Compléments: Trous noirs versus Big Bang

Pourquoi l'univers primordial ne s'effondre t'il pas en trou noir compte tenu de sa compacité?

L'univers est il un trou noir?

- Cette question rencontre toujours un certain succès car on peut faire observer que si on considère une sphère "co-mobile" du fluide cosmique, remplissant l'univers, dans le passé, comme sa masse est constante et que son rayon diminue on constate que ce rayon peut devenir inférieur au rayon de Schwarzschild [1] (et que avant il l'était) et on se demande donc comment l'univers ne s'est pas effondré [2]!!!

- En fait remarquons que selon cet argument, il n'aurait jamais dû commencer car à $t = 0$ toute la masse est contenue dans un volume nul.

- Comment expliquer ce mystère?

- [1] Remarquons que le rayon de Schwarzschild n'a de sens que dans la métrique associée au corps à symétrie sphérique (non homogène et isotrope par rapport à un seul point)!

- [2] Argument épistémologique: Dans le cas d'un univers à symétrie sphérique et non homogène il y a un seul point privilégié vers lequel la matière peut s'effondrer (dans un espace) alors que si l'espace temps est homogène et isotrope en tout point, aucun point de ce type n'existe (vers quoi la matière peut elle s'effondrer toutes les directions étant équivalentes et l'univers devant rester homogène et isotrope en tout point?), donc l'effondrement ne peut être qu'une propriété globale de la métrique!

Big bang et singularité d'un trou noir

Dans la FAQ on fait remarquer que les singularités sont de nature différentes.

"Les deux sont des singularités, mais celle liée au Big Bang est différente de celle liée à un Trou Noir . Le Big Bang est une singularité qui s'étend à tout l'espace au même moment, alors qu'un Trou Noir est une singularité en un point de l'espace qui s'étend éternellement dans le temps"

On peut ajouter qu'un trou noir de Schwarzschild est un espace temps statique (gelé) dont l'espace est totalement vide (à l'exception de la singularité centrale) et qui a un centre (l'espace est à symétrie sphérique: isotrope mais pas homogène) alors que dans les espaces temps de solutions cosmologiques (Friedmann Lemaître) l'espace est rempli de fluides divers, il est homogène et isotrope et de plus dynamique.

Ces différences structurelles importantes font que les métriques utilisées sont différentes et que l'équation d'Einstein qui décrit à la solution: $\boldsymbol{G_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}}$

est différente à double titre: Métriques différentes (qui valorisent différemment le tenseur d'Einstein $\boldsymbol{G_{\mu\nu}}$) et tenseur énergie impulsion ($\boldsymbol{T_{\mu\nu}}$) nul dans le cas des trous noirs (on est dans le vide) et pas nul dans les solutions de Friedmann Lemaître (l'univers est rempli d'un fluide).

La résolution (intégration) de ces équations différentielles (locales) conduit naturellement à des solutions différentes.

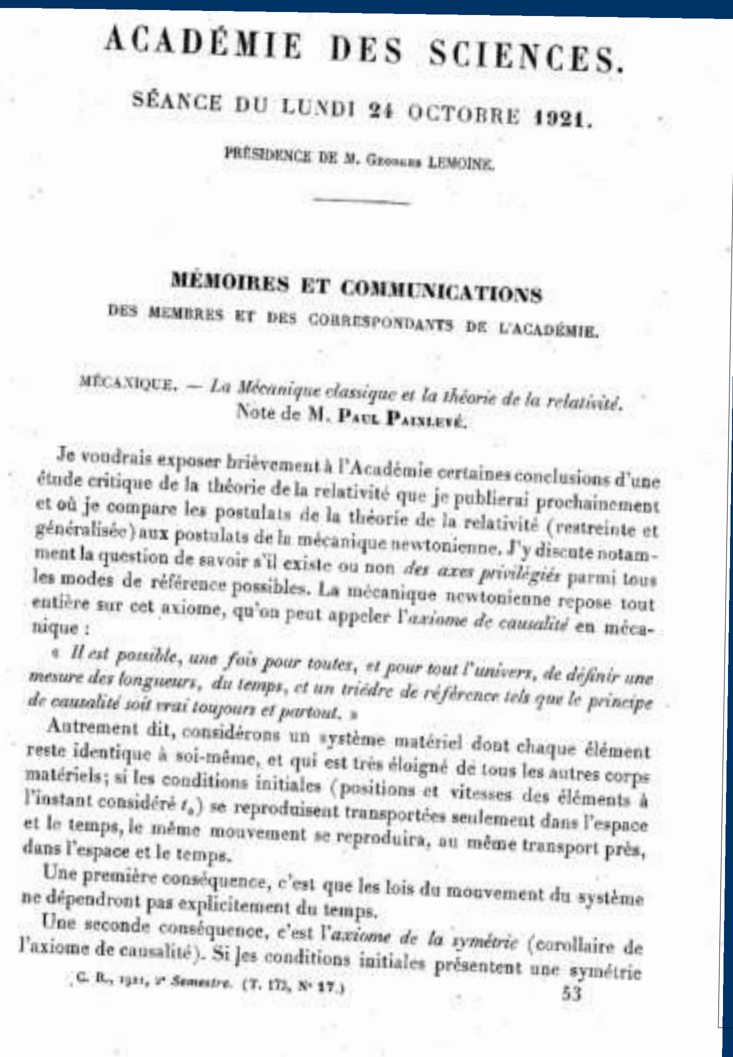
Résumé des épisodes précédents.

