

# Initiation à la théorie des cordes

Florian PERRIN

Commission de cosmologie de la Société Astronomique de France

15 novembre 2003

# Sommaire

---

1. Pourquoi une nouvelle théorie ?  
*- quelques notions de physique des particules*
  2. Les cordes : présentation
  3. Concepts physiques et mathématiques
  4. Applications à la cosmologie
  5. Les prédictions et les limites de la théorie
-

# Pourquoi une nouvelle théorie ?

Plusieurs points de vue ou concepts sont à l'origine de la théorie des cordes, même si les fondamentaux sont les mêmes ou se rejoignent.

Principaux arguments :

- ✓ Incompatibilité relativité générale / quantique
- ✓ Unification des forces
- ✓ Symétries de jauge
- ✓ Infinis et ponctualité

✓ incompatibilité relativité générale / quantique :

Les 2 théories rendent compte de toutes les expériences actuelles et à notre portée :

- quantique => décrit le comportement de la matière et du rayonnement ainsi que les interactions au niveau microscopique
- relativité générale => décrit la cinématique et la dynamique au niveau macroscopique et astronomique
- la relativité générale est avant tout une théorie géométrique
- la mécanique quantique est avant tout une théorie probabiliste

Comment associer la géométrie de l'espace-temps lisse (champ nul classiquement en moyenne) d'Einstein aux fluctuations quantiques probabilistes découlant du postulat d'Heisenberg ?

Comment concilier une description continue de l'énergie à une description discrète des états d'énergie ?

### Problèmes :

- il est impossible de décrire l'une des deux théories à partir de l'autre et vice-versa ,
- aucune expérience actuelle ne permet de se confronter de manière simultanée aux deux théories à la fois ,

-seuls deux « états » pourraient à la fois faire intervenir les effets quantiques et gravitationnels :  
l'environnement des trous noirs et la singularité du big-bang.

De plus : ne pas oublier que si la physique quantique relativiste donne des résultats exceptionnels et conformes à la théorie à des ordres de grandeur atteignant la limite de nos capacités de résolution , on se limite toutefois aux basses énergies !!!

✓ unification des forces :

4 forces d'interaction

***nucléaire forte***

***nucléaire faible***

***électromagnétisme***

forces quantifiées  
et unifiées



modèle standard

***gravitation***

force non quantifiée

3 familles de particules dans le cadre du modèle standard :

<i>particule</i>	<i>masse</i>	<i>charge électrique</i>	<i>charge faible</i>	<i>charge forte</i>
<b>électron</b> <e <sup>-</sup> >	0.00054	- 1	- 1/2	0
<b>neutrino électronique</b> <ν <sub>e</sub> >	< 10 <sup>-8</sup>	0	1/2	0
<b>quark up</b> <u>	0.0047	2/3	1/2	R – V – B
<b>quark down</b> <d>	0.0074	- 1/3	- 1/2	R – V – B



<i>particule</i>	<i>masse</i>	<i>charge électrique</i>	<i>charge faible</i>	<i>charge forte</i>
<b>muon</b> <μ>	0.11	- 1	- 1/2	0
<b>neutrino mu</b> < ν <sub>μ</sub> >	< 0.0003	0	1/2	0
<b>quark charm</b> <c>	1.6	2/3	1/2	R – V – B
<b>quark strange</b> <s>	0.16	- 1/3	- 1/2	R – V – B

<i>particule</i>	<i>masse</i>	<i>charge électrique</i>	<i>charge faible</i>	<i>charge forte</i>
<b>tau</b> < $\tau$ >	1.9	- 1	- 1/2	0
<b>neutrino tau</b> < $\nu_\tau$ >	< 0.33	0	1/2	0
<b>quark top</b> <t>	189	2/3	1/2	R - V - B
<b>quark bottom</b> <b>	5.2	- 1/3	- 1/2	R - V - B

4 types de particules vecteurs des interactions ; ces particules sont également appelées bosons de jauge :

**photon**  $\Rightarrow$  *force électromagnétique*

**gluons (8)**  $\Rightarrow$  *force nucléaire forte*

**bosons faibles**  $\Rightarrow$  *force nucléaire faible*  
( $Z^0, W^+, W^-$ )

**graviton (?)**  $\Rightarrow$  *gravitation*

3 des forces étant déjà unifiées , les physiciens ne peuvent croire que la gravitation ne fait pas partie d'un cadre plus général , cadre dont les conditions seraient celles du temps  $t \rightarrow 0$  du big-bang (temps de Planck).

L'ambition actuelle est de proposer une théorie ne comprenant qu'une seule interaction et qui , selon les conditions et donc les approximations qui en découlent , décrirait les 4 interactions connues.

Cette vision de la physique théorique est encore plus subtile si l'on se place dans le contexte des symétries de jauge.

L'unification des forces est en effet basée sur deux concepts fondamentaux :

- invariance de jauge
- brisure spontanée d'une symétrie

Symétries de jauge :

les symétries de jauge sont des symétries locales.  
Une théorie est donc dite de jauge lorsqu'elle possède la propriété d'invariance locale.

*Exemple :*

L'interaction forte échange les couleurs et non les saveurs ,  
alors que l'interaction faible fait le contraire.

Au fur et à mesure des théories , les physiciens ont mis en lumière le fait qu'elles possédaient toutes des symétries locales.

Puis , de manière réciproque , Yang et Mills ont démontré que toute symétrie de jauge était associée à une force.

Enfin et dans le cadre du modèle standard , les physiciens ont réussi à s'affranchir des particularités de chacune des symétries et ont bâti une théorie qui englobait celles-ci.

Il est intéressant de noter que la plupart des particules (fermions ou bosons) ont été inventées afin de répondre aux particularités des symétries de jauge et de l'unification des forces !

Or , le principe d'équivalence de la relativité générale implique une symétrie de jauge qui requiert donc une force (gravitation) et par conséquent un boson de jauge (graviton).

## ✓ point de vue des infinis et ponctualité des particules

Certains calculs en physique quantique sont erronés !  
Ils aboutissent à des valeurs infinies et sont essentiellement dus au principe de ponctualité des particules élémentaires.  
En effet , la ponctualité s'exprime en termes physiques par un objet sans dimension et de taille nulle !

D'autre part , le relativité générale est elle aussi sujette à des problèmes d'infinis , notamment dans le cadre de conditions où les fluctuations quantiques sont importantes (trous noirs).

Même si ces deux théories sont à priori complètes et donc sans faille , elles rencontrent des problèmes insurmontables dans des conditions extrémales et ne peuvent donc pas revendiquer un caractère universel.

De plus , la physique quantique se heurte à des problèmes qui relèvent de l'entendement : au-delà du succès de la théorie et de ses résultats , personne n'est capable d'en expliquer les fondements et de l'interpréter de manière satisfaisante !



Enfin , de manière plus profonde , notre univers semble être gouverné par certaines constantes , par une certaine géométrie et par certaines lois :

- ✓ pourquoi à notre échelle vivons-nous dans un espace à 4 dimensions ?
- ✓ pourquoi 4 interactions fondamentales ?
- ✓ comment expliquer les valeurs de données fondamentales (caractéristiques des particules , constantes universelles) ?
- ✓ qu'est-ce que l'infiniment petit et pouvons-nous l'appréhender ?

# Les cordes : présentation

✓ grandeurs de Planck :

grandeurs pivots où les fluctuations quantiques ne sont plus négligeables.

relativité restreinte

$$\Rightarrow v \cdot \lambda = c$$

relativité générale

$$\Rightarrow R = 2GM/c^2$$

(rayon de l'horizon d'un trou noir)

mécanique quantique

$$\Rightarrow E = h \cdot \nu$$

Ainsi , les 3 constantes définissent des équations homogènes :

$$L_p = \sqrt{(G\hbar/c^3)} \approx 2 \cdot 10^{-35} \text{ m}$$

(longueur de Planck)

$$E_p \approx 10^{28} \text{ eV}$$

(énergie de Planck)

$$\nu_p \approx 10^{43} \text{ Hz}$$

(fréquence de Planck)

$$t_p \approx 10^{-43} \text{ s}$$

(temps de Planck)

## principes de base :

les particules ne sont plus physiquement ponctuelles , mais deviennent des objets étendus => les cordes , boucles unidimensionnelles. Ce concept supprime les problèmes d'infinis dans les calculs.

Ces cordes ont la taille de l'ordre de la longueur de Planck.

Il n'existe pas divers types de cordes , une corde est unique et insécable et peut prendre diverses configurations (corde ouverte , corde fermée , mode).

Une particule sera donc le mode de vibration particulier d'une corde , objet unique !

Les divers modes de vibration d'une corde sont l'origine des valeurs des masses et des charges des particules élémentaires.

Par exemple , les masses sont la conséquence des amplitudes des oscillations des cordes associées , et donc par l'énergie du mode de vibration (on retrouve l'équivalence masse-énergie). Cela caractérise les propriétés gravitationnelles de la particule en question.

De façon analogue , les diverses caractéristiques des modes de vibration expliquent de manière implicite le comportement d'une particule par rapport aux autres forces d'interaction.

La théorie des cordes prédit donc les propriétés de toutes les particules connues , mais non les valeurs numériques.

Elle prédit notamment l'existence d'une particule de masse nulle et de spin 2 => le graviton !!!

Problème : l'énergie de Planck est énorme (environ  $10^{19}$  fois la masse du proton).

Comment peut-on obtenir des particules de masse si peu élevée ?

En fait , les fluctuations quantiques associées aux cordes ont une énergie négative et compensent presque entièrement l'énergie de Planck.

Exemple : pour le graviton , l'énergie de Planck est totalement compensée et donc sa masse est nulle , ce qui implique bien que la gravitation est transmise à la vitesse de la lumière.

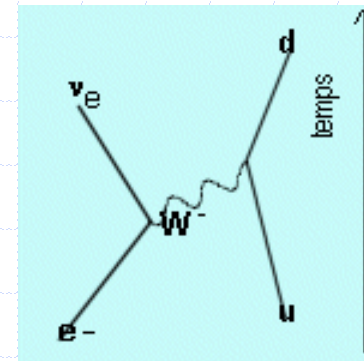
Il pourrait exister une infinité de modes d'énergie et donc une infinité de particules , mais :

- ✓ les énergies sont quantifiées
- ✓ les énergies basses sont l'exception
- ✓ les énergies de l'ordre de grandeur de celle de Planck impliquent des particules extrêmement lourdes qui :
  - soit sont indétectables car n'interagissent pas
  - soit sont instables
  - soit sont hors de portée de nos accélérateurs

En tout cas , ce sont de bons candidats à la masse manquante de l'univers !

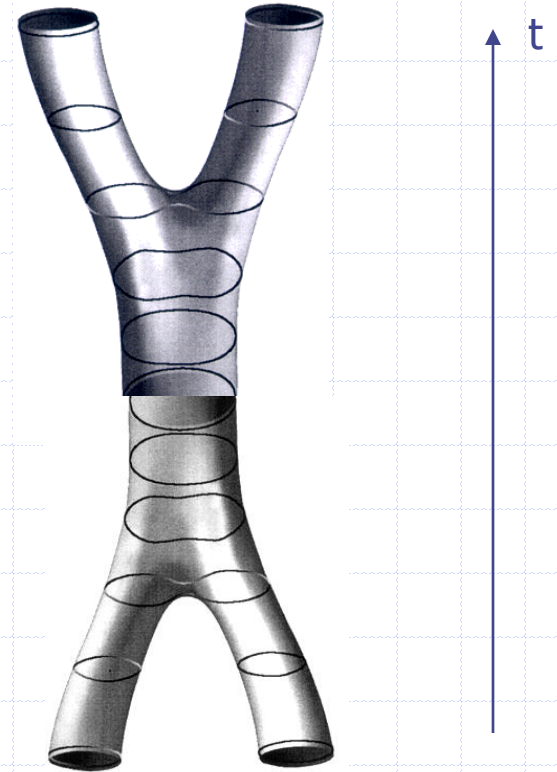
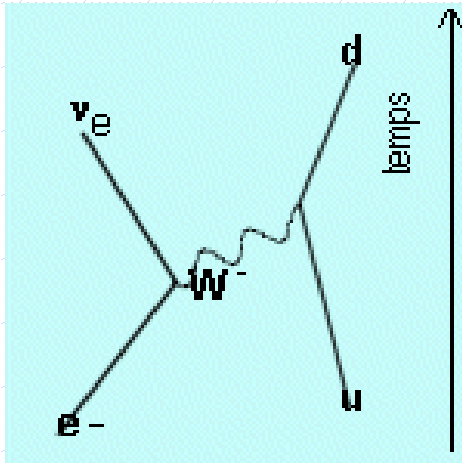
✓ conséquences par rapport aux diagrammes de Feynman :

Initialement , lorsqu'il y a collision entre particules , les déviations angulaires se traduisent par des corrections quantiques qui donnent des valeurs infinies.



Une corde élémentaire peut subir plusieurs transformations (torsion , étirement , séparation , fusion). Elle engendre lors de ces transformations des surfaces à 2 dimensions qui sont l'analogie des trajectoires pour les particules élémentaires.

De plus , il n'y a plus de distinction entre constituants de la matière et vecteurs des interactions.



*Modèle standard*

*Théorie des cordes*



✓ conséquences par rapport aux symétries de jauge :

On retrouve les caractéristiques liées aux invariances de symétrie locales : en chaque point de l'espace-temps , la corde peut subir de multiples transformations sans changer ses propriétés observables.

C'est une propriété intrinsèque de la supercorde , non dépendante de son espace de plongement.

Seule la topologie des surfaces d'interaction intervient !

# Concepts physiques et mathématiques

## ✓ supersymétrie

De là provient le terme de supercordes.

Jusqu'à l'unification des forces , un morceau du puzzle manquait : en effet , les lois respectaient presque toutes les symétries. Ceci dit , le modèle standard était incomplet.

Aux faibles distances , l'intensité des forces autres que la force gravitationnelle semblent converger , mais pas entièrement.

Ceci a été résolu par l'introduction du spin et donc de nouvelles particules appelées superparticules dont seule la composante spin est différente.

En réalité , la différence est de  $\frac{1}{2}$  et permet d'unifier bosons et fermions dans ce cadre.

✓ la révolution Kaluza-Klein :

La structure spatiale contient non seulement des dimensions étendues (l'espace-temps que l'on connaît déjà) , mais aussi des dimensions enroulées.

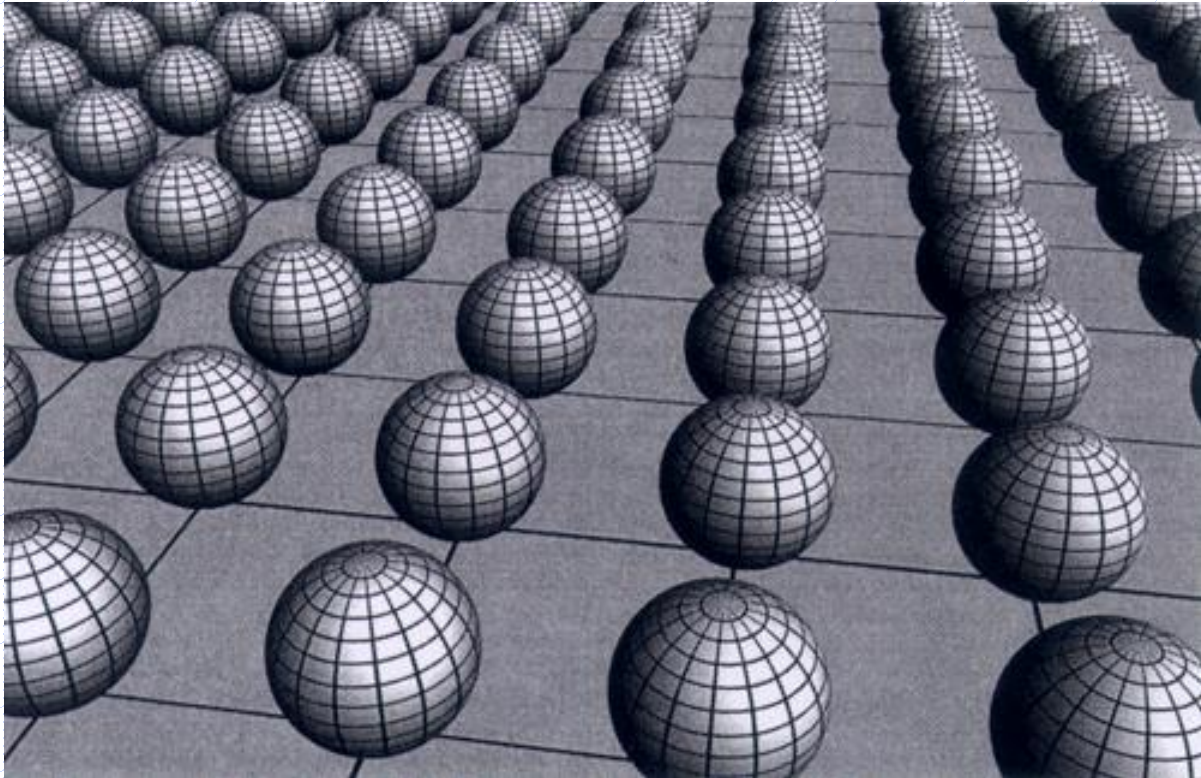
Mathématiquement , le modèle de K-K est basé sur le concept de compactification :

$$M^{(4)} \times \Sigma^{(d)}$$

où M est l'espace-temps classique et  $\Sigma$  l'espace compactifié

Ce modèle s'adapte à notre univers mais toute autre combinaison est possible !!!

*Exemples :*  $M^{(6)} \times \Sigma^{(d-2)}$  ,  $M^{(4+d)}$

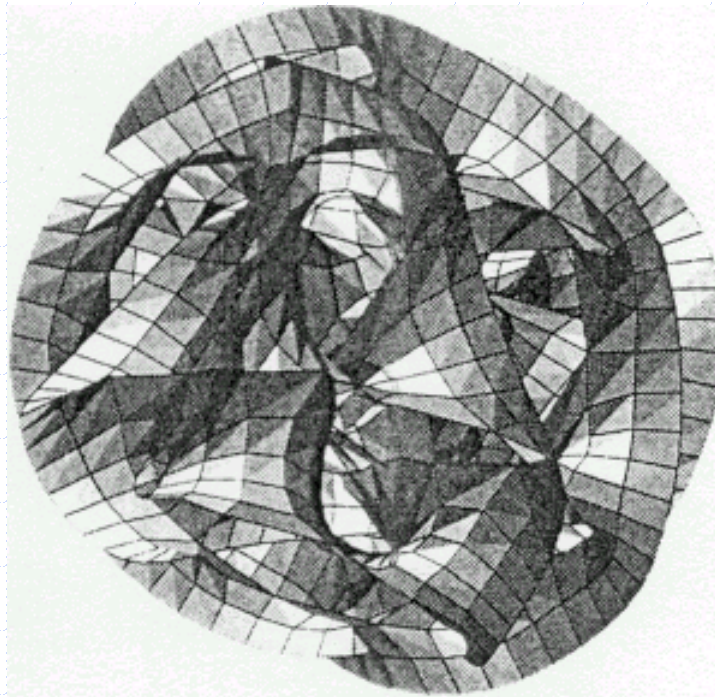


Plusieurs succès théoriques ont confirmé cette hypothèse :

- ✓ une dimension supplémentaire permet d'établir une théorie regroupant la relativité générale et l'électromagnétisme de Maxwell
- ✓ suite à des calculs erronés , ces derniers ne pouvaient être résolus que si 6 dimensions spatiales enroulées étaient prises en compte ; or , par la suite , et indépendamment de ces corrections , les physiciens ont montré que la théorie des cordes ne pouvait faire sans ces 6 dimensions !

Les propriétés des particules connues dans nos 3 dimensions spatiales habituelles sont alors déterminées par la géométrie des 6 dimensions supplémentaires.

Les espaces de Calabi-Yau sont les espaces 6-dimensionnels satisfaisant aux conditions imposées par la géométrie des 6 dimensions supplémentaires :



*Simplifions le plus possible :*

Les 3 familles de particules sont déterminées par le nombre de trous de la forme géométrique de l'espace de Calabi-Yau. Les attributs de ces particules sont déterminées par les intersections et les chevauchements de ces espaces.

*Problème :*

✓ il existe une infinité d'espaces de Calabi-Yau à trois trous

*Mais :*

✓ seuls quelques-uns d'entre eux s'accordent avec les propriétés physiques du modèle standard

✓ il existe toujours un mode de vibration tel que la masse est nulle et le spin égal à 2 (graviton)

✓ les espaces de C-Y prédisent l'existence des particules superpartenaires

✓ certains espaces de C-Y prévoient l'existence de particules exotiques dont les charges sont autres que les charges classiques



## ✓ géométrie quantique :

La géométrie riemannienne de l'espace-temps doit évoluer vers une géométrie quantique qui prend en compte les fluctuations quantiques de l'ordre de la longueur de Planck.

La théorie des cordes ne permet pas aux dimensions spatiales enroulées d'être plus petite que la longueur de Planck et par conséquent l'univers dans sa structure 10-dimensionnelle.

Le principe est complexe , mais il met en relief les composantes énergétiques de vibration et d'enroulement d'une corde ; celles-ci permutent de telle sorte que l'énergie globale est toujours la même ; ainsi , un processus de rétrécissement d'une dimension enroulée ne fera que générer le processus inverse lorsque la longueur de Planck est atteinte  
=> symétrie miroir.

✓ déchirement de l'espace-temps :

Le déchirement de l'espace-temps correspond à une transition avec changement de topologie (transition flop).

*Conséquences principales :*

- le moment de la déchirure n'est pas singulier
- donne lieu à un changement de masse des particules

*Conclusion :*

La singularité n'existe ni au niveau des particules , ni au niveau de l'espace-temps , puisque la corde représente en tant qu'entité et dimension la limite absolue.

## ✓ théorie M :

En fait , la théorie des supercordes se composait de 5 versions différentes : I , IIA , IIB , O(32) ,  $E_8 \times E_8$ .

Elles ont en commun :

- le nombre de dimensions
- la forme du Calabi-Yau

## Problèmes :

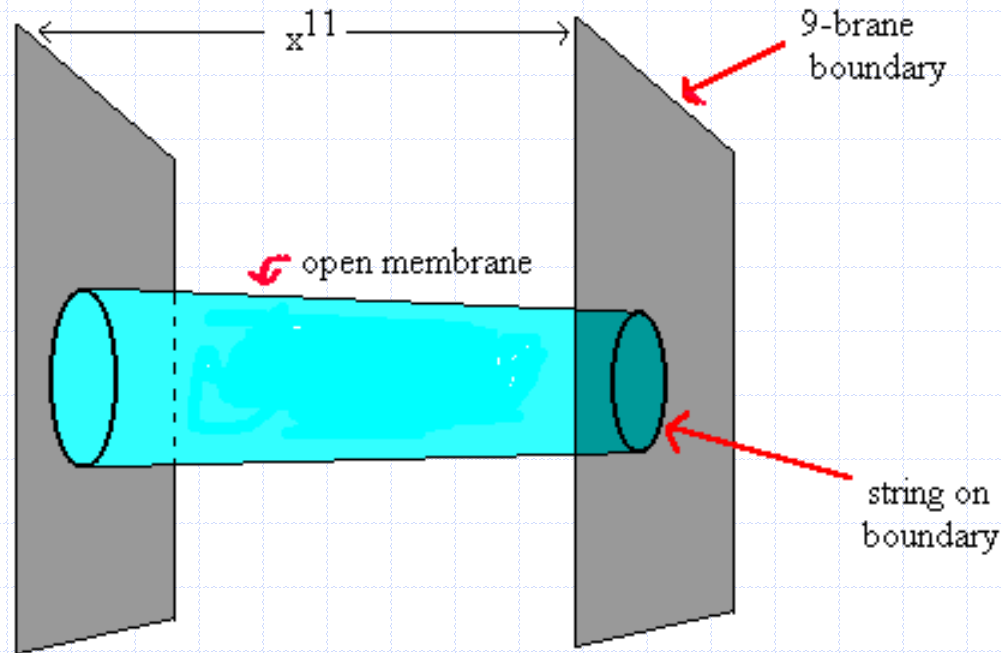
- la supersymétrie est décrite de manière différente
- les modes de vibration résultants sont différents
- certaines versions proposent plusieurs solutions et construisent donc des univers aux propriétés diverses

## Solution :

ces 5 théories ne font en fait qu'une si l'on ajoute une dimension supplémentaire permettant d'unifier les 5 versions , ce qui porte le total des dimensions à 11 !

La nouvelle dimension n'est pas une dimension dans laquelle se meut la corde , mais est une dimension intrinsèque à la corde.

En fait , l'univers 10-dimensionnel contenant des cordes unidimensionnelles est une approximation d'un univers 11-dimensionnel à membrane bi-dimensionnelle.



11 dimensions semble être le nombre maximal de dimensions. En effet , cette barrière franchie générerait des particules de masse nulle et de  $\text{spin} > 2$ .

Par contre , la théorie M n'exclue pas des objets (cordes) de dimension supérieure . On généralise alors ces  $n$  dimensions intrinsèques en terme de  $n$ -brane.

Pour cela , les physiciens ont introduit la notion de constante de couplage.

Il existe une variable appelée constante de couplage des cordes permettant de déterminer la probabilité qu'une corde se sépare en deux (analogie avec la création de paires virtuelles matière-antimatière à partir des fluctuations quantiques).

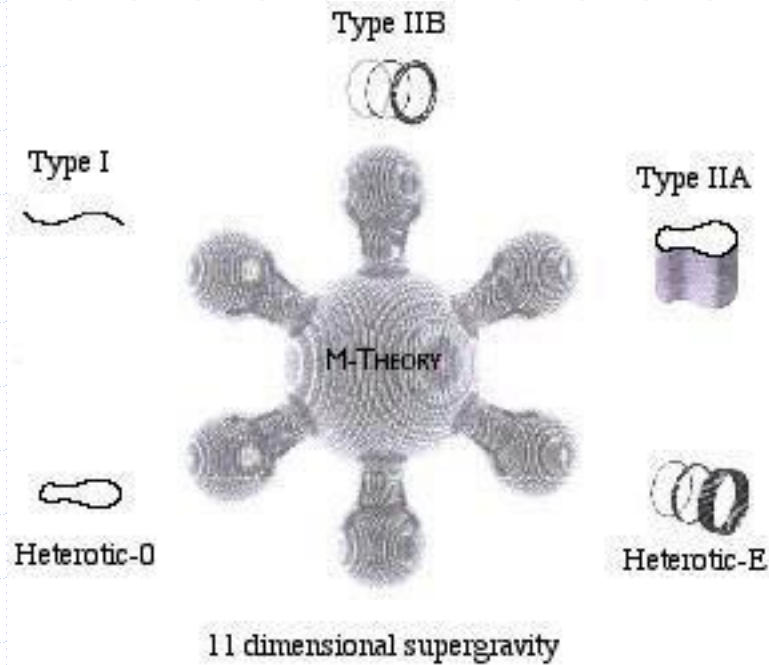
La théorie rend compte des phénomènes si  $C < 1$ .

Witten démontra les points suivants :

- ✓ il existe une dualité entre les divers groupes (bijective voire auto-bijective)
- ✓ cette dualité permet afin de s'affranchir de calculs très complexes dans un cadre d'obtenir les résultats souhaités dans un cadre aisé

✓ cette technique de calcul consiste à appliquer le théorème suivant : la théorie des cordes dans un univers de dimension circulaire de rayon  $R$  peut être décrit dans un univers de dimension circulaire de rayon  $1/R$ .

✓ cette dualité n'est complète que si une sixième version de la théorie des cordes apparaît (dualité vis-à-vis de IIA) => l'approximation à basse énergie de la théorie IIA lorsque  $C > 1$  se trouve être la supergravité, théorie mise au point quelques 20 années plus tôt et décrivant la fusion de la relativité générale et de la supersymétrie !



Cette supergravité contient :

- 1 dimension de temps
- 3 dimensions d'espace
- 6 dimensions nucléaires
- 1 dimension électromagnétique



# Applications à la cosmologie

## ✓ les trous noirs :

- les trous noirs ont une entropie
- cette entropie est égale à la valeur de l'aire de l'horizon
- les trous noirs rayonnent par émission d'un photon lors d'une séparation photon-antiphoton
- l'entropie diminue à mesure que la masse du trou noir diminue
- un trou noir obéit à la relativité générale , mais c'est la quantique (?) qui prend le dessus au-delà de l'horizon

## *Questions :*

- d'où provient cette entropie ?
- quelle est l'origine de cette entropie ?
- à quoi correspond la singularité ?

N'y a-t-il pas une explication statistique des micro-états à l'intérieur des trous noirs à l'origine de l'entropie prévue ? La réponse est oui , même si ce calcul ne s'applique qu'à une certaine classe de trous noirs (états PBS).

Une combinaison des états PBS de cette classe de trous noirs laissant ses propriétés macroscopiques (charge , masse , moment cinétique) inchangées permet de trouver la valeur de l'aire de l'horizon calculée par Bekenstein-Hawking.

Structure et essence du trou noir :

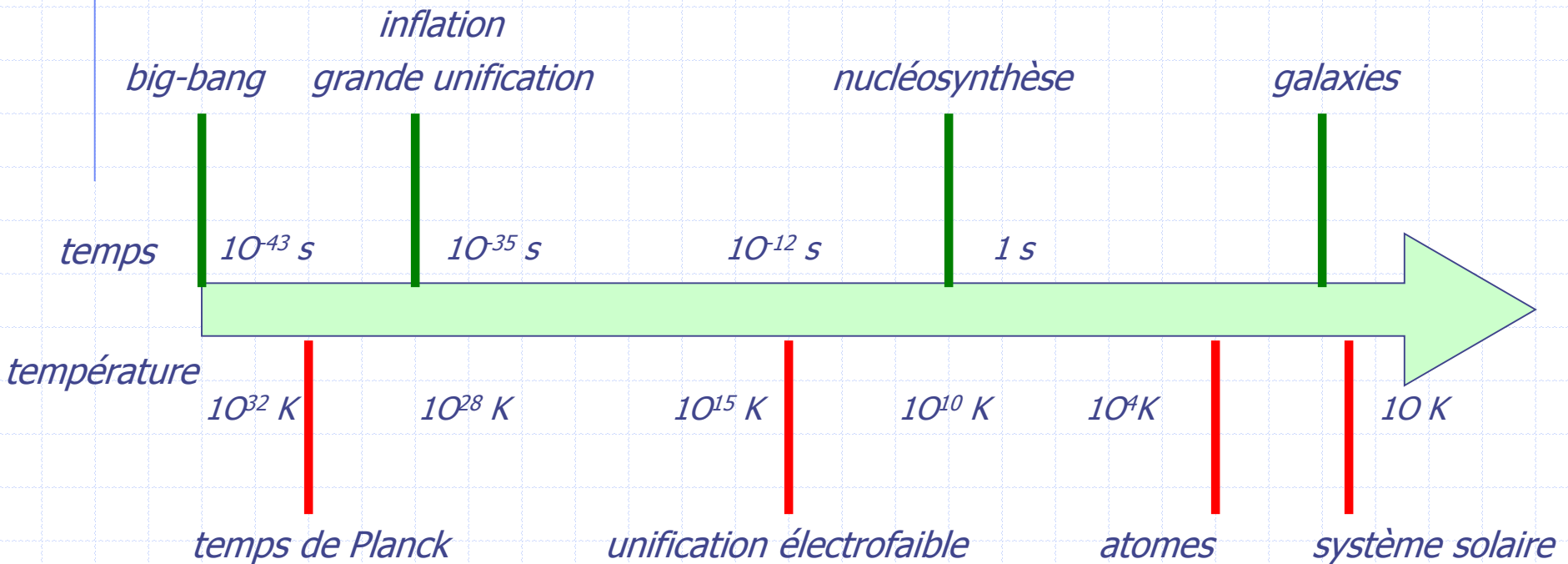
Une sphère à 3 dimensions à l'intérieur d'un Calabi-Yau entourée d'une 3-brane :

- crée un champ gravitationnel analogue à celui d'un trou noir
- par son rayonnement , le trou noir diminue de masse , donc son horizon diminue également ; cette contraction se manifeste par une transition conifold (analogue aux transitions flops du déchirement de l'espace-temps)
- cette transition engendre une particule élémentaire sans masse , c'est à dire une corde (photon dans ce cas précis)

Ce concept rejoint celui de plusieurs astrophysiciens qui percevaient une analogie frappante entre trou noir et particule élémentaire : à charge (resp. charge) , masse (resp. masse) et moment cinétique (resp. spin) égaux , deux trous noirs (resp. particules) sont identiques.

La singularité d'un trou noir ne serait dès lors qu'une corde ou un objet analogue de type n-brane !!!

✓ le big-bang :



Avant le temps de Planck se posent bien sûr maints problèmes dus à la singularité !

En effet , lorsque le temps  $t = 0$  :

- $\dim(\text{univers}) = 0$
- $T^{\circ} \rightarrow \infty$
- densité  $\rightarrow \infty$

Tout repose à nouveau sur le fait que :

- l'univers a une taille minimale
- le nombre de dimensions est supérieur à 4
- le rebond sur la taille de Planck

Processus le plus partagé par la communauté scientifique actuellement :

- au départ , toutes les dimensions sont enroulées à un ordre de grandeur de la taille de Planck
- ceci interdit aux dimensions , température , densité de tendre vers des infinis puisque la barrière de Planck (avant ou après le temps  $t=0$ ) va à l'encontre des infinis (rebond)
- les dimensions circulaires tentent de se dilater , mais les énergies d'enroulement les en empêchent
- se produit alors une brisure de symétrie qui permet à 3 des dimensions spatiales d'engendrer l'expansion de l'univers
- les autres dimensions restent enroulées

Pourquoi 3 dimensions seulement sont responsables de l'expansion ?

La possibilité pour deux cordes de fusionner est extrême lorsque elles évoluent dans trois dimensions spatiales circulaires.

Or, une corde enroulée et son anticorde enroulée s'annihilent pour former une corde non enroulée.

Le processus s'auto-entretient et donne lieu à de plus en plus d'annihilations irréversibles : l'expansion est en marche !

# Les prédictions et les limites de la théorie

## ✓ prédictions :

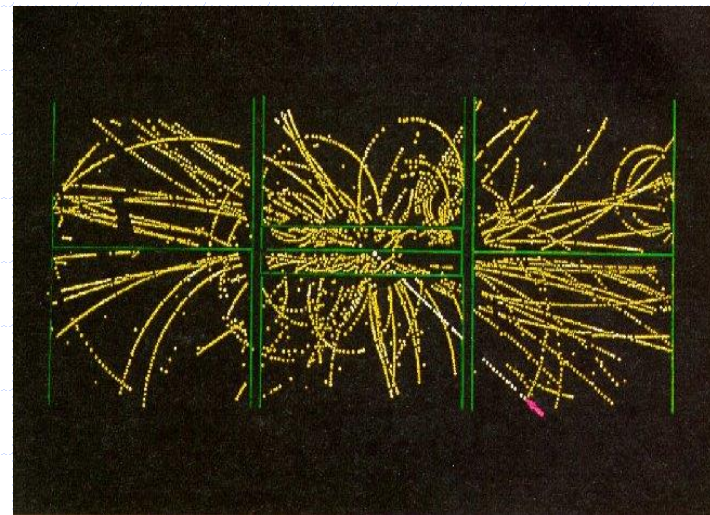
- la théorie explique l'ensemble des lois et des forces de la physique théorique : relativité restreinte , relativité générale , mécanique quantique , théories de jauge , supersymétrie , dimensions supplémentaires de KK
- elle décrit l'ensemble des particules élémentaires ainsi que leurs caractéristiques
- elle ne contient aucun paramètre libre ou arbitraire (unique!)
- prédit l'existence de particules exotiques
- la masse des neutrinos (le modèle standard leur prévoyait une masse nulle)
- l'éventuelle désintégration du proton
- nouveaux champs (pour certains Calabi-Yau seulement) , d'intensité très faible et de très longue portée
- une explication à la matière noire
- la valeur de la constante cosmologique



Le futur : construction du LHC (Large Hadron Collider) à Genève , fin prévue pour 2007

⇒ anneau de 27 km

⇒ possibilité de sondage au niveau quantique ?



✓ limites :

- la théorie des cordes est toujours en chantier
- il existe à l'heure actuelle plusieurs théories revendiquant le nom de théorie des cordes
- impossibilité d'extraire de la théorie des valeurs numériques précises (équations extrêmement complexes n'autorisant qu'une étude par perturbations et donc des équations approchées)
- impossibilité de tester les prédictions de la théorie expérimentalement (sonder à une distance de l'ordre du flou quantique exige d'après Heisenberg des énergies immenses)
- parmi tous les espaces invariants conformes , lequel reflète les équations de la supercorde ?

✓ *concernant les trous noirs :*

- seule une classe de trous noirs convient ; reste à généraliser le processus
- cela n'explique pas l'éventuelle perte d'information
- ni la structure de l'espace-temps au centre du trou noir

✓ *concernant le big-bang :*

- plusieurs scénarii sont possibles (pré-big-bang de Veneziano-Gasperini contenant de plus la phase d'inflation)
- laisse également ouvert la notion de multi-univers en fonction des propriétés des Calabi-Yau
- la théorie M ne contient pas (encore ?) ses propres conditions initiales

Bibliographie :

✓ l'Univers Elegant

B.Greene

(Laffont)