conjecturé que ces états ne pourraient être décrits que dans le cadre d'une théorie de la gravitation quantique.

En 1995, Andrew Strominger et Cumrun Vafa ont pu calculer l'entropie correcte d'un certain type de trou noir dit supersymétrique dans le cadre de la théorie des cordes en utilisant une méthode basée sur les «D-branes». Leurs calculs ont été suivis par de nombreux autres calculs de l'entropie de trous noirs extrêmes, et les résultats sont toujours en accord avec la formule de Bekenstein-Hawking.

Les chercheurs en gravité quantique à boucles affirment également avoir trouvé une interprétation de l'entropie dans le cadre de cette théorie dans le cas le plus simple d'un trou noir de Schwarzschild et sans pouvoir prédire la valeur exacte de celle-ci. Ce résultat n'a pour l'heure pas pu être étendu à d'autres type de trous noirs, contrairement à la théorie des cordes qui apparaît être une voie plus prometteuse.

le paysage cosmologique

selon Hawking et Hertog, tous ces univers alternatifs de la théorie des cordes pourraient avoir existé ensemble durant les tous premiers instants après le Big Bang. L'Univers se serait alors trouvé dans une "superposition" de tous ces mondes possibles. Ces univers se sont éteints à l'exception du nôtre.

ce qui expliquerait les constantes finement ajustées

notre Univers n'est pas le résultat d'un seul commencement et d'une seule histoire, mais d'une multitude de commencements et d'histoires.



Origin of structure

· These variations in temperature indicate that the density of the early universe was slightly different from place to place - the seeds of structure were indeed present when the microwave background was released.



· Galaxies form in the cooler, denser, blue, seed regions.
· Voids form from in hotter, less dense, red, regions.

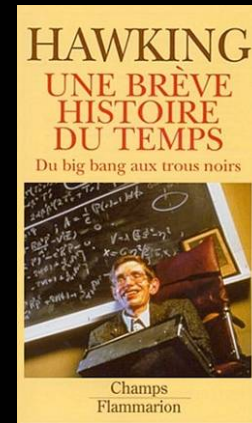
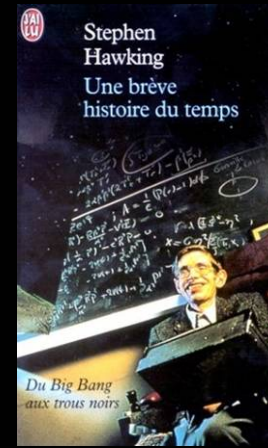
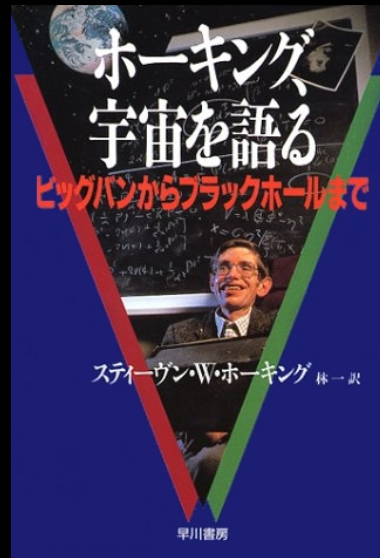
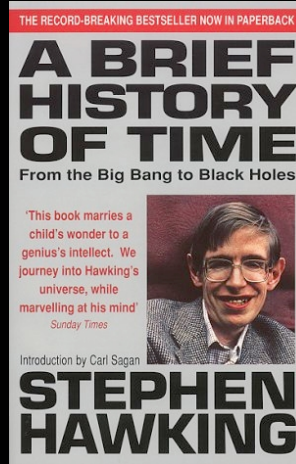
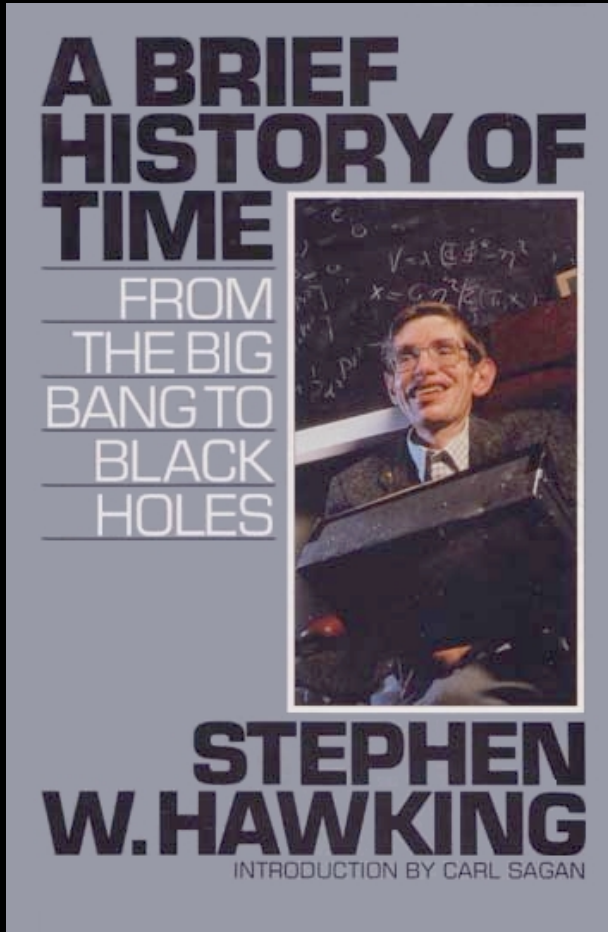
avec George Smoot
Berkeley juin 2006
l'anisotropie fine (Planck?)
donnera une vue des bébés U



George Smoot presents Hawking with a t-shirt from the Center for Cosmological Physics during his Berkeley visit.

237 semaines no1 au top Sunday Time

1988
25 millions
exemplaires
vendus



"Stephen Hawking,
l'auteur le plus vendu,
le moins lu et le moins compris de l'histoire du livre «

Stephen Hawking
Roger Penrose
La nature
de l'espace
et du temps



Éditions essais

Stephen Hawking
Trous noirs
et bébés univers



L'Univers
dans une coquille
de noix

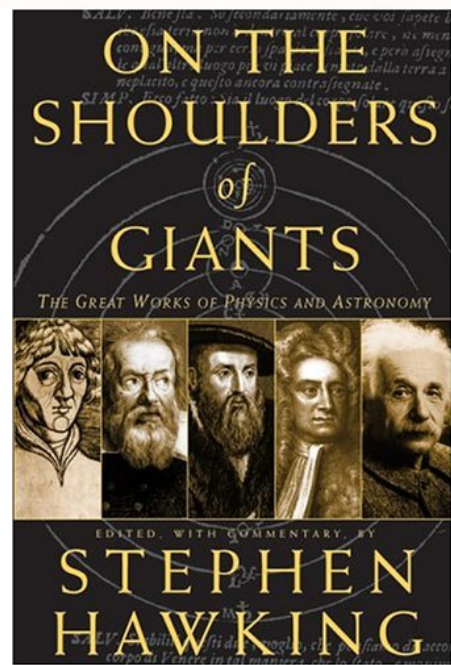
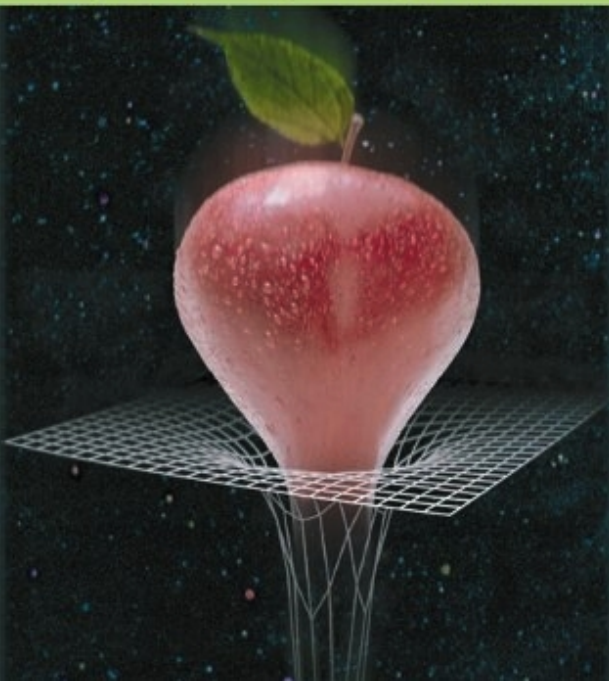
Stephen
Hawking

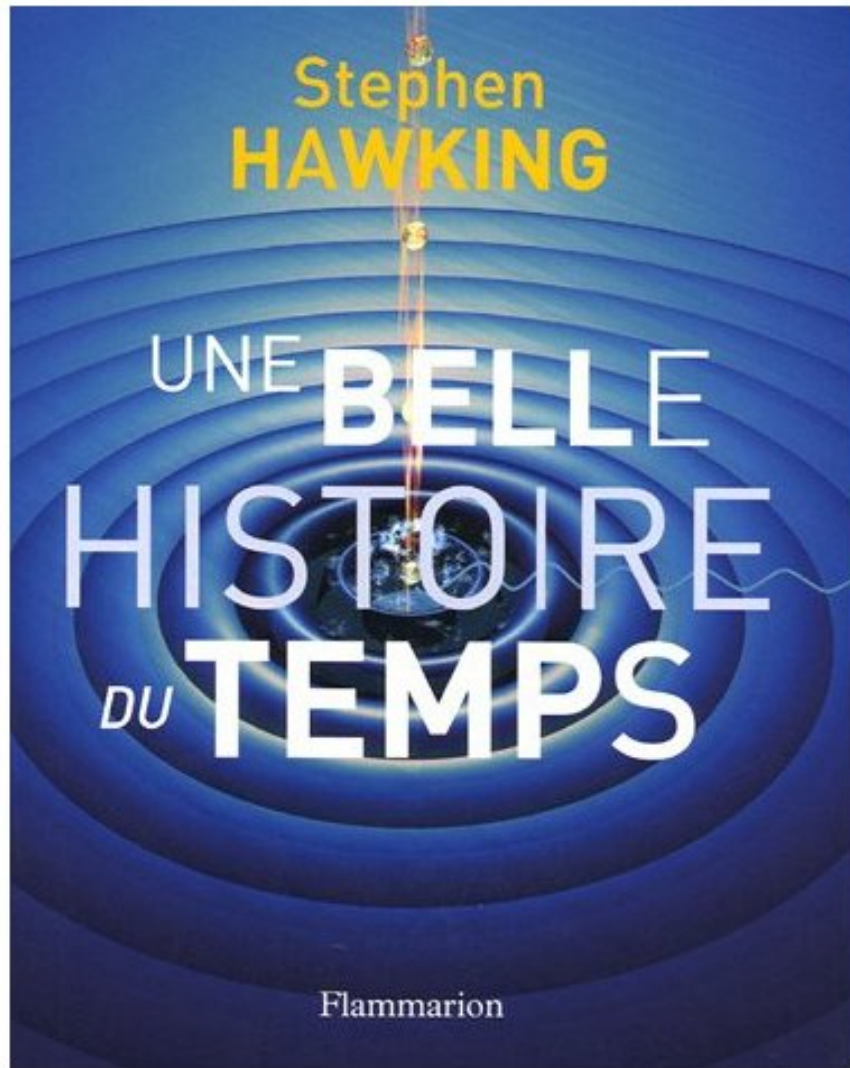


PRINCETON SCIENCE LIBRARY

The Nature of
Space and Time

Stephen Hawking and Roger Penrose





Stephen W. Hawking

Kip S. Thorne

Igor Novikov

Timothy Ferris

Alan Lightman

Introduction by

Richard Price

livres signés par Stephen Hawking

Une Belle Histoire du Temps, Stephen Hawking, Flammarion, 2005

Sur les épaules des géants: Les plus grands textes de physique et d'astronomie (2002), Stephen Hawking et al., Dunod, 2003

Universe in a Nutshell/Illustrated Brief History of Time, Stephen Hawking, 2002

The Future of spacetime, Stephen Hawking et al., W.W. Norton & Company, 2002

L'Univers dans une coquille de noix, Stephen Hawking, Odile Jacob, 2001

A Brief History of Time: The Updated and Expanded Tenth Anniversary Edition, Stephen Hawking, 1999

The Cambridge Lectures: Life Works, Stephen Hawking, Audio Literature, 1996

Commencement du temps et fin de la physique ?, Stephen Hawking, Flammarion, 2001

La nature de l'espace et du temps (2000), Roger Penrose, Stephen Hawking, Gallimard, 2003

Trous noirs et bébés univers et autres essais (1993), Stephen Hawking, Odile Jacob, 2000

Trous noirs et distorsions du temps (1993), Kip Thorne, Stephen Hawking, Flammarion, 1996

The Illustrated Brief History of Time, Stephen Hawking, Bantam, 1996

Introducing Stephen Hawking, Stephen Hawking et al., Totem Books, 1995/2005

Qui êtes-vous, Mister Hawking ?, Stephen Hawking, Gene Stone, Odile Jacob, 1994

Hawking on the Big Bang and Black Holes, Stephen Hawking, 1993

A Brief History of Time Reader's Companion (support du film d'Erroll Morris), Stephen Hawking, 1992

300 Years of Gravitation, Stephen Hawking, W.Israel, Cambridge University Press, 1989

Une brève histoire du temps (1988), Stephen Hawking, Flammarion, 1989; J'ai Lu, 2000


Very Early Universe, Stephen Hawking, s/dir G.W. Gibbons, 1987/1992

Superspace and Supergravity, Stephen Hawking, M.Rocek, Cambridge University Press, 1981

General Relativity : An Einstein Centenary Survey, Stephen Hawking, W. Israel, 1979/1980

The Large Scale Structure of Space-Time (papers), Stephen Hawking et al., Cambridge University Press, 1975





Why are we here?
Where did we come from?