- Fin1915: Einstein publie ses équations en deux temps: Une version préliminaire limitée à $g = -1$ puis deux semaines après une version covariante générale.
- 1916: Schwarzschild partant de la version préliminaire des équations publie sa solution qui est limitée à l'extérieur de l'horizon.
- 1916: Son extension que nous appelons la solution de Schwarzschild est en fait due à Droste, un élève de Lorentz!

Haro sur les trous noirs !

- La singularité sur l'horizon pose bien des problèmes aux tenants de cette nouvelle théorie. Le monde scientifique est sceptique!
- En 1921, Paul Painlevé au nom de l'Académie des sciences sonne la charge le premier. Il dénonce:
- « Les doctrines d'Einstein se réduiront à un corps de formules, qui sans la contredire se fondra dans la science classique. Mais les principes ou conséquences philosophico-scientifiques qui ont été selon les jugements, le miracle ou le scandale de la théorie de la relativité » ne subsisteront pas.
- Mais, sans s'en apercevoir, Painlevé établit la première forme de cette métrique sans singularité sur l'horizon, ce qui au lieu d'enfoncer la théorie la dédouane de cette « horreur »!

L'article de Painlevé



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 OCTOBRE 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE. — *La Mécanique classique et la théorie de la relativité.* Note de M. PAUL PAINLEVÉ.

Je voudrais exposer brièvement à l'Académie certaines conclusions d'une étude critique de la théorie de la relativité que je publierai prochainement et où je compare les postulats de la théorie de la relativité (restreinte et généralisée) aux postulats de la mécanique newtonienne. J'y discute notamment la question de savoir s'il existe ou non *des axes privilégiés* parmi tous les modes de référence possibles. La mécanique newtonienne repose tout entière sur cet axiome, qu'on peut appeler l'*axiome de causalité* en mécanique :

« *Il est possible, une fois pour toutes, et pour tout l'univers, de définir une mesure des longueurs, du temps, et un trièdre de référence tels que le principe de causalité soit vrai toujours et partout.* »

Autrement dit, considérons un système matériel dont chaque élément reste identique à soi-même, et qui est très éloigné de tous les autres corps matériels; si les conditions initiales (positions et vitesses des éléments à l'instant considéré t_0) se reproduisent transportées seulement dans l'espace et le temps, le même mouvement se reproduira, au même transport près, dans l'espace et le temps.

Une première conséquence, c'est que les lois du mouvement du système ne dépendront pas explicitement du temps.

Une seconde conséquence, c'est l'*axiome de la symétrie* (corollaire de l'axiome de causalité). Si les conditions initiales présentent une symétrie

L'apport essentiel de Lemaître

- En 1932 dans son article « l'Univers en expansion », Lemaître établit de façon magistrale une solution sans singularité sur l'horizon en considérant le trou noir comme un cas particulier d'univers en expansion!
- Il établit au passage la solution de Painlevé (qu'il ne connaissait pas) avec constante cosmologique en prime!
- Il va même plus loin puisque ces équations décrivent en fait la solution complète à 4 régions, ce que malheureusement il ne reconnaît pas!! Il faudra attendre encore 30 ans (Kruskal) pour cela!* *(Synge l'a également établi en 1950, mais toujours sans en réaliser la portée)

L'article de Lemaître (1932)

Impossible d'afficher l'image liée. Le fichier a peut-être été déplacé, renommé ou supprimé. Vérifiez que la liaison pointe vers le fichier et l'emplacement corrects.

Impossible d'afficher l'image liée. Le fichier a peut-être été déplacé, renommé ou supprimé. Vérifiez que la liaison pointe vers le fichier et l'emplacement corrects.

Impossible d'afficher l'image liée. Le fichier a peut-être été déplacé, renommé ou supprimé. Vérifiez que la liaison pointe vers le fichier et l'emplacement corrects.

Lemaître (1894-1966) né à Charleroi en Belgique commença sa carrière scientifique en 1913 à Louvain. Elle fût rapidement interrompue par la guerre. Celle ci terminée, il entre au séminaire où pendant ses heures de loisirs il étudie les sciences et les mathématiques.

Après son ordination il continue à étudier les mathématiques et les sciences à Cambrigde où un de ses professeurs Arthur Eddington était le directeur de l'observatoire. Il s'intéresse en particulier à la relativité générale. De ses calculs il déduit que l'univers est dynamique mais à la différence d'Einstein qui avait introduit la constante cosmologique (dont le caractère répulsif pouvait exactement compenser le caractère attractif de la matière pour un ajustement bien précis des paramètres) pour le rendre statique, Lemaître est convaincu qu'il est en expansion en interprétant le décalage vers le rouge des galaxies comme un effet Doppler.

En 1927, il publie le fruit de ses calculs et réflexions dans un article des "Annales de la société scientifique de Bruxelles", publication qui n'a pratiquement aucun écho. Il fait part de ses calculs à Einstein qu'il rencontre à Bruxelles la même année mais celui ci lui objecte que si ses calculs sont justes par contre son approche physique du problème cosmologique est abominable (sic)!

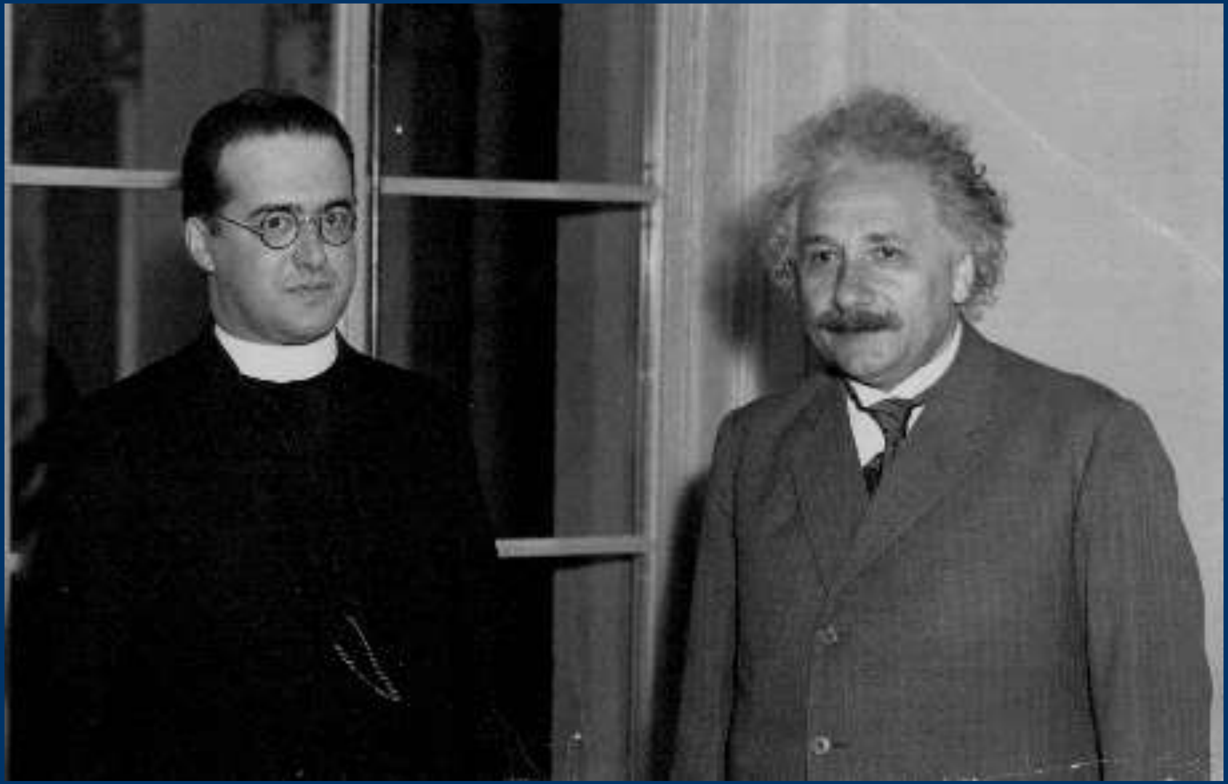
En 1929 les observations de Edwin Hubble confirment le décalage systématique vers rouge des galaxies.

En Angleterre la "Royal Society" s'émeut de la contradiction apparente entre les observations et ce que prédit la relativité générale dans le modèle d'Einstein, en oubliant au passage la contribution de Friedmann qui prévoyait un univers dynamique et ce dès 1922 et qu'Einstein qui en avait eu connaissance avait traité avec une certaine désinvolture.

Sir Athur Eddington se porte volontaire pour mener à bien cette redoutable mission.

Prenant connaissance de cela, Lemaître envoie une copie de son article de 1927 à Eddington qui

Si la communauté scientifique accepte bien l'idée que l'univers est aujourd'hui en expansion, l'idée qu'il a eu un commencement les révulse, à commencer par Eddington qui trouve l'idée "répugnante". Mais Lemaître qui ne se laisse pas décourager si facilement, il sait être au bon endroit au bon moment, son éducation de jésuite lui a appris que le plus court chemin n'est pas la ligne droite[1], continue de tisser patiemment sa toile et en janvier 1933 il obtient enfin une reconnaissance d'Einstein au cours de séminaires en Californie puisque à la fin de la présentation de Lemaître, Einstein se lève en applaudissant et déclare: " C'est l'explication la plus belle et satisfaisante de la création que j'ai entendue". Un article dans le New York times Magazine et une photo de Lemaître et Einstein consacre la notoriété nouvelle de Lemaître.



[1] La rumeur laisserait à entendre que la formation de jésuite de Lemaître ne soit pas étrangère à son attrait pour les géométries où la ligne droite n'existe pas.

Lemaître devient membre de l'académie royale des sciences de Belgique et l'année suivante le pape Pie XI le fait membre de l'académie pontificale des sciences.

Les théories d'expansion de l'univers n'étaient pourtant pas sans poser des problèmes.

Avec les valeurs (fausses) mesurées à l'époque, en particulier la valeur très largement surestimée (environ 7 fois) de la constante de Hubble, l'âge de l'univers prédit était bien trop petit, puisqu'on connaissait des objets de l'univers (comme la Terre par exemple) qui avait un âge largement supérieur.

Lemaître utilise alors la constante cosmologique pour rallonger cet âge, ce que les équations lui permettent de faire.

Ceci met Einstein dans une situation plutôt délicate puisque après dix ans de défense opiniâtre de son modèle statique, modèle qui avait nécessité l'introduction de cette constante cosmologique, il s'était résolu l'abjurer suite à des critiques diverses, en particulier la démonstration de l'instabilité d'un tel univers.

Il venait juste de déclarer:" La constante cosmologique a été la plus grande erreur de ma carrière"La remise au goût du jour de cette constante cosmologique par Lemaître pour trouver des solutions cosmologiques compatibles avec nos données expérimentales faisait figure de désaveu de la déclaration fracassante d'Einstein.

Pour autant, comme nous l'avons signalé, le modèle avec un "commencement" de Lemaître n'avait pas que des adeptes et la résistance s'organise.

A la mort de Arthur Eddington en 1944, la critique de la théorie de Lemaître, qualifiée ironiquement de "Big Bang" par Fred Hoyle, le chef de file du foyer de résistance situé à Cambridge, aboutit à la théorie de l'état stationnaire: L'univers a toujours existé et il est toujours "statistiquement" le même.

Cette théorie résout, en l'éludant, le problème de l'origine de l'univers mais au prix d'autres problèmes pas moins critiques qui cependant choquaient moins les esprits: La création de matière n'a pas lieu qu'une fois au moment du "Big Bang" mais se fait éternellement de façon continue dans l'espace et le temps!

Cette théorie "stationnaire" a connu son heure de gloire mais elle a dû elle aussi se plier à de nombreux aménagements car comme les observations, en particulier le rayonnement de fond cosmologique, ont plutôt privilégié le modèle avec Big Bang (le terme est resté) elle n'est guère plus d'actualité.

La constante cosmologique a connu un destin quelque peu chaotique. Introduite, reniée, réintroduite oubliée, aujourd'hui les observations des supernovae réalisées ces quinze dernières années semblent montrer l'existence d'une mystérieuse énergie noire dont les effets sont similaires à ceux d'une constante cosmologique, ce qui remet au goût du jour le modèle que Lemaître avait établi.

On voit que Lemaître a bâti sa notoriété sur ses travaux en cosmologie et en particulier sur l'expansion de l'univers, pourtant il a aussi magistralement contribué à résoudre un problème qui était en suspend depuis que Schwarzschild avait trouvé une solution en 1916 et qui donnait bien du souci à Einstein et aux relativistes le problème de la singularité sur l'horizon d'un trou noir à symétrie sphérique.Lemaître a fait quelques contributions en cosmologie mais leur synthèse est contenue dans l'article cité dans les références (Lemaître G. 1932). Cet article enrichi de nouveaux chapitres en comporte alors douze. Si certains ne sont plus d'actualité, la plupart font

En particulier, un tout petit chapitre, le chapitre 11 , s'appuyant sur les résultats précédemment établis dans cet article, traite du problème de Schwarzschild.

On peut se demander ce qu'un chapitre consacré aux trous noirs vient faire dans un article consacré à la cosmologie, on verra que Lemaître y expose sa conception de la solution de Schwarzschild comme une solution cosmologique et que cela relève d'une audace de pensée qui n'est reconnue comme la plus pertinente que depuis peu.

C'est cette approche originale qui a permis à Lemaître de réussir à résoudre le problème de l'horizon dans le problème de Schwarzschild, là où les autres avaient échoué.

Il y a eu des contributions antérieures de forme de la métrique effaçant la singularité sur l'horizon (Painlevé en 1921, Gullstrand en 1922 et Eddington en 1924) mais soit ces auteurs n'ont pas relevé cette caractéristique soit ils n'ont pas expliqué que cette singularité n'était due qu'à un choix de coordonnées inadapté. Lemaître a bien compris cela et explicite d'emblée que c'est cela qui pose problème et donne en conséquence une solution qui le résout.

Cela n'a pas été reconnu à sa juste valeur à l'époque mais il est vrai que cet article rédigé en français a été peu diffusé même si Tolmann, Synge et Kruskal y font référence dans leurs propres travaux fondamentaux et décisifs sur cette solution.

Pourtant la lucidité et la rigueur avec laquelle il aborde les problèmes cosmologiques est stupéfiante. Il est vrai que, à la différence d'Einstein, il était un excellent mathématicien et la seule chose qu'on puisse regretter c'est que lui même n'ait pas reconnu toutes les découvertes qu'il avait faites.

Einstein tente de prouver l'inexistence des Trous Noirs

En 1939, Einstein dans une tentative désespérée pour prouver qu'un trou noir ne peut pas se former par « effondrement » de matière publie un article [1] où il prétend le démontrer.

[1]-Einstein, A. (1939). Stationnary system with spherical symetry consisting of many gravitating masses. Ann. Math. 40 : 922-936.

Einstein tire une conclusion erronée d'un calcul correct.

Il considère un système à symétrie sphérique, formé d'un grand nombre de particules, chacune tournant sur une orbite déterminée par la masse « intérieure ».

Il calcule la vitesse en fonction de l'orbite et montre que la vitesse de la lumière est atteinte à l'extérieur de l'horizon défini par la masse « intérieure » (à $3GM/c^2$, qui correspond à la sphère des photons).

Il en déduit (à tort) qu'un trou noir ne peut donc pas exister.

En fait, d'une part il ne traite pas le problème général et d'autre part, il ne peut que déduire qu'il n'y a pas d'orbite stationnaire possible en dessous d'un certain rayon ($3GM/c^2 > 2GM/c^2$).

A la même époque, Oppenheimer-Snyder montrent le contraire!

En 1939, Snyder et Oppenheimer [2], dans un article passé à la postérité, en faisant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices [3], en particulier qu'on peut négliger la pression, démontrent au contraire qu'une boule de matière sans pression peut s'effondrer en « trou noir ».

Pour ce faire, ils utilisent la solution d'une boule de poussière sans pression établie en 1934 par «Tolman», qu'il serait plus correct d'appeler la solution de Lemaître-Tolman, car Tolman a utilisé lui-même sur des travaux de Lemaître (1933) pour l'établir.

Aujourd'hui on utilise la solution de Lemaître extérieure à la boule de poussière qu'on raccorde sur la surface à une solution de Friedman intérieure à la boule de poussière. Voir Linet B. (DEA de Physique théorique Paris 6, 7, 11, ENS, X), chapitre 8-2 : "Effondrement d'une boule de fluide à pression nulle", par exemple.

[2] Oppenheimer J.R. & Snyder H.(1939). On continued gravitationnal contraction. Phys. Rev. 56: 455-459

[3] Qui se sont révélées justifiées lorsqu'on a pu faire un développement plus

A noter que l’article ne démontre pas l’effondrement de la boule en une singularité ponctuelle [4], mais montre que la boule atteint le rayon de Schwarzschild en un temps fini pour un observateur comobile de l’effondrement et qu’un observateur extérieur voit l’étoile rapetisser asymptotiquement jusqu’à ce rayon de Schwarzschild, avec un décalage vers le rouge tel, à l’approche du rayon de Schwarzschild , qu’en fait pour cet observateur extérieur la luminosité de l’étoile chute très brutalement.

Elle s’éteint soudainement, même si en fait l’observateur extérieur ne la verra jamais atteindre son rayon de Schwarzschild puisque dans son système de coordonnées le temps propre pour cela est infini. On voit que, par souci de pragmatisme, c’est l’aspect phénoménologique qui a surtout intéressé les auteurs. On peut difficilement leur en faire grief, la physique étant une science expérimentale.

Par contre il ne sont pas allés jusqu’à décrire l’effondrement ponctuel, ce que Lemaître avait pourtant déjà indiqué dans son article de 1933. Néanmoins c’est l’article d’Oppenheimer et Snyder qui fit date et qui fut le prélude à l’étude de la singularité centrale!

[4] Le débat était: Une boule de poussière peut elle s’effondrer jusqu’au rayon de Schwarzschild (ce que Einstein avait tenté d’infirmer) ? Un observateur en chute libre peut il traverser l’horizon en un temps propre fini? Robertson l’avait montré en 1938, mais pas publié. Pourquoi ce phénomène semble se dérouler en un temps infini pour un observateur distant ? La solution exposée éclaire le « paradoxe ».

L'histoire ne s'arrête pas là...

- Bien d'autres ont suivi, Synge en 1950 a été le premier à établi la soluion complète du TN statique, mais comme personne n'a compris (lui inclus), c'est tombé à l'eau;
- Finkelstein en 1958 redécouvre une solution mentionnée par Eddington (1924) qui est une variante de celle de Painlevé (1922) et enfin en 1960 Kruskal donne une solution complète. A noter que 3 ans plus tard Kerr découvre la solution pour les TN en rotation.

1963: Kerr trouve une solution

De son propre aveu, Kerr n'avait pas realise l'importance de ses travaux a ce moment-la, comme en temoigne l'article qu'il publie, tres court (une page et demi), et se concentrant uniquement sur des aspects purement mathematiques

GRAVITATIONAL FIELD OF A SPINNING MASS AS AN EXAMPLE OF ALGEBRAICALLY SPECIAL METRICS

Roy P. Kerr*
University of Texas, Austin, Texas and Aerospace Research Laboratories, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio
(Received 26 July 1963)

Goldberg and Sachs[1] have proved that the algebraically special solutions of Einstein's empty-space field equations are characterized by the existence of a geodesic and shear-free ray congruence, k_μ. Among these spaces are the plane-fronted waves and the Robinson-Trautman metrics[2] for which the congruence has nonvanishing divergence, but is hypersurface orthogonal.

In this note we shall present the class of solutions for which the congruence is diverging, and is not necessarily hypersurface orthogonal. The only previously known example of the general case is the Newman, Unti, and Tamburino metrics,[3] which is of Petrov Type D, and possesses a four-dimensional group of isometries.

If we introduce a complex null tetrad (t^* is the complex conjugate of t), with

$$ds^2 = 2tt^* + 2mk,$$

then the coordinate system may be chosen so that

$$\begin{aligned} t &= P(r + i\Delta)d\zeta, \\ k &= du + 2\,\mathrm{Re}(\Omega d\zeta), \\ m &= dr - 2\,\mathrm{Re}\{[(r - i\Delta)\dot{\Omega} + iD\Delta]d\zeta\} + \Big\{r\dot{P}/P \\ &\quad + \mathrm{Re}[P^{-2}D(D^*\ln P + \dot{\Omega}^*)] + \frac{m_1 r - m_2\Delta}{r^2 + \Delta^2}\Big\}k; \end{aligned} \tag{1}$$

where ζ is a complex coordinate, a dot denotes differentiation with respect to u, and the operator D is defined by

$$D = \partial/\partial\zeta - \Omega\partial/\partial u.$$

P is real, whereas Ω and m (which is defined to be $m_1 + im_2$) are complex. They are all independent of the coordinate r. Δ is defined by

$$\Delta = \mathrm{Im}(P^{-2}D^*\Omega).$$

There are two natural choices that can be made for the coordinate system. Either (A) P can be chosen to be unity, in which case Ω is complex, or (B) Ω can be taken pure imaginary, with P different from unity. In case (A), the field equations are

$$(m - D^*D^*D\Omega) = |\partial_u D\Omega|^2, \tag{2}$$

$$\mathrm{Im}(m - D^*D^*D\Omega) = 0, \tag{3}$$

$$D^*m = 3m\dot{\Omega}. \tag{4}$$

The second coordinate system is probably better, but it gives more complicated field equations.

It will be observed that if m is zero then the field equations are integrable. These spaces correspond to the Type-III and null spaces with

Quid de la singularité Centrale?: Introduction des méthodes globales

En 1965 Penrose[1] (1965b), en introduisant les méthodes globales[2] utilisant la topologie[3], démontre que au contraire, ce n'est pas un artéfact de la symétrie. En effet, si certaines conditions sont satisfaites, en particulier l'existence de surfaces piégées et la condition d'énergie faible (énergie locale non négative), cela implique, que indépendamment de la symétrie, le développement de singularités est inéluctable.A Londres, en été 1965, dans une salle de conférence comble, Kalatnikov expose que selon leurs travaux (avec Lifchitz) les trous noirs n'abritent pas de singularités, du fait de l'instabilité liée à la croissance des déformations par rapport à la symétrie, ce qu'ils pensaient avoir démontré par les méthodes classiques locales que tous les physiciens présents connaissaient bien. A la fin de l'exposé, C. Misner exprime son désaccord en s'appuyant sur le théorème que Penrose venait de démontrer en 1965. La délégation soviétique, prise par surprise, était désorientée du fait que d'une part elle avait eu du mal à suivre l'exposé en anglais assez vif de Misner et d'autre part que le théorème de Penrose reposait sur des arguments topologiques mal connus des experts de la relativité à la différence de leur démonstration qui était fondée sur des méthodes qui avaient fait leurs preuves. Penrose devait donc se tromper. En 1969 Lifchitz devait reconnaître leur erreur. En 1961, ils n'avaient pas trouvé une solution présentant des perturbations parfaitement aléatoires, mais depuis ils avaient fini par en trouver une avec un étudiant en thèse V.Belinsky. Cette nouvelle singularité B.K.L (Belinsky, Kalatnikov, Lifchitz)[4] devait correspondre selon eux à l'état de la singularité centrale résultant de l'effondrement d'une étoile ou du Big crunch éventuel de l'univers.

1 Penrose R. (1965).Gravitationnal collapse and space time singularities. Phys. Rev. Letters Vol 14, N.3 p 57-59

2 Par opposition aux méthodes qui s'appuient sur les équations différentielles du champ (qui sont locales).

3 K. Thorne fait remarquer que ce n'est pas étonnant que les découvertes dans ce domaine aient été trustées par les physiciens théoriciens britanniques, car ils reçoivent une solide formation mathématique à la différence des américains plus pratiques. Quant aux théoriciens physiciens français, encore meilleurs en mathématiques, l'excès de rigorisme les rend improductifs (selon K. Thorne).

Extrait de "Les Trous Noirs"
de Kip Thorne

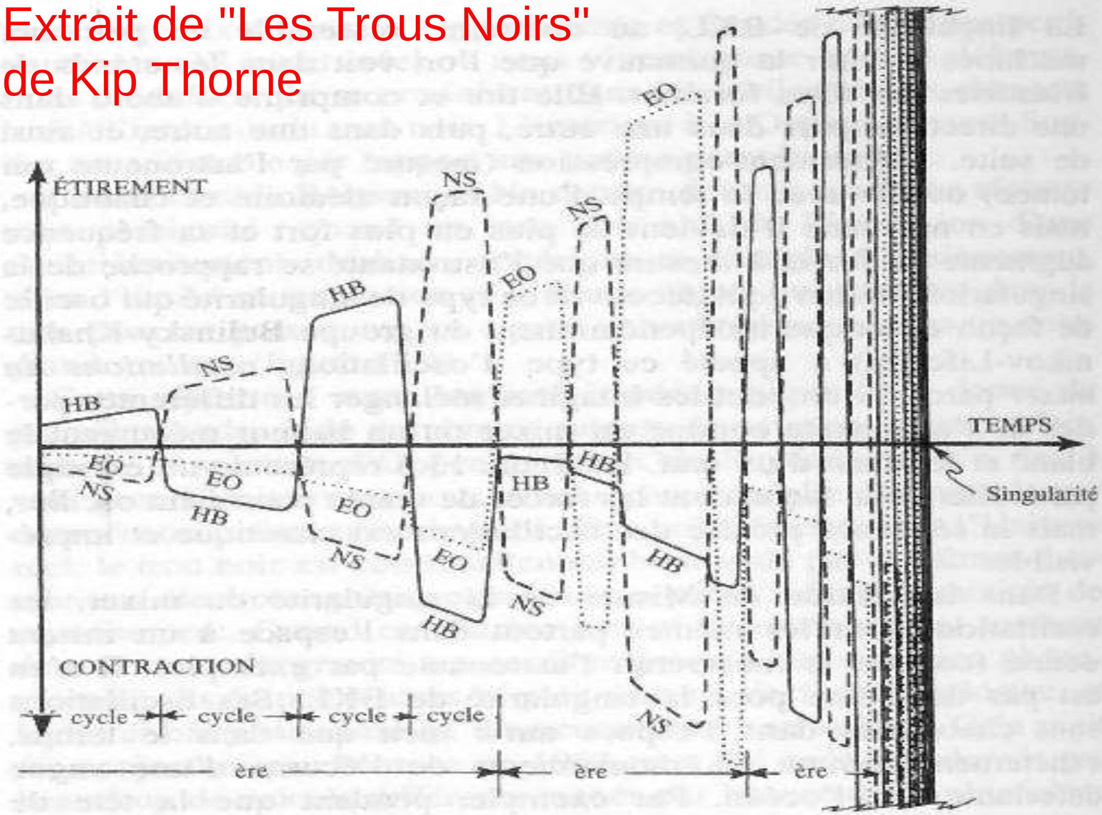


Figure 13.6 Un exemple de la manière dont les forces de marée pourraient osciller avec le temps dans une singularité de BKL. Les forces de marée agissent de façon différente dans les directions perpendiculaires. Ces directions sont appelées ici, par convention, HB (pour haut-bas), NS (pour nord-sud) et EO (pour est-ouest), et chacune des courbes décrit le comportement de la force de marée dans l'une de ces directions. Le temps est porté horizontalement. A tout instant où la courbe HB est au-dessus de l'axe horizontal du temps, la force de marée *étire* dans cette direction, tandis que, lorsqu'elle est au-dessous de cet axe, la force *comprime* dans la même direction. Plus haut se trouve la courbe au-dessus de l'axe, plus fort est l'étirement, plus bas est la courbe au-dessous de l'axe, plus forte est la compression. Notez les points suivants : (1) A chaque instant il y a compression dans deux directions et étirement dans la troisième. (2) La force de marée oscille entre étirement et compression, chaque oscillation est appelée un « cycle ». (3) Les cycles sont groupés en ères. Pendant chaque ère l'une des directions est soumise à une compression relativement stable pendant que les deux autres directions oscillent entre étirement et compression. (4) Quand l'ère change, la direction stable change. (5) A mesure que la singularité se rapproche, la fréquence de l'oscillation et l'intensité des forces de marée augmentent indéfiniment. Les détails de la façon dont les cycles se regroupent en ères et dont les schémas d'oscillation changent aux changements d'ères sont parfois appelés « carte chaotique ».

Et dans un univers univers réel?

- Les solutions que nous avons décrites sont des modèles "idéaux" (Les seuls qu'on sait résoudre analytiquement). En pratique la situation n'est pas aussi idéale, en particulier les symétries décrites ne sont qu'approximativement satisfaites.
- Ce qui est important c'est d'étudier la stabilité de la solution par rapport à de petites perturbation des hypothèses.
- Les équations d'Einstein relèvent d'un principe extrémal (comme bon nombre d'équations de la physique) ce qui garantit une stabilité pour des écarts pas trop importants!
- Ces modèles ne peuvent fournir qu'une approximation de la situation réelle (comme dans un gaz parfait qu'on assimile à un fluide alors qu'il est fait de molécules de taille diverse).
- Dans notre univers il existe des trous noirs, des étoiles, des galaxies etc...et il s'en forme. Localement l'univers n'est ni homogène ni isotrope, mais il l'est à grande échelle (> 100 Mpc)
- Donc des trous noirs, des étoiles des galaxies,..., peuvent se former localement mais leur échelle de perturbation (même pour les trous noirs supermassifs) est en général trop faible par rapport à l'échelle de l'univers pour en altérer sérieusement la dynamique globale (mais localement elle peut être évidemment très différente: par exemple dans notre galaxie l'expansion est insensible du fait de la liaison gravitationnelle forte). Notons que c'est d'ailleurs le fait que certains objets sont insensibles à l'expansion qui permet de se rendre compte de l'expansion de l'univers.....!