

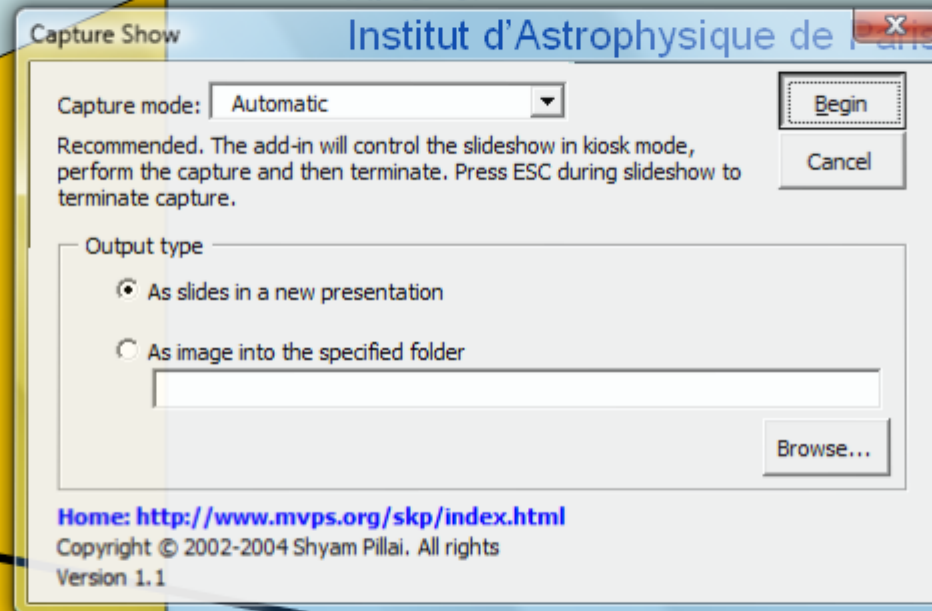
Grandes dimensions supplémentaires (univers branes) et cosmologie

Univers branes
(ou “branaire”):

4D

Cédric Deffayet (CNRS)
APC &

Institut d'Astrophysique de Paris



Astroparticules
et Cosmologie

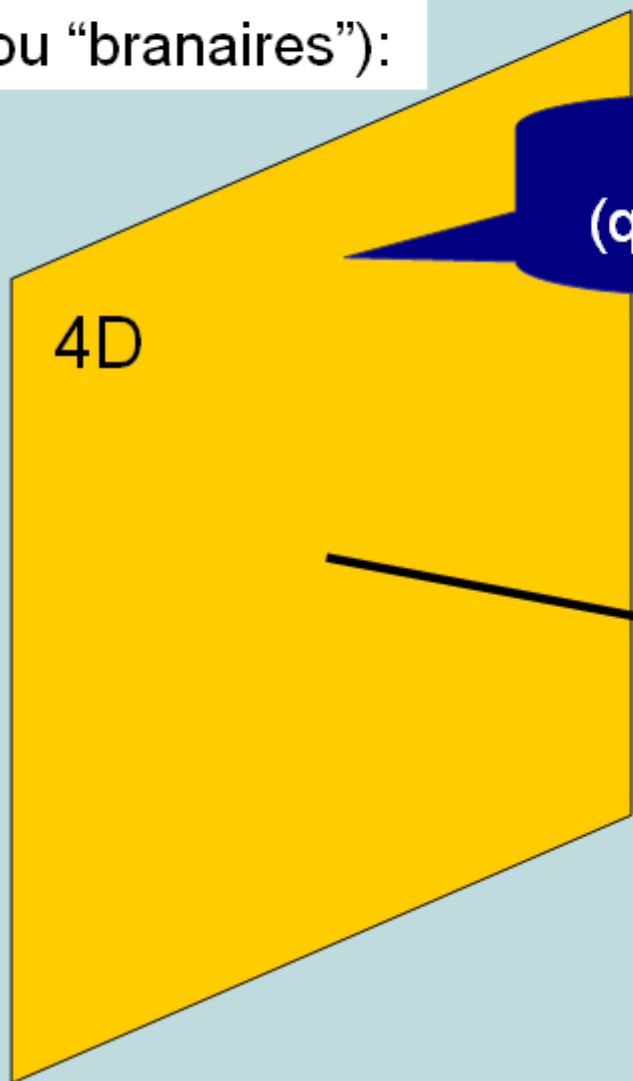


Grandes dimensions supplémentaires (univers branes) et cosmologie

Univers branes
(ou “branaires”):

Cédric Deffayet (CNRS)
APC &
Institut d'Astrophysique de Paris

Espace-temps usuel
(quadridimensionnel): une “brane”



Grandes dimensions supplémentaires (univers branes) et cosmologie

Univers branes
(ou “branaires”):

Cédric Deffayet (CNRS)
APC &
Institut d'Astrophysique de Paris



Espace-temps usuel
(quadridimensionnel): une “brane”

4D

Degrés de liberté (matière et
interactions) localisés sur la brane:
typiquement ceux du modèle standard
de la physique des particules



Grandes dimensions supplémentaires (univers branes) et cosmologie

Univers branes
(ou "branaires"):

Cédric Deffayet (CNRS)
APC &
Institut d'Astrophysique de Paris



Espace-temps usuel
(quadridimensionnel): une "brane"

4D

n dimensions supplémentaires +
champs (gravitationnel) non localisés

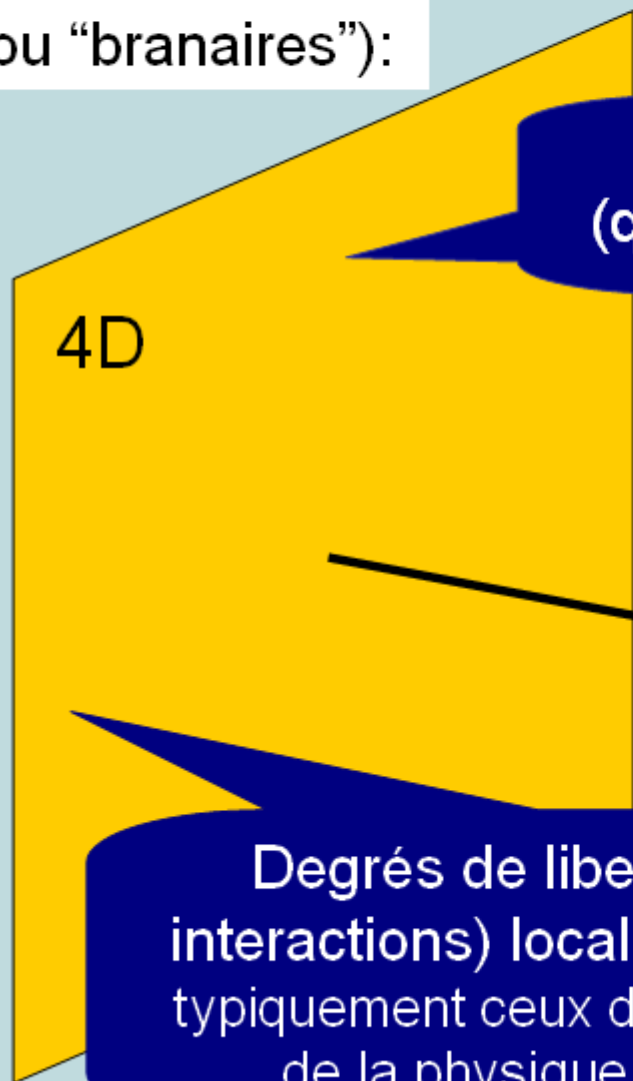
Degrés de liberté (matière et
interactions) localisés sur la brane:
typiquement ceux du modèle standard
de la physique des particules



Grandes dimensions supplémentaires (univers branes) et cosmologie

Univers branes (ou "branaires"):

Cédric Deffayet (CNRS)
APC &
Institut d'Astrophysique de Paris



Espace-temps usuel (quadrimensionnel): une "brane"

n dimensions supplémentaires + champs (gravitationnel) non localisés

Degrés de liberté (matière et interactions) localisés sur la brane: typiquement ceux du modèle standard de la physique des particules

L'espace-temps entier (le « bulk ») a $4+n$ dimensions

1. Des Univers « branes » :
pourquoi et comment ?

2. Physique des dimensions
supplémentaires

3. Phénoménologie des univers branes

1. Des Univers « branes »: pourquoi et comment

Quelques mots de physique
des hautes énergies

Préliminaires: « énergie = masse = longueur⁻¹ »

Dans cet exposé on utilisera les unités « $\hbar = c = 1$ »

Préliminaires: « énergie = masse = longueur⁻¹ »

Dans cet exposé on utilisera les unités « $\hbar = c = 1$ »

- « énergie = masse »

Préliminaires: « énergie = masse = longueur⁻¹ »

Dans cet exposé on utilisera les unités « $\hbar = c = 1$ »

- « énergie = masse »

$E = mc^2$ de la Relativité restreinte....



Pour créer une particule de masse **m** dans un accélérateur il faut disposer, au moins, de l'énergie **E**

Préliminaires: « énergie = masse = longueur⁻¹ »

Dans cet exposé on utilisera les unités « $\hbar = c = 1$ »

- « énergie = masse »

$E = mc^2$ de la Relativité restreinte....



Pour créer une particule de masse **m** dans un accélérateur il faut disposer, au moins, de l'énergie **E**

- « longueur⁻¹ = énergie »

Préliminaires: « énergie = masse = longueur⁻¹ »

Dans cet exposé on utilisera les unités « $\hbar = c = 1$ »

- « énergie = masse »

$E = mc^2$ de la Relativité restreinte....



Pour créer une particule de masse m dans un accélérateur il faut disposer, au moins, de l'énergie E

$$E = h \nu$$
$$= h c / \lambda$$

pour un photon

- « longueur⁻¹ = énergie »

Préliminaires: « énergie = masse = longueur⁻¹ »

Dans cet exposé on utilisera les unités « $\hbar = c = 1$ »

- « énergie = masse »

$E = mc^2$ de la Relativité restreinte....



Pour créer une particule de masse m dans un accélérateur il faut disposer, au moins, de l'énergie E

$$E = h \nu$$
$$= h c / \lambda$$

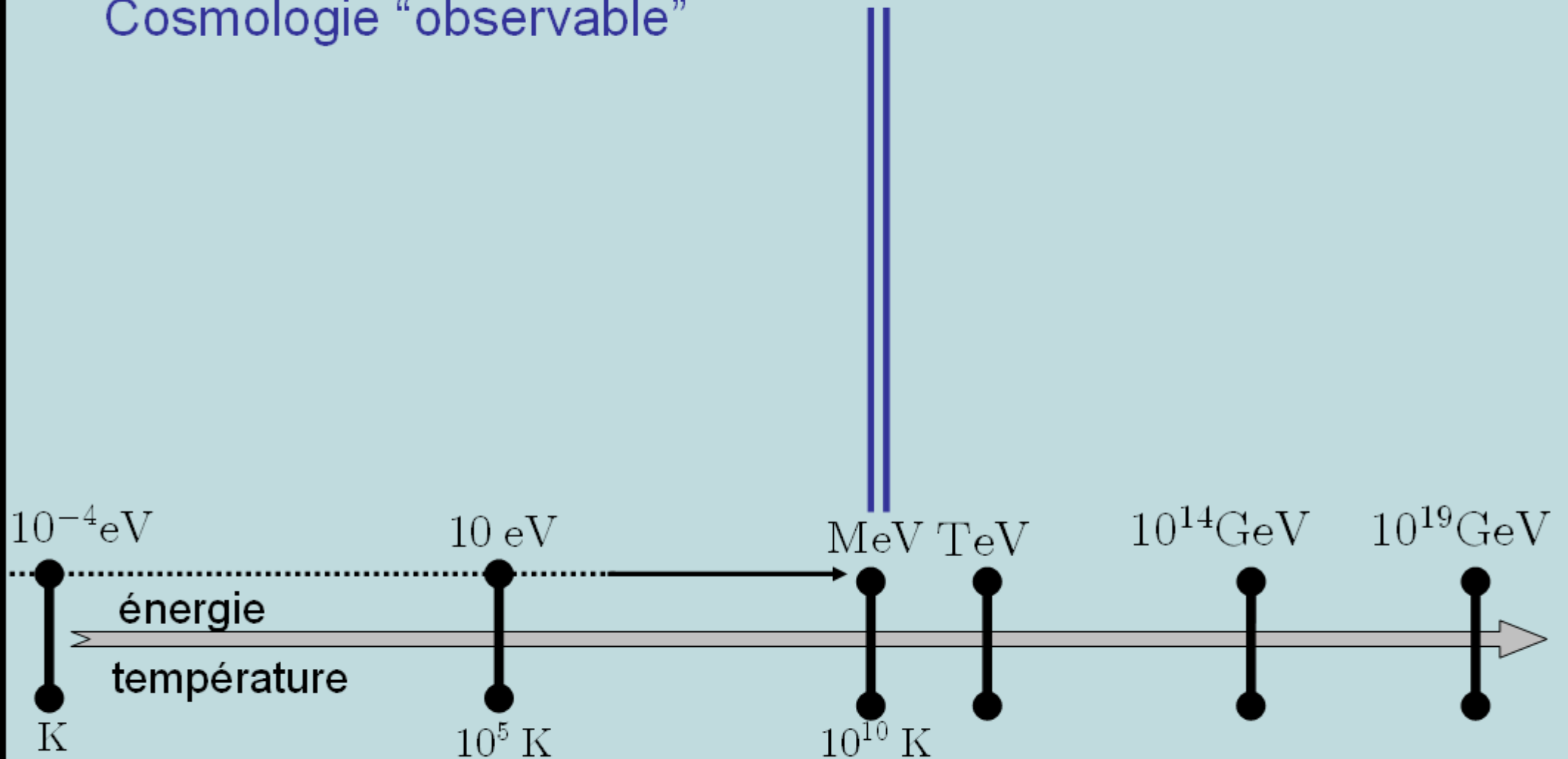
pour un photon

- « longueur⁻¹ = énergie »

- « longueur⁻¹ = masse »

Échelles d'énergies en cosmologie et astrophysique

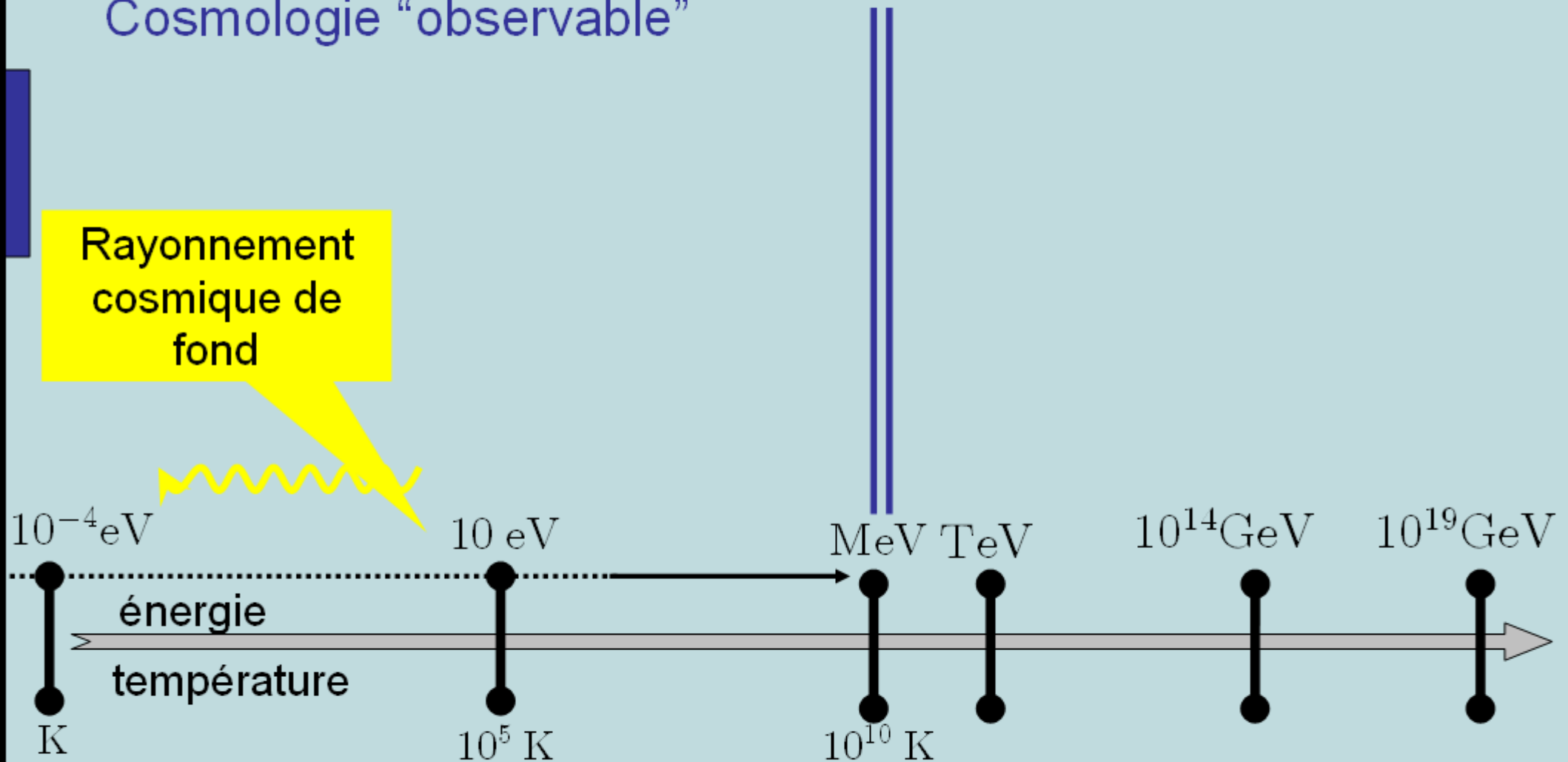
Cosmologie "observable"



Échelles d'énergies en cosmologie et astrophysique

Cosmologie "observable"

Rayonnement
cosmique de
fond

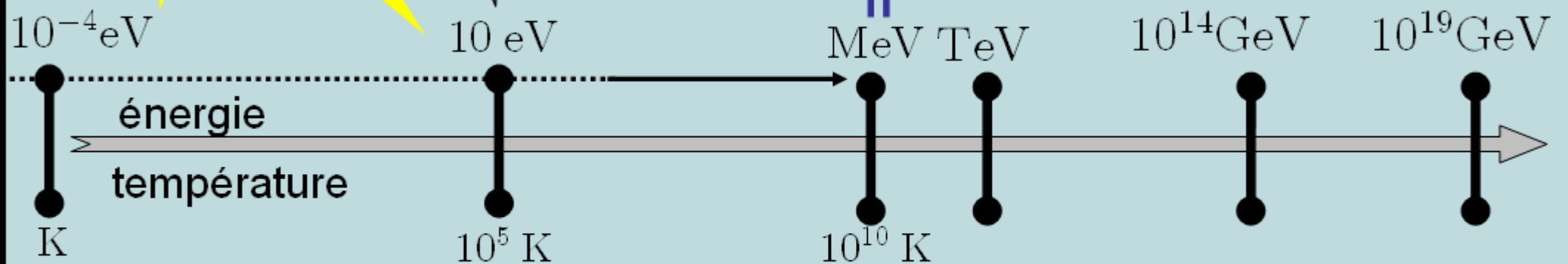


Échelles d'énergies en cosmologie et astrophysique

Cosmologie "observable"

Début de l'ère dominée par la matière

Rayonnement cosmique de fond



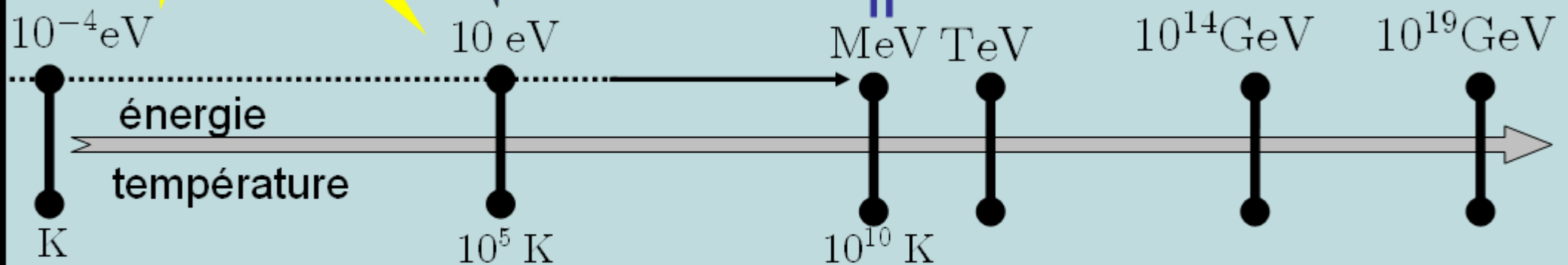
Échelles d'énergies en cosmologie et astrophysique

Cosmologie "observable"

Début de l'ère
dominée par la
matière

Rayonnement
cosmique de
fond

Nucléosynthèse
primordiale



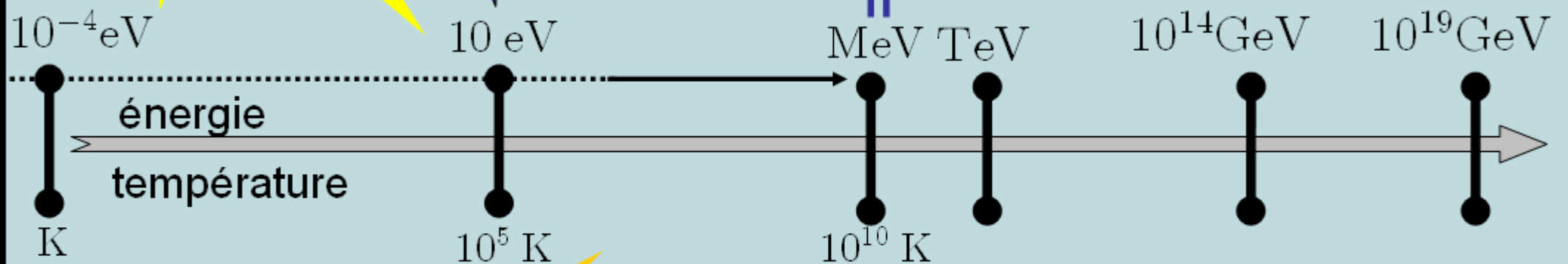
Échelles d'énergies en cosmologie et astrophysique

Cosmologie "observable"

Début de l'ère dominée par la matière

Rayonnement cosmique de fond

Nucléosynthèse primordiale



Centre du soleil

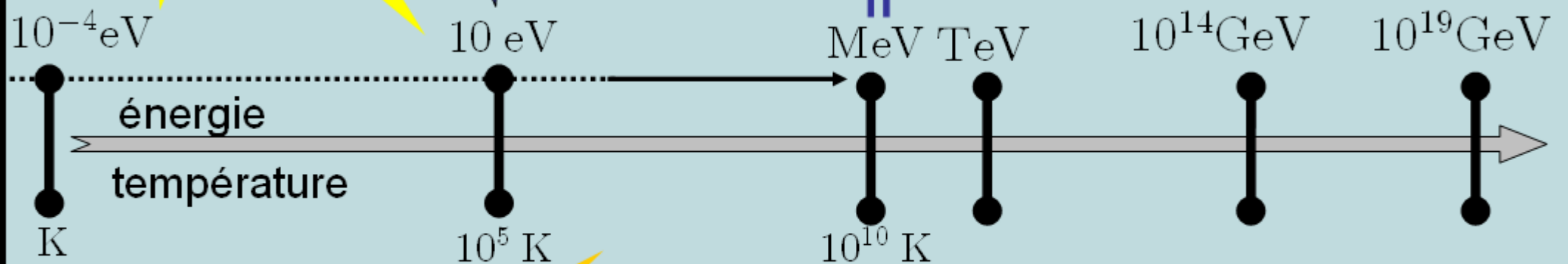
Échelles d'énergies en cosmologie et astrophysique

Cosmologie "observable"

Début de l'ère dominée par la matière

Rayonnement cosmique de fond

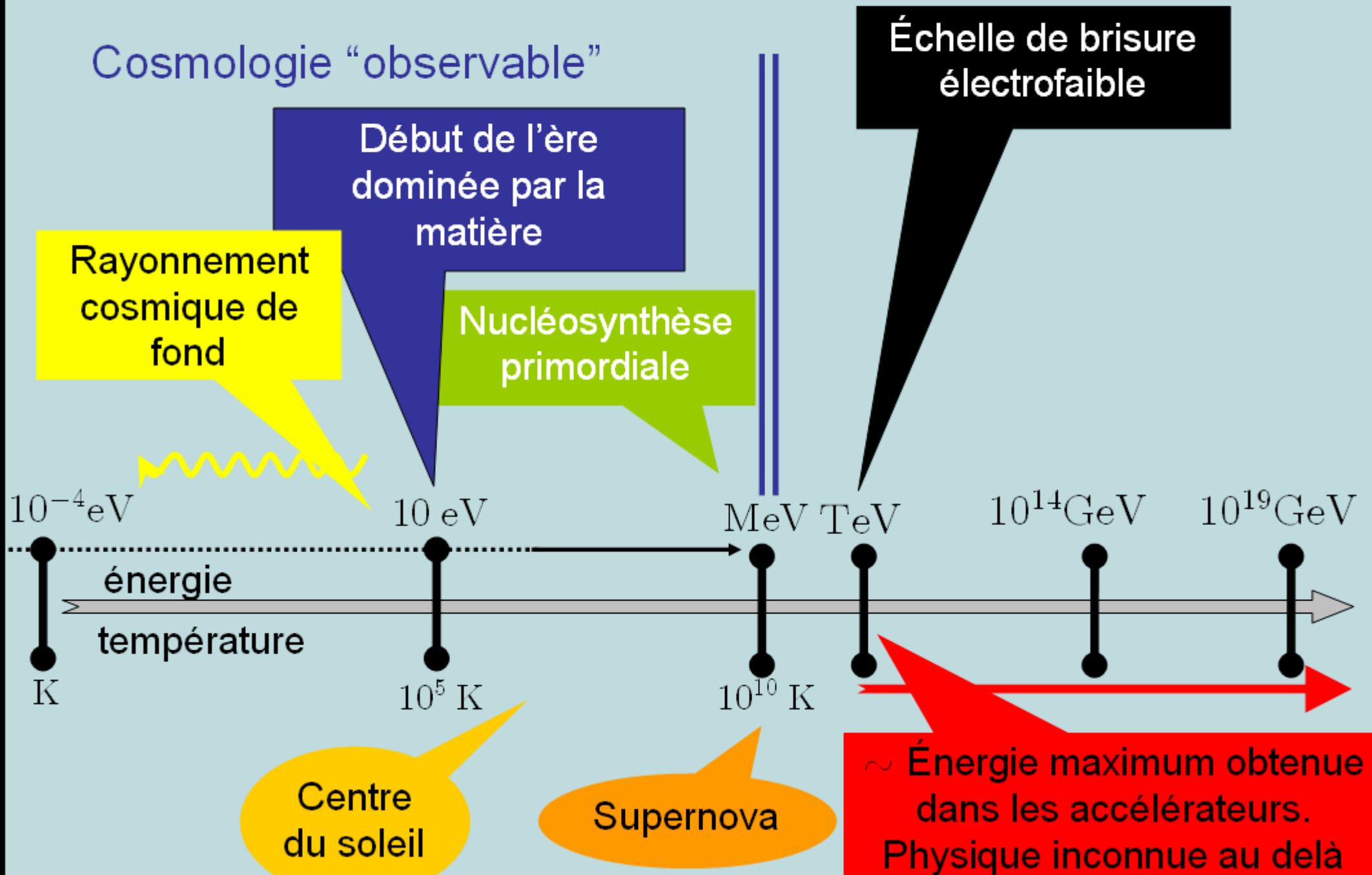
Nucléosynthèse primordiale



Centre du soleil

Supernova

Échelles d'énergies en cosmologie et astrophysique



~ Énergie maximum
testée dans les
accélérateurs

Deux mots sur la physique connue jusqu'au TeV
(« physique des hautes énergies »)

Décrit 3 des 4 interactions fondamentales de la nature dans
le cadre d'une « théorie quantique des champs »

→ modèle standard de la physique des particules

$$U(1) \times SU(2) \times SU(3)$$

Interaction « électro-faible »
(force électromagnétique et
force faible à basse énergie)

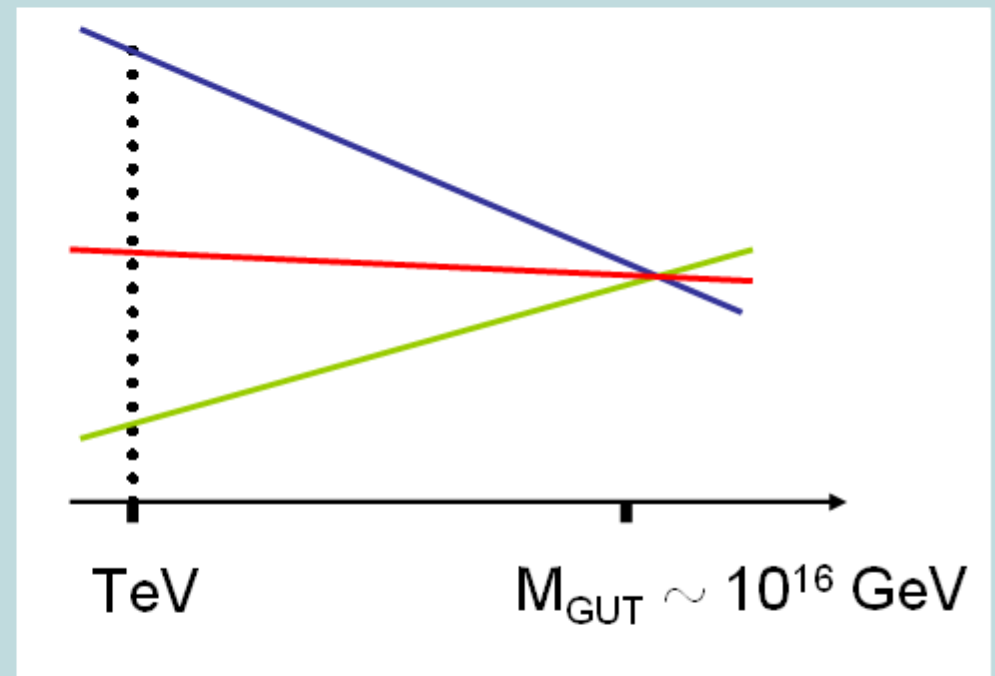
Interaction forte

Quelle physique au delà du TeV ?

Quelle physique au delà du TeV ?

Approches "bottom up"

- grande unification (GUT)
- Supersymétrie



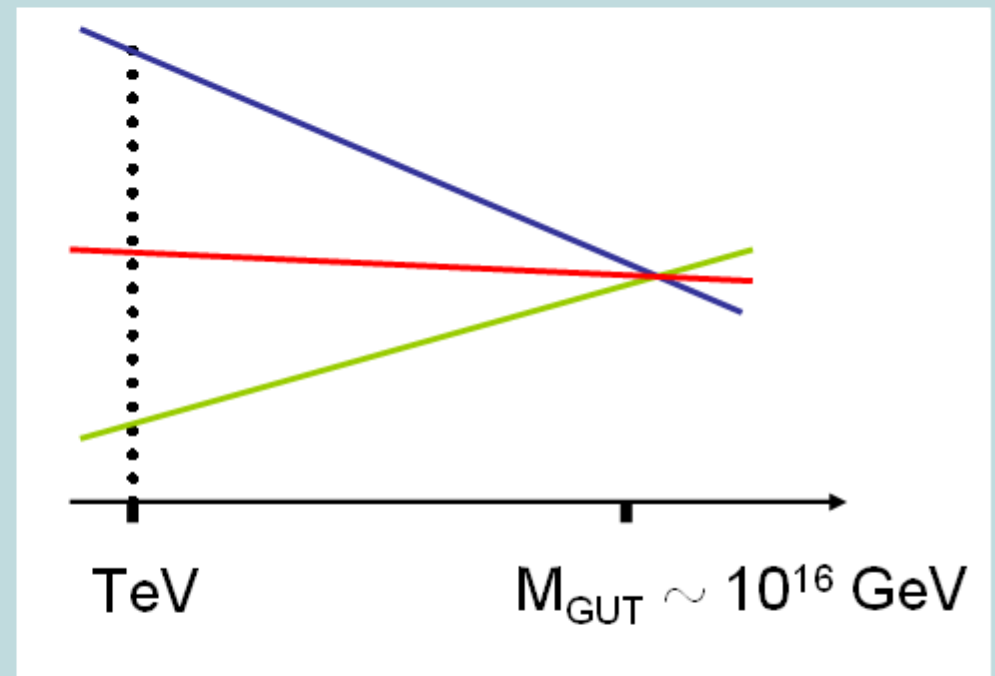
Quelle physique au delà du TeV ?

Approches “bottom up”

- grande unification (GUT)



- Supersymétrie



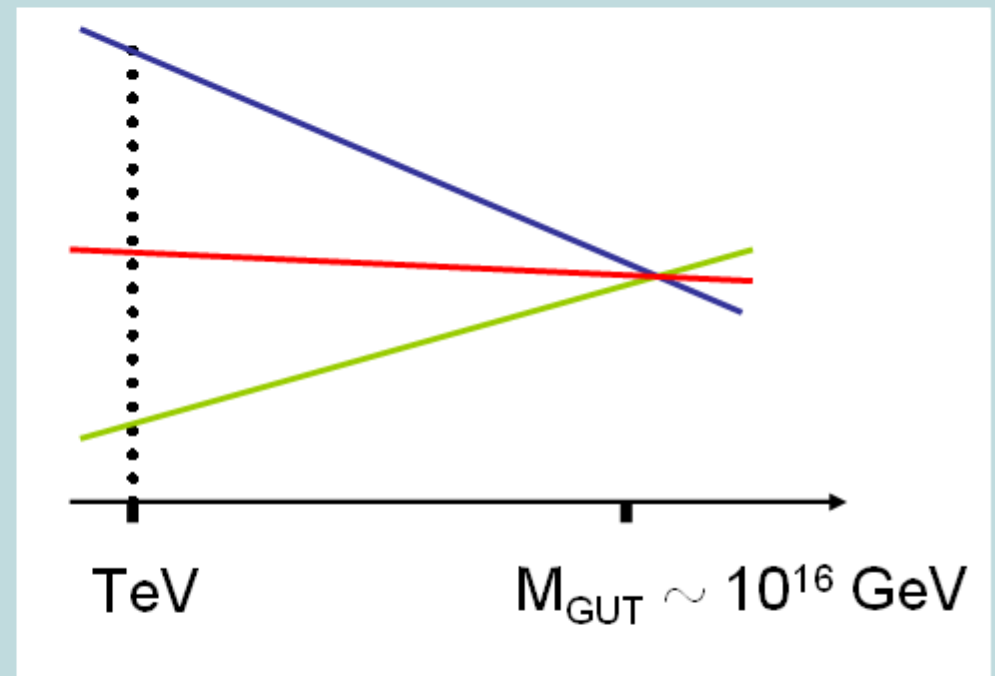
Questions théoriques

- “quantification de la gravitation”, échelle associée $M_{\text{p}} \sim 10^{19} \text{ GeV}$

Quelle physique au delà du TeV ?

Approches “bottom up”

- grande unification (GUT)
- Supersymétrie



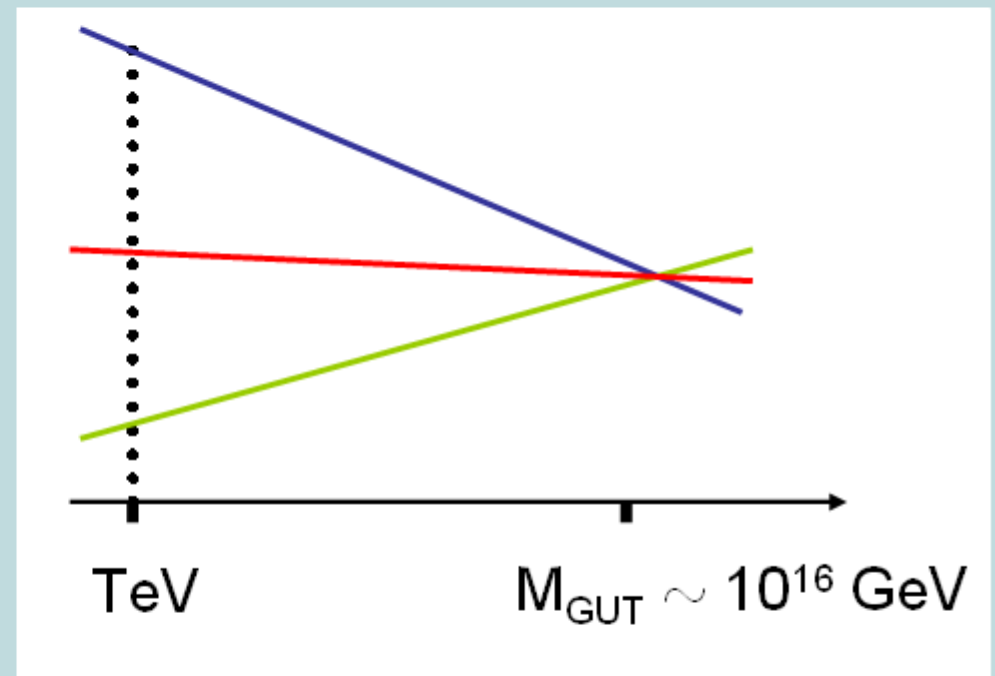
Questions théoriques

- “quantification de la gravitation”, échelle associée $M_{\text{P}} \sim 10^{19} \text{ GeV}$

Quelle physique au delà du TeV ?

Approches “bottom up”

- grande unification (GUT)
- Supersymétrie



Questions théoriques

- “quantification de la gravitation”, échelle associée $M_{\text{p}} \sim 10^{19}$ GeV

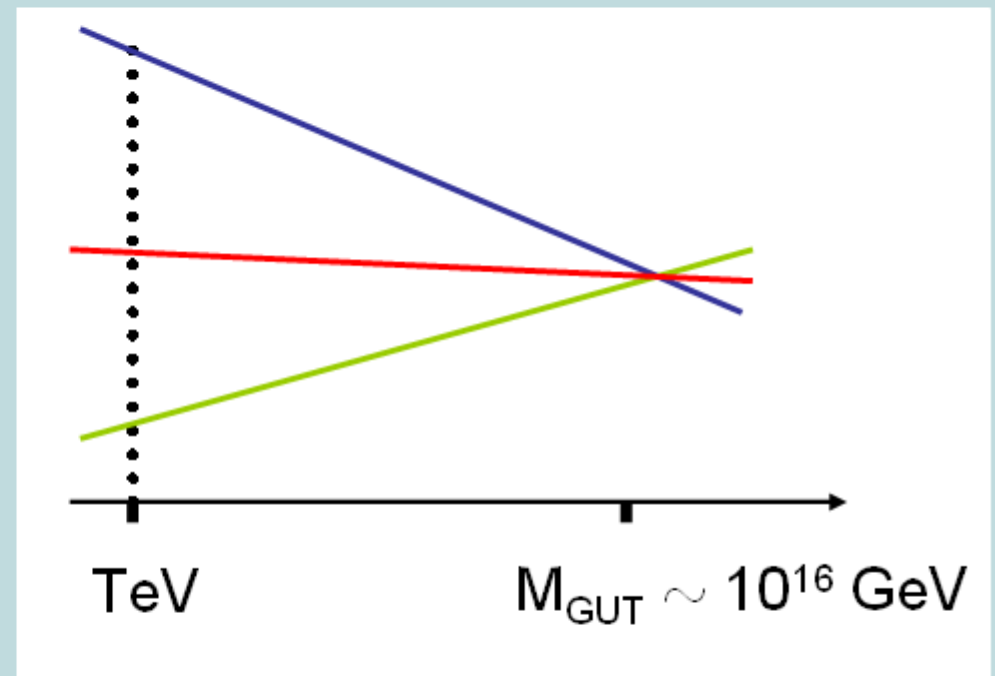
Quelle physique au delà du TeV ?

Approches “bottom up”

- grande unification (GUT)



- Supersymétrie



Questions théoriques

- “quantification de la gravitation”, échelle associée $M_{\text{p}} \sim 10^{19} \text{ GeV}$

Quelle physique au delà du TeV ?

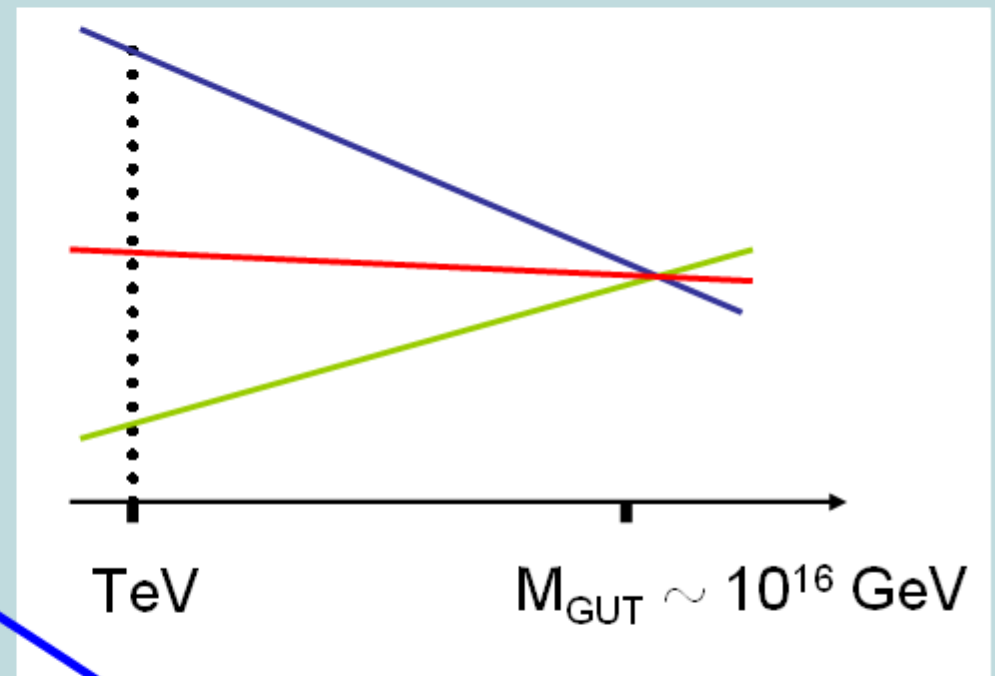
Approches "bottom up"

- grande unification (GUT)



- Supersymétrie

Basse énergie

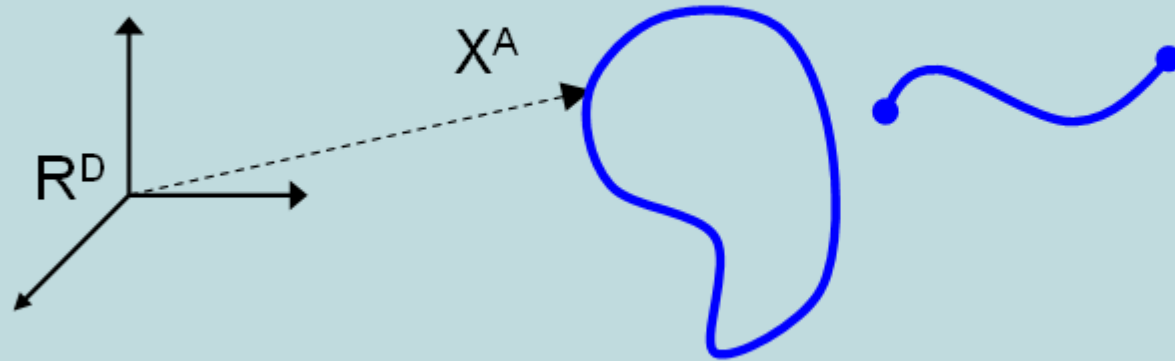


Questions théoriques

- "quantification de la gravitation", échelle associée $M_{\text{P}} \sim 10^{19}$ GeV

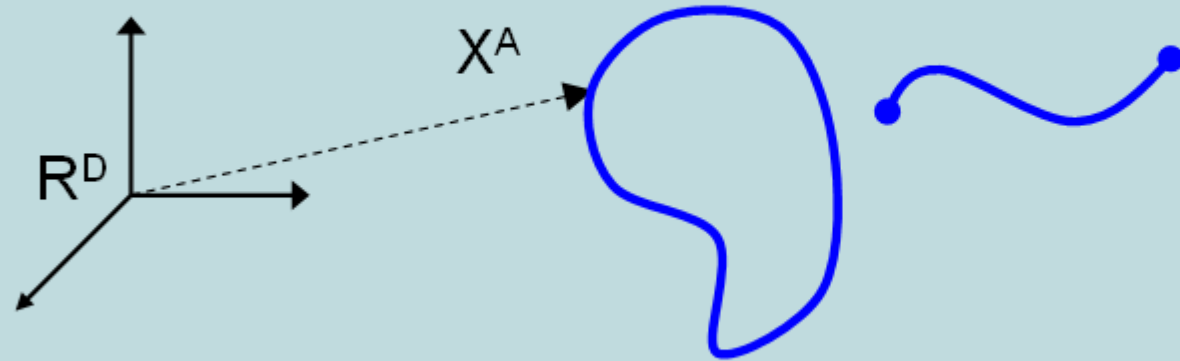
Théories de supercordes ?
"Théorie M" ?

Théorie des cordes



$$S_P = -\frac{T}{2} \int d^2\xi \sqrt{-g} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha X^A \partial_\beta X^B \eta_{AB}$$

Théorie des cordes



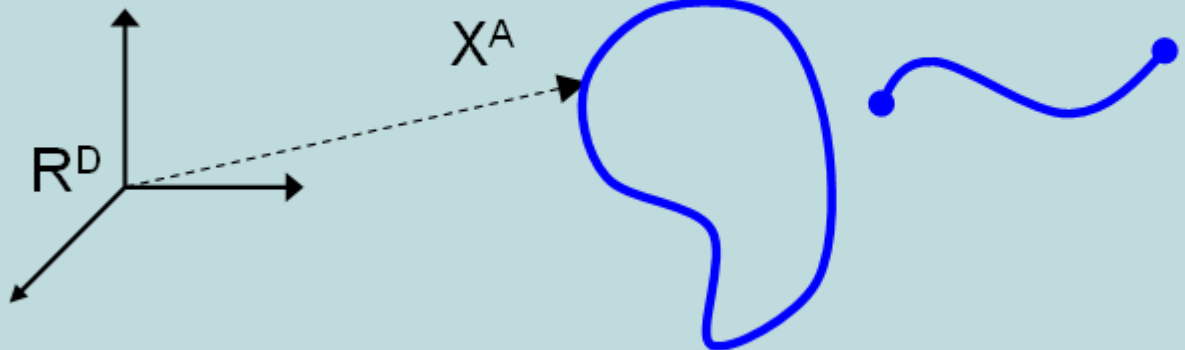
$$S_P \equiv -\frac{T}{2} \int d^2 \xi \sqrt{-g} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha X^A \partial_\beta X^B \eta_{AB}$$

{ T: tension de la corde
T \propto M²_{string / cordes}

Dimensions d'espace-temps supplémentaires compactes de taille R_(n=6) (D=10:supercordes)

Théorie des cordes

approches phénoménologiques traditionnelles



$$S_P \equiv -\frac{T}{2} \int d^2 \xi \sqrt{-g} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha X^A \partial_\beta X^B \eta_{AB}$$

$\left\{ \begin{array}{l} T: \text{ tension de la corde} \\ T \propto M_{\text{string}}^2 / \text{ cordes} \end{array} \right.$

Dimensions d'espace-temps supplémentaires compactes de taille $R_{(n=6)}$ (D=10:supercordes)



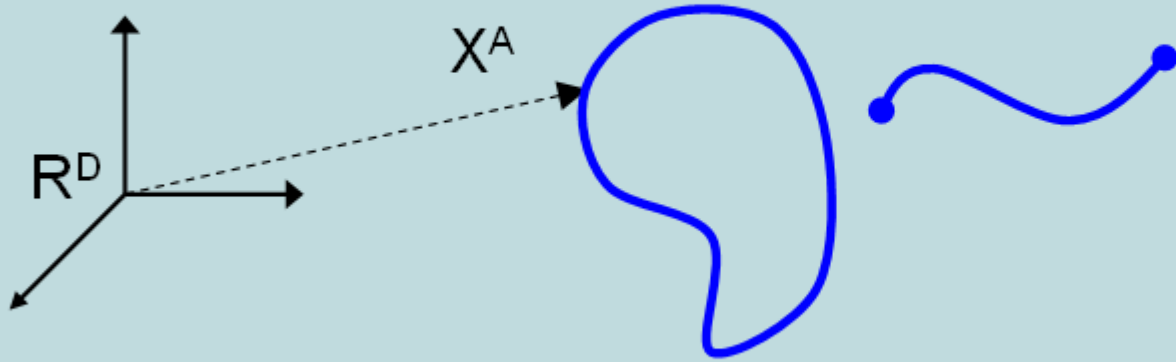
$M_{\text{GUT}} \sim 10^{16} \text{ GeV}$

A basse énergie devant $R_{(n=6)}$ et M_{string} : la théorie effective est une théorie des champs supersymétrique (avec GUT, ex E_6 pour $E_8 \times E_8$)

TeV

Théorie des cordes

approches phénoménologiques traditionnelles



$$S_P \equiv -\frac{T}{2} \int d^2 \xi \sqrt{-g} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha X^A \partial_\beta X^B \eta_{AB}$$

$\left\{ \begin{array}{l} T: \text{ tension de la corde} \\ T \propto M_{\text{string}}^2 / \text{cordes} \end{array} \right.$

Dimensions d'espace-temps supplémentaires compactes de taille $R_{(n=6)}$ ($D=10$:supercordes)

$M_{\text{GUT}} \sim 10^{16} \text{ GeV}$

A basse énergie devant $R_{(n=6)}$ et M_{string} : la théorie effective est une théorie des champs supersymétrique (avec GUT, ex E_6 pour $E_8 \times E_8$)

TeV

A plus basse énergie encore, la théorie effective doit être le modèle standard de la physique des particules !

Approches bouleversées par La « révolution » des dualités

Type II_A

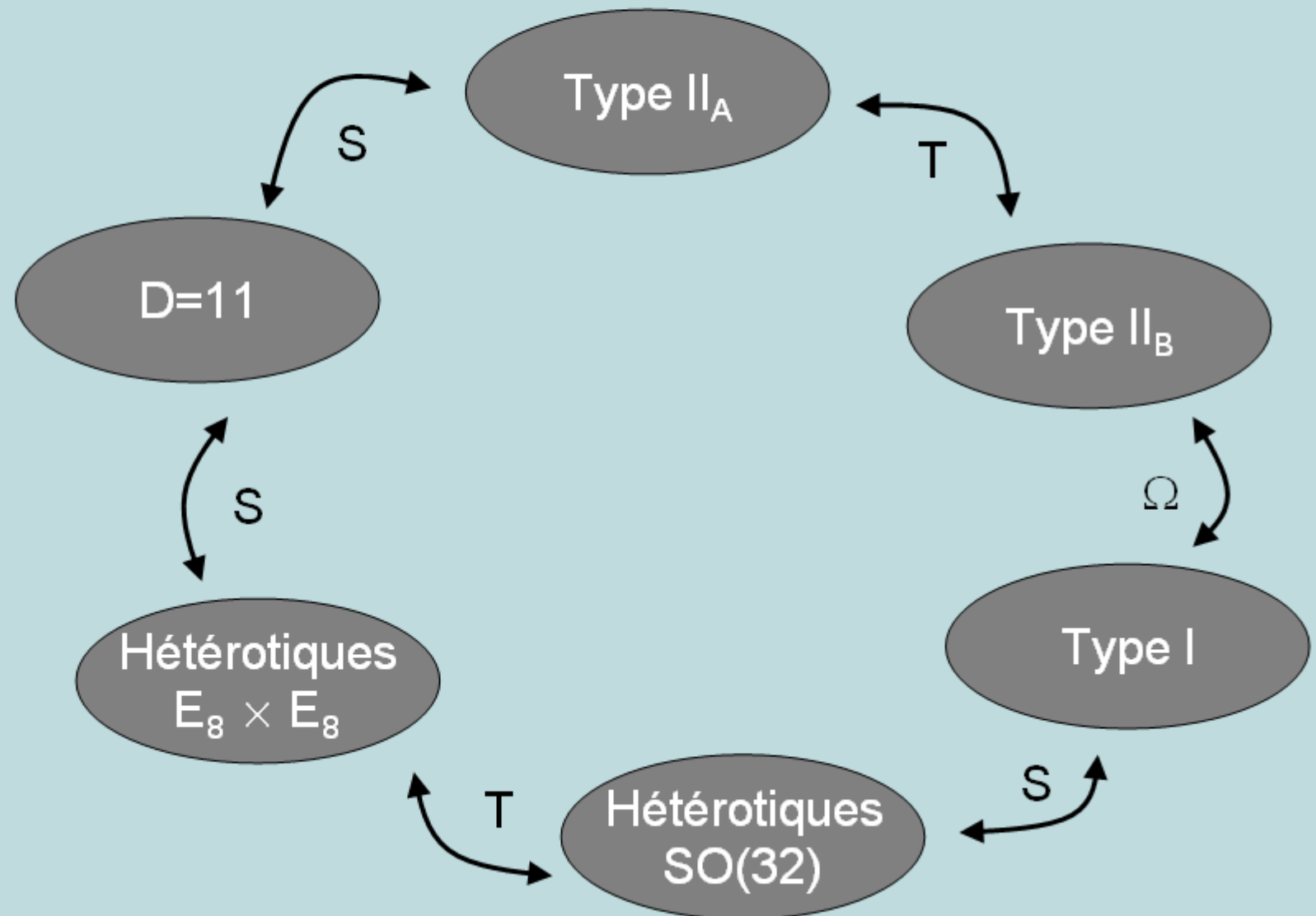
Type II_B

Hétérotiques
 $E_8 \times E_8$

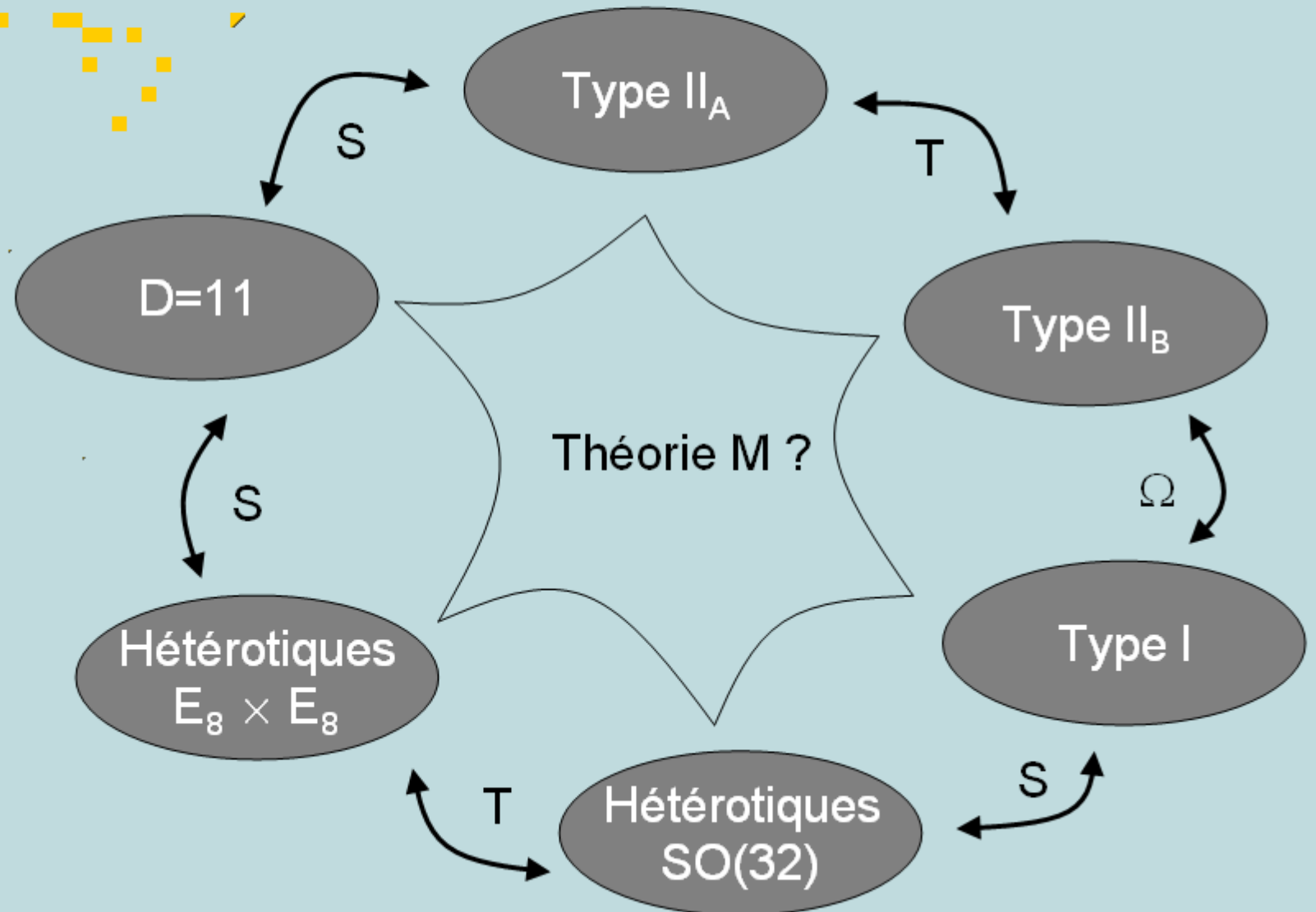
Type I

Hétérotiques
SO(32)

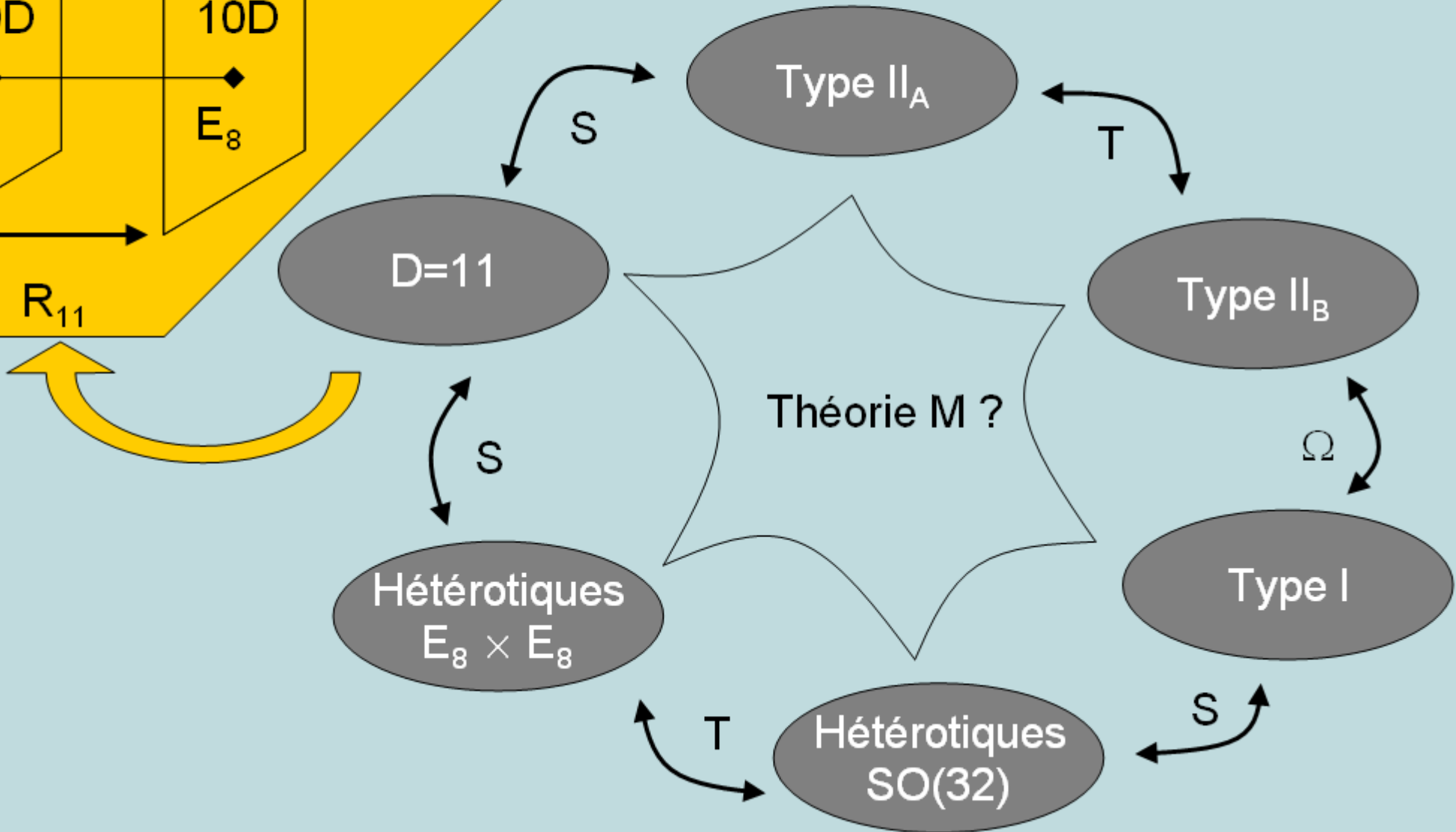
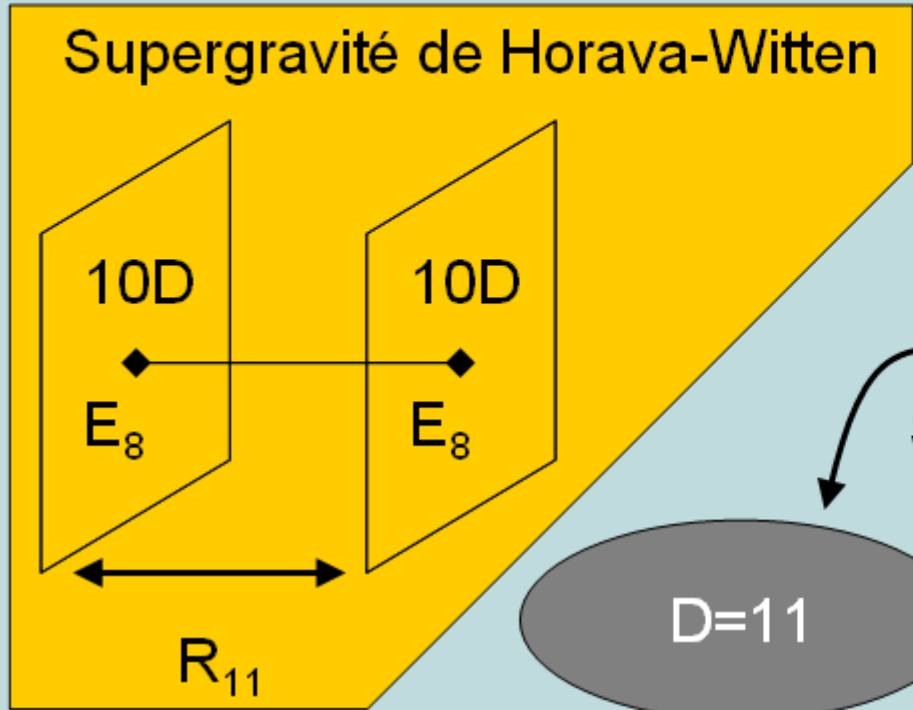
Approches bouleversées par
La « révolution » des dualités



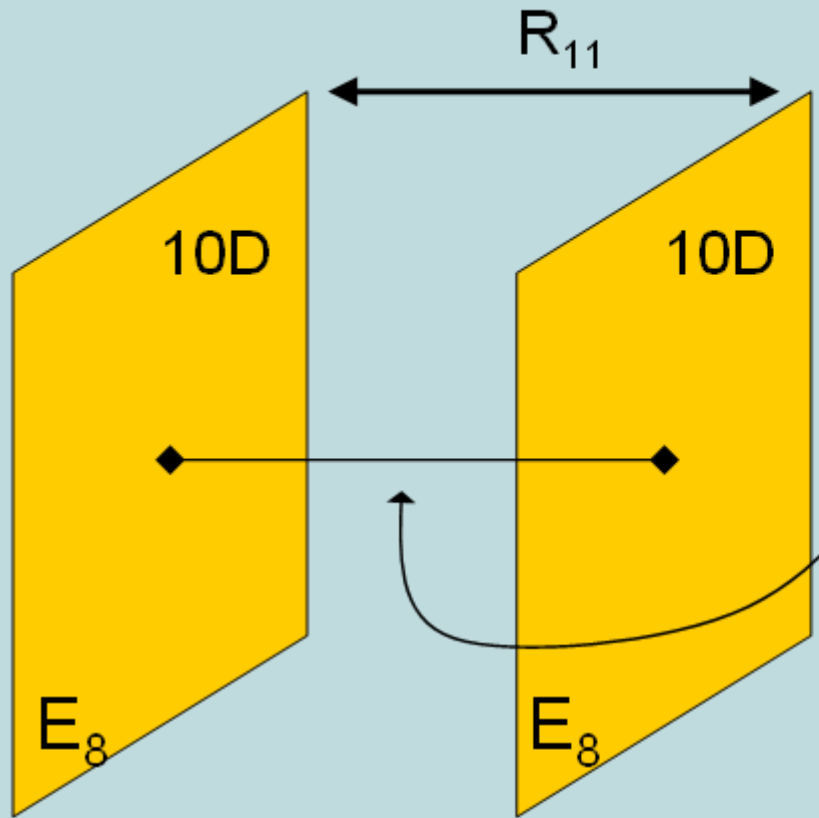
Approches bouleversées par
La « révolution » des dualités



Approches bouleversées par
La « révolution » des dualités



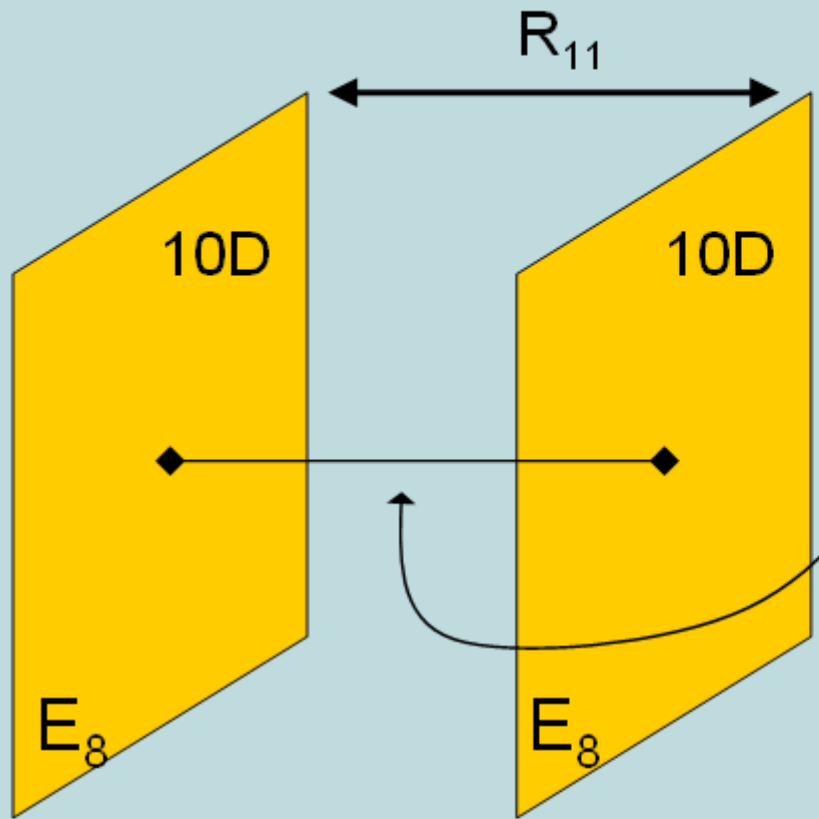
Supergravité de Horava-Witten



Théorie de supergravité à 11 dimensions

La onzième dimension est un intervalle aux extrémités duquel sont localisés des champs de "matière" E_8

Supergravité de Horava-Witten



Théorie de supergravité à 11 dimensions

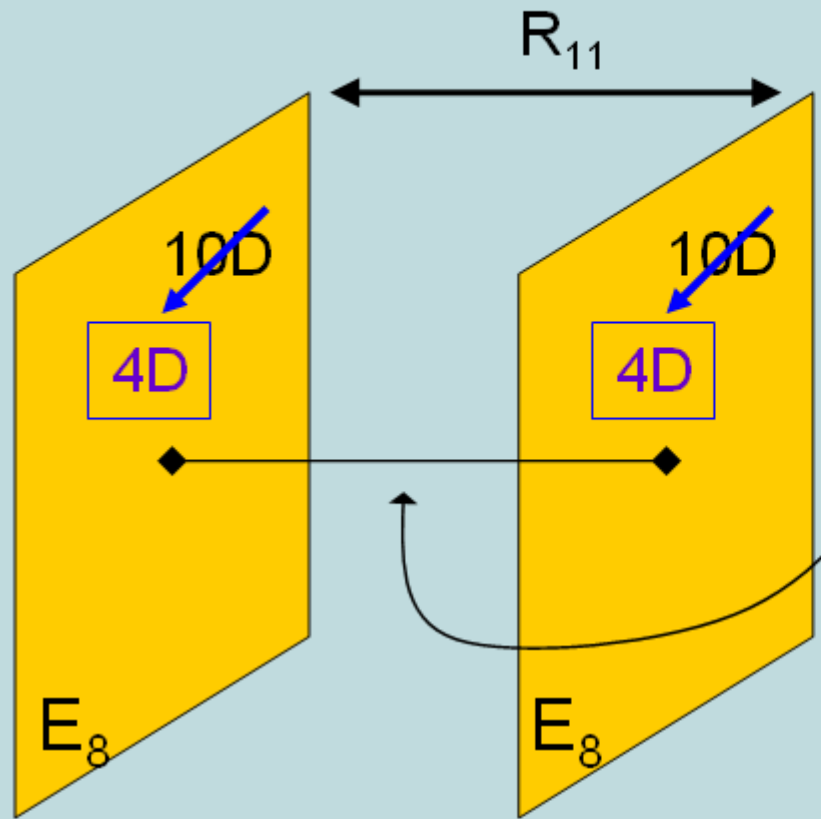
La onzième dimension est un intervalle aux extrémités duquel sont localisés des champs de "matière" E_8

R_6^{-1} ← Rayon des six dimensions compactes parallèles aux hyperplans de matière 10D

R_{11}^{-1} ← Rayon de la onzième dimension



Supergravité de Horava-Witten



Théorie de supergravité à 11 dimensions

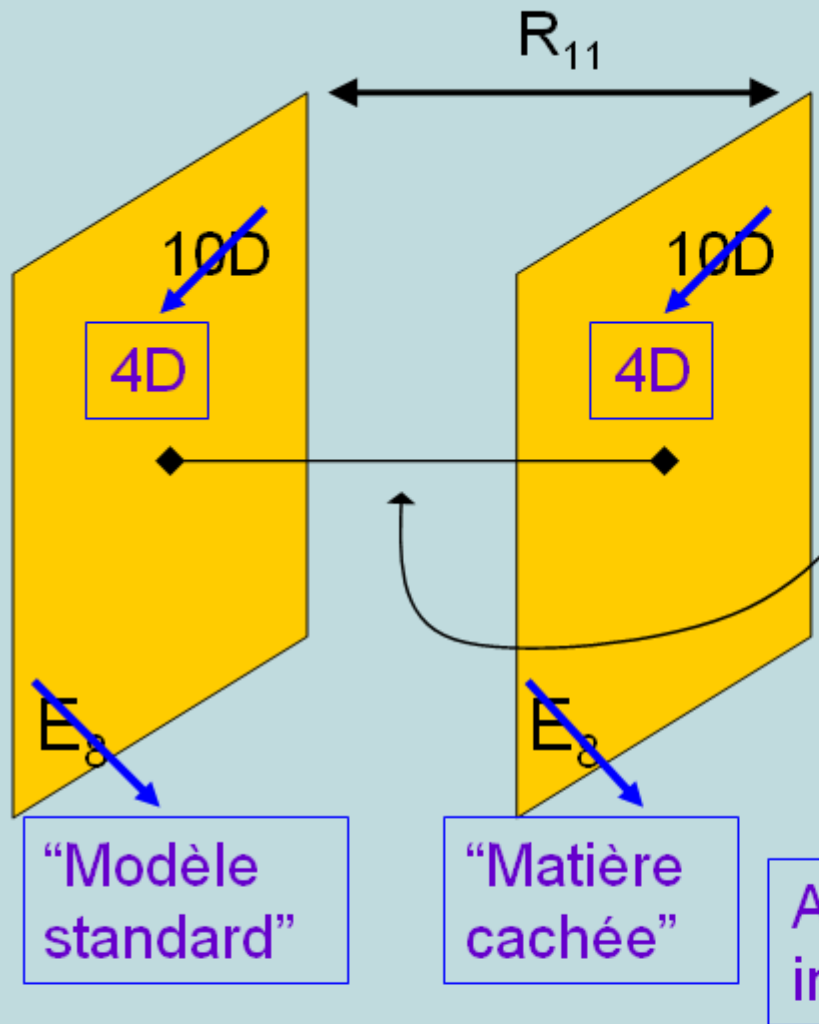
La onzième dimension est un intervalle aux extrémités duquel sont localisés des champs de "matière" E_8

A énergie intermédiaire

R_6^{-1} ← Rayon des six dimensions compactes parallèles aux hyperplans de matière 10D

R_{11}^{-1} ← Rayon de la onzième dimension

Supergravité de Horava-Witten



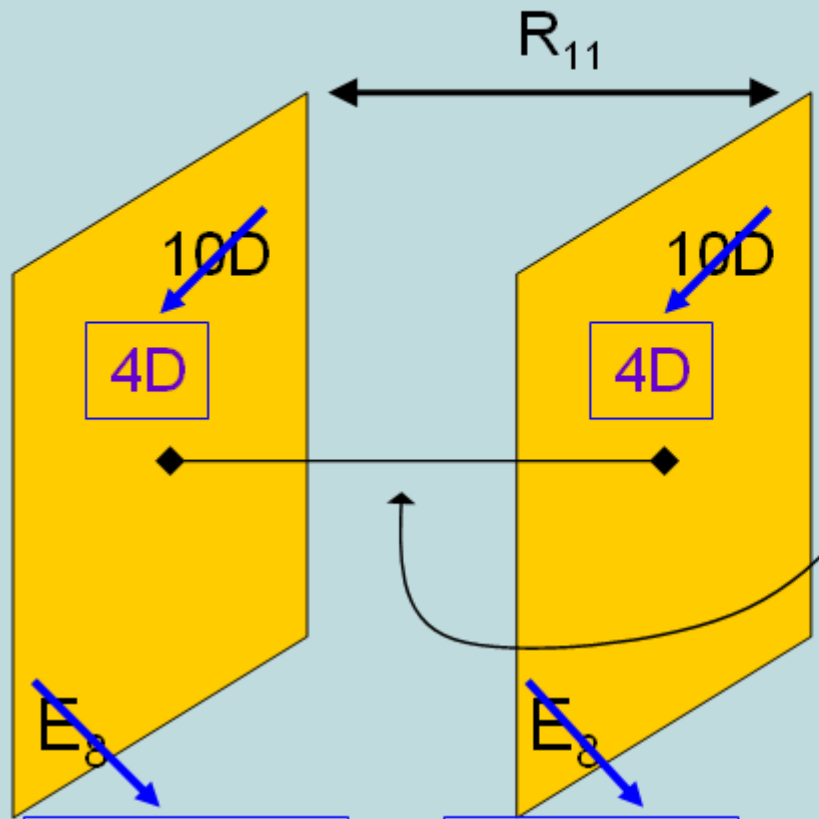
Théorie de supergravité à 11 dimensions

La onzième dimension est un intervalle aux extrémités duquel sont localisés des champs de "matière" E_8

R_6^{-1} ← Rayon des six dimensions compactes parallèles aux hyperplans de matière 10D

R_{11}^{-1} ← Rayon de la onzième dimension

Supergravité de Horava-Witten



Théorie de supergravité à 11 dimensions

La onzième dimension est un intervalle aux extrémités duquel sont localisés des champs de "matière" E_8

"Modèle standard"

"Matière cachée"

A énergie intermédiaire

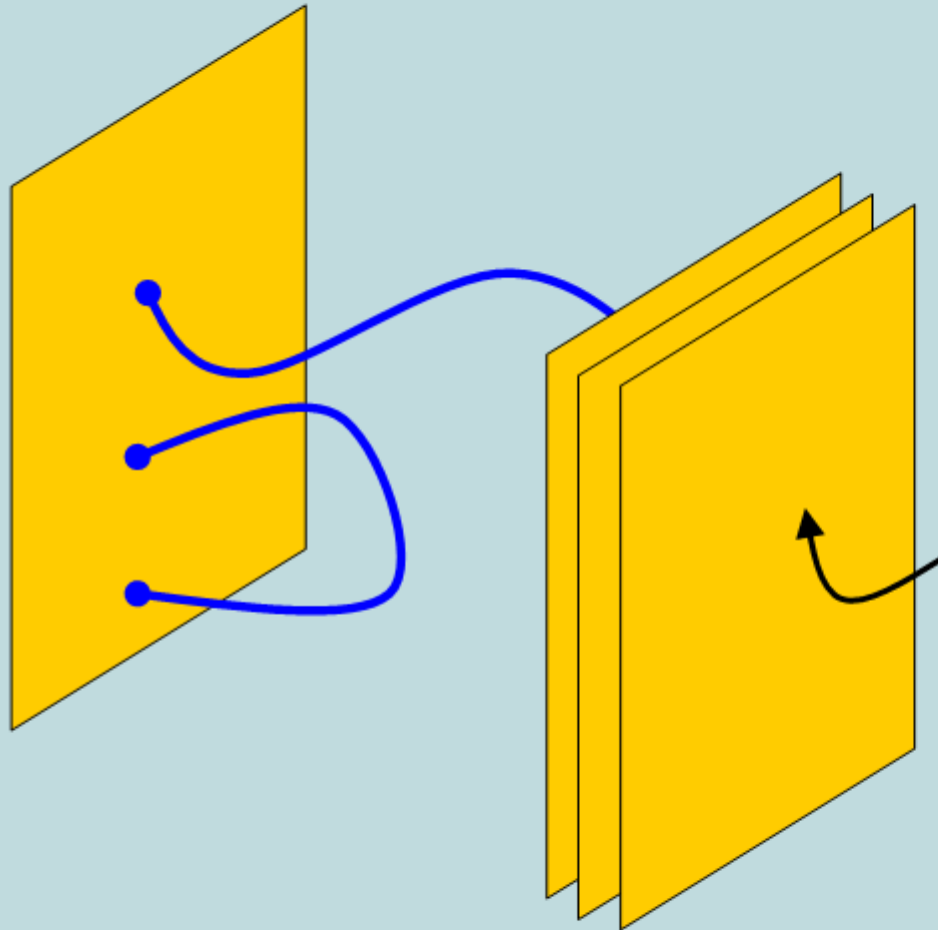
Théorie effective 5D: deux "branes" 4D "habitées" par de la matière, plongées dans un "bulk" 5D.

R_6^{-1} ← Rayon des six dimensions compactes parallèles aux hyperplans de matière 10D

R_{11}^{-1} ← Rayon de la onzième dimension

Plus généralement: rôle des "D-branes"

Dirichlet



Présence de champs de "matière" localisés sur la brane

Théorie des cordes

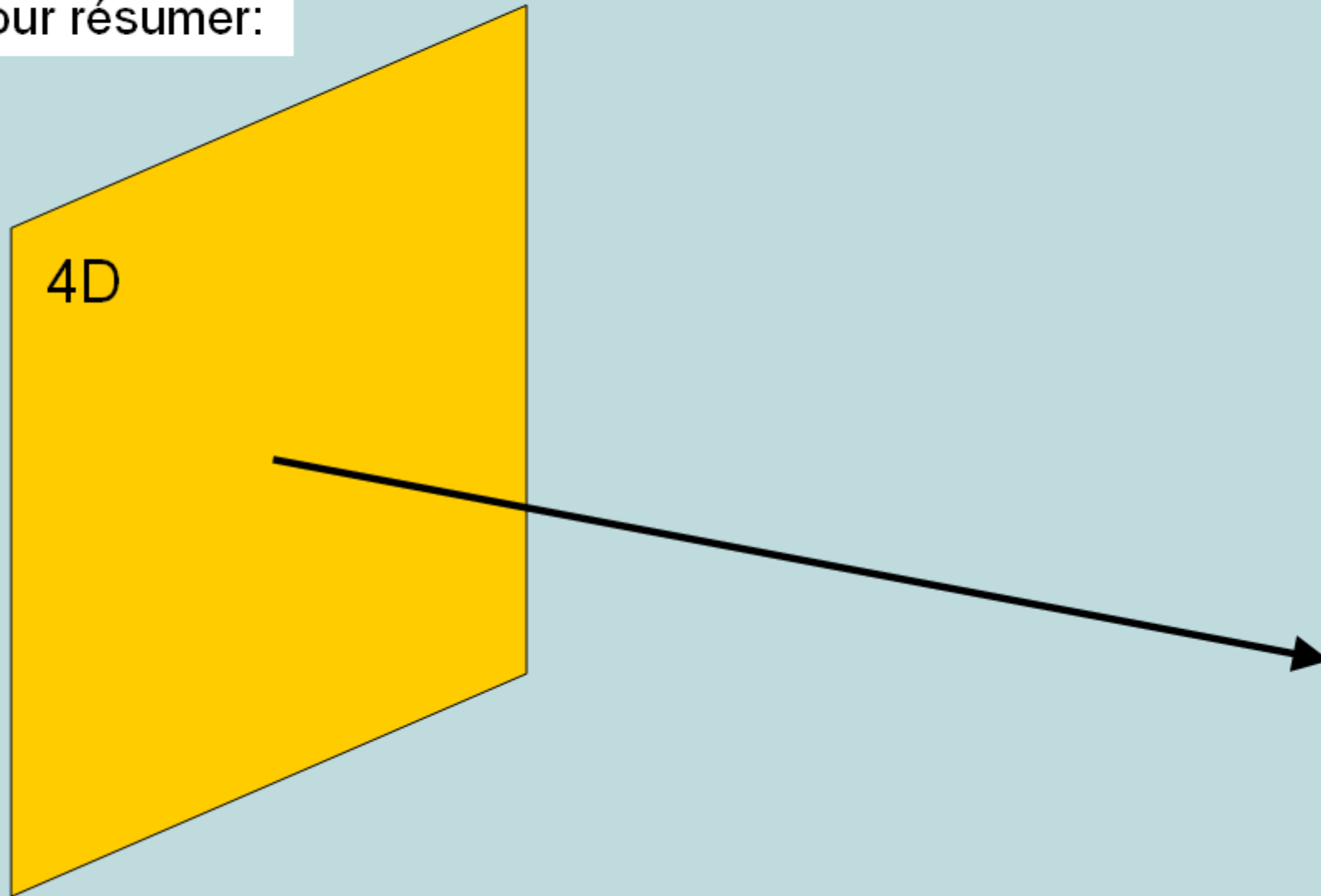


Plusieurs réponses possibles !
Plusieurs modèles du monde !

En particulier la « tension » des cordes
est un paramètre peu contraint: M_{cordes}

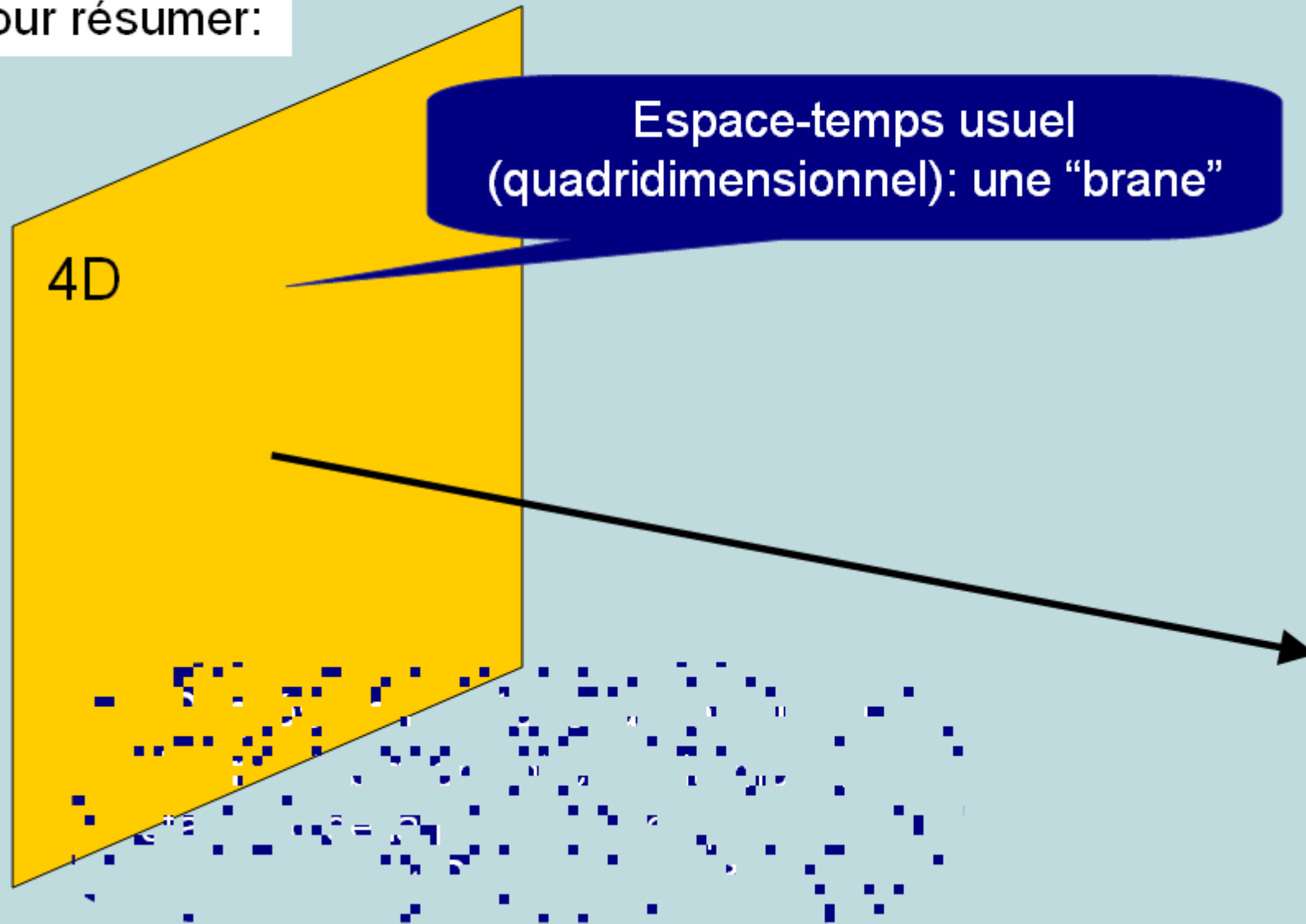
Les univers “branes” constituent l’un de ces possibles

Pour résumer:



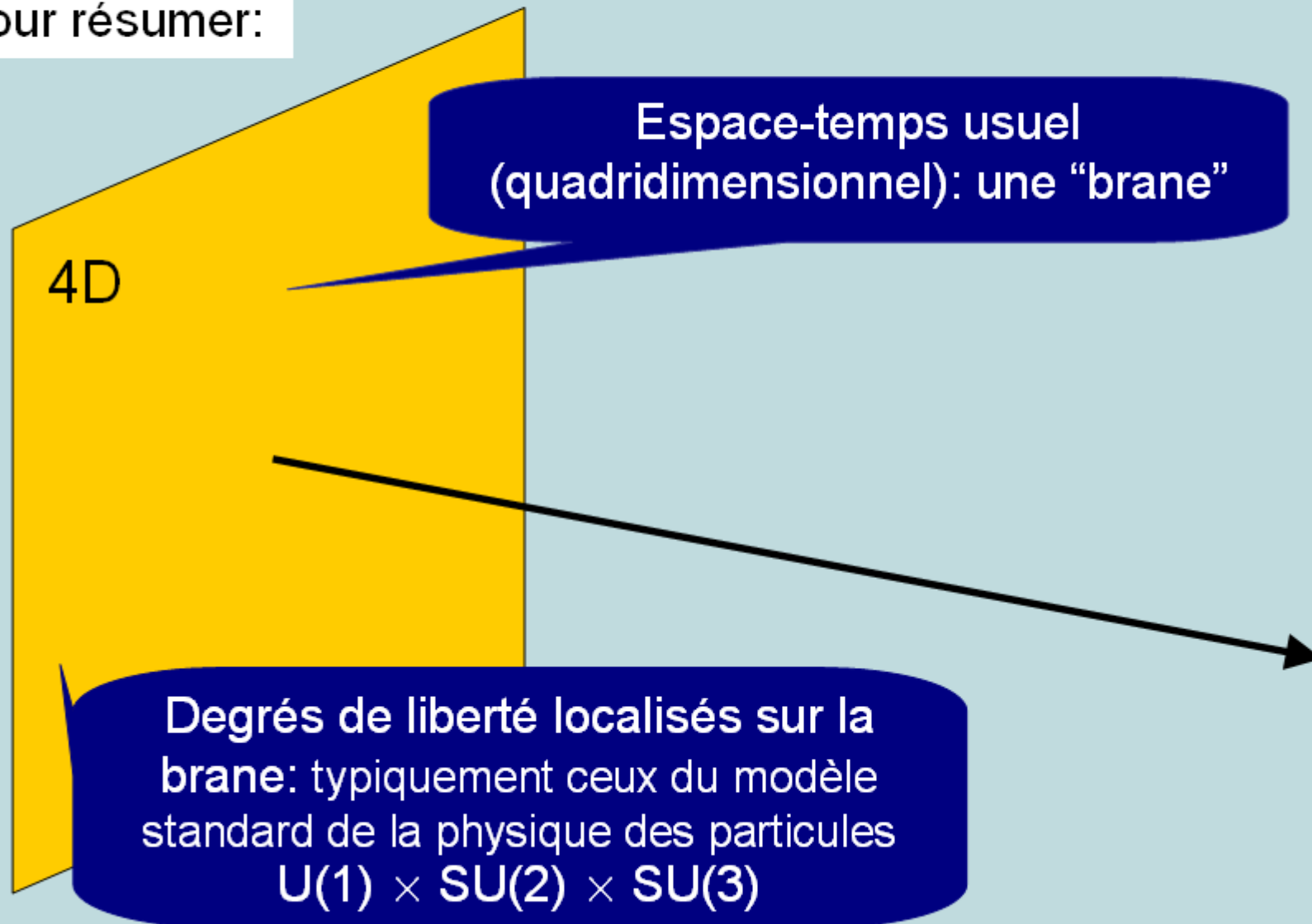
Les univers "branes" constituent l'un de ces possibles

Pour résumer:



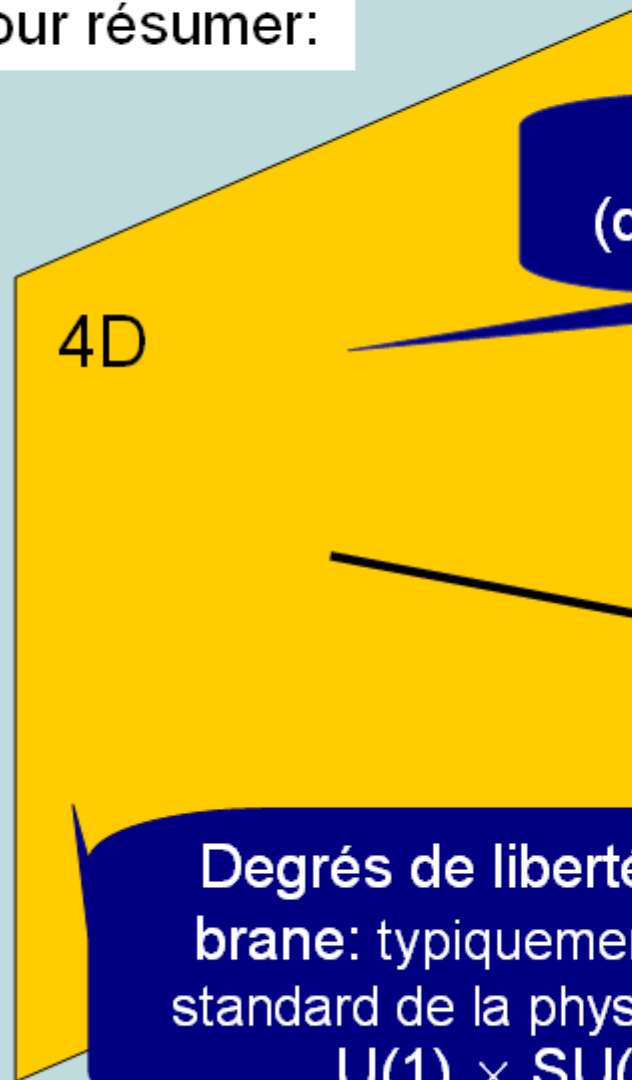
Les univers “branes” constituent l’un de ces possibles

Pour résumer:



Les univers “branes” constituent l’un de ces possibles

Pour résumer:



Espace-temps usuel
(quadridimensionnel): une “brane”

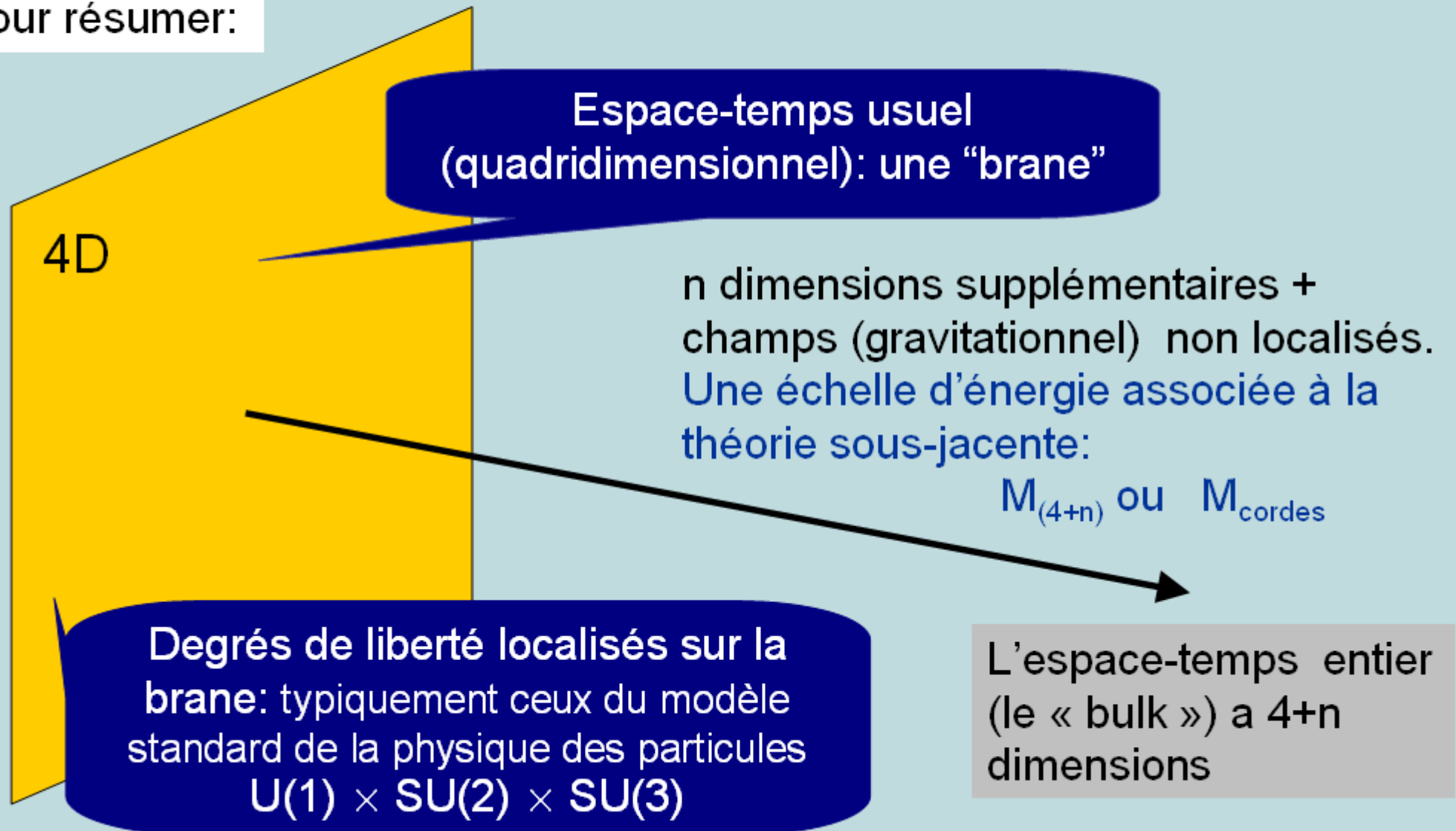
n dimensions supplémentaires +
champs (gravitationnel) non localisés.
Une échelle d'énergie associée à la
théorie sous-jacente:

$M_{(4+n)}$ ou M_{cordes}

Degrés de liberté localisés sur la
brane: typiquement ceux du modèle
standard de la physique des particules
 $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$

Les univers "branes" constituent l'un de ces possibles

Pour résumer:



2. Physique des dimensions supplémentaires

2.1 Physique usuelle et dimensionalité de l'espace-temps

2.2. Physique des dimensions **compactes** et mécanisme de Kaluza-Klein

2.3. Quelle est la taille des dimensions compactes ?

2.4. Petite zoologie des univers branes

La physique à 3+1 dimensions, l'exemple de l'électromagnétisme

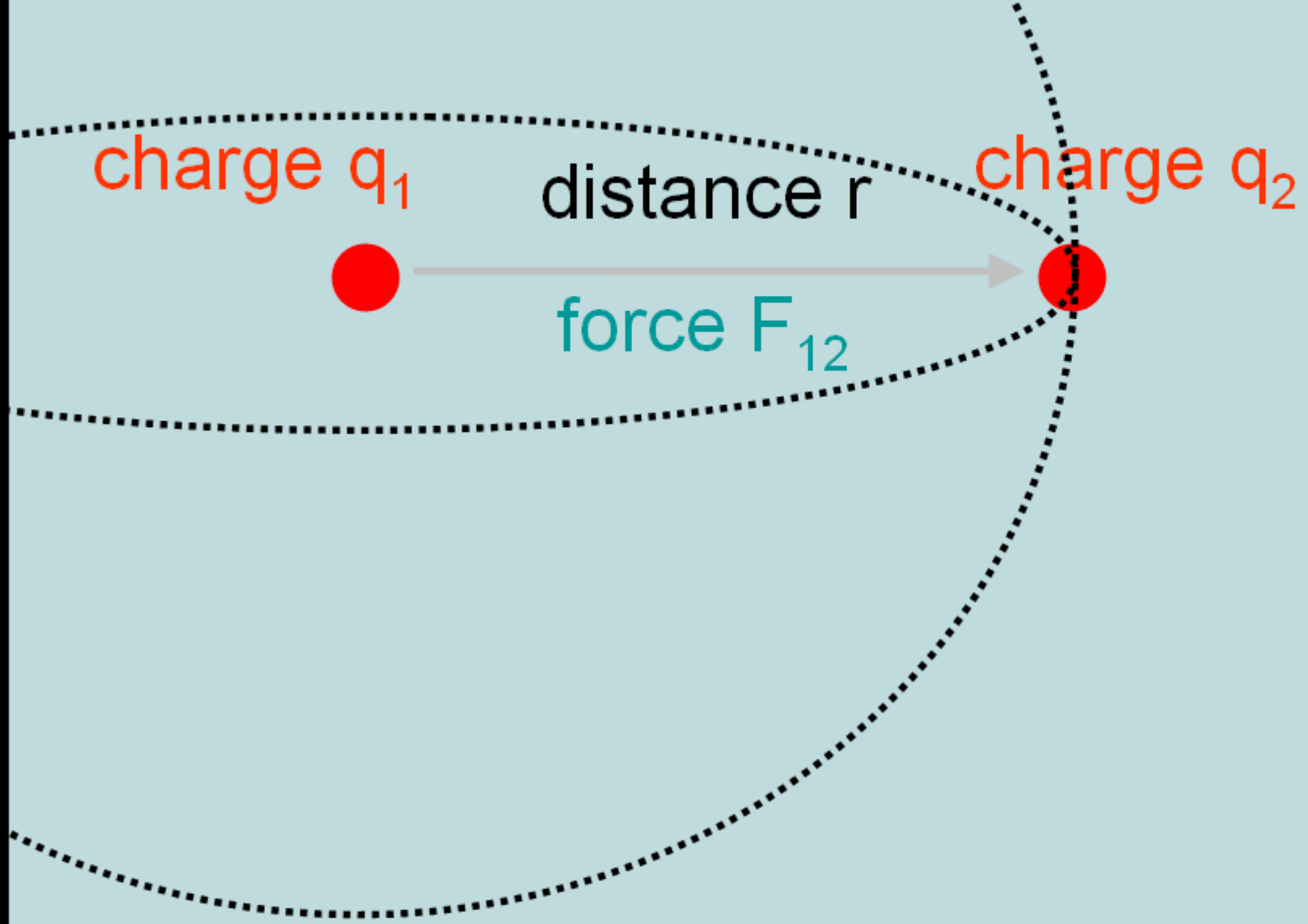
Des équations de Maxwell, on peut tirer l'équation de Poisson
Pour le potentiel électrostatique Φ_E

$$\Rightarrow \Delta \Phi_E = -\rho/\epsilon_0$$

Équation à laquelle obéit également
le potentiel gravitationnel Φ_N

$$\Rightarrow \Delta \Phi_N = 4\pi G_N \rho_m$$

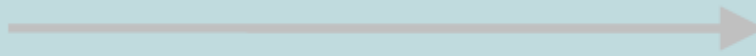
Équation qui permet de calculer la force F_{12} s'exerçant entre
deux charges (masses) ponctuelles par le théorème de Gauss



charge q_1

distance r

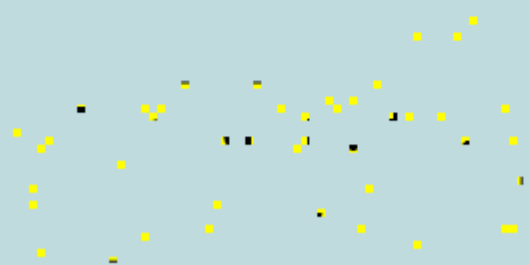
charge q_2



force F_{12}

$$F_{12}(r) \propto 1/(\text{surface } S(r) \text{ de la sphère})$$

$$\propto 1/r^{D-2} \text{ dans un espace de dimension } D \text{ (D-1 dimensions spatiales)}$$



charge q_1

distance r

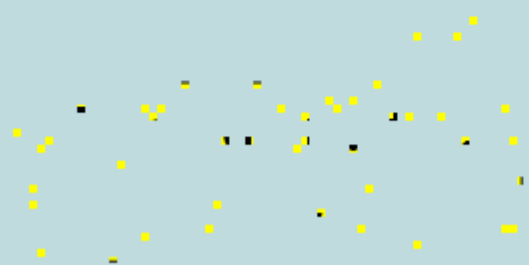
charge q_2



force F_{12}

$$F_{12}(r) \propto 1/(\text{surface } S(r) \text{ de la sphère})$$

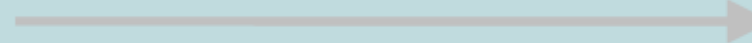
$$\propto 1/r^{D-2} \text{ dans un espace de dimension } D \text{ (D-1 dimensions spatiales)}$$



charge q_1

distance r

charge q_2



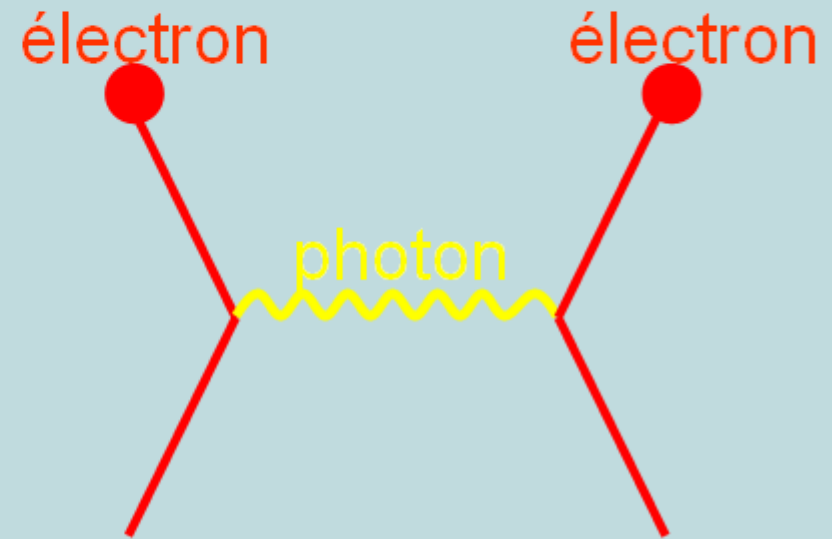
force F_{12}

$$F_{12}(r) \propto 1/(\text{surface } S(r) \text{ de la sphère})$$

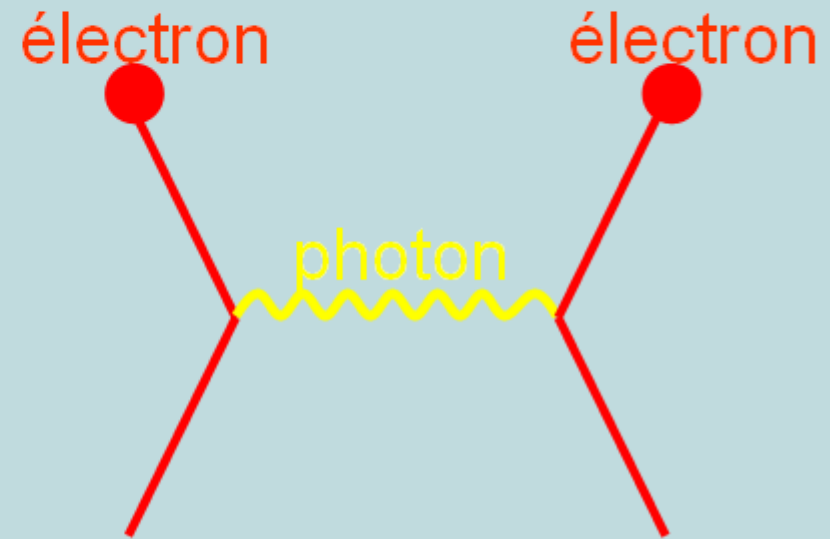
$$\propto 1/r^{D-2} \text{ dans un espace de dimension } D \text{ (} D-1 \text{ dimensions spatiales)}$$

Force de portée
infinie !

Au niveau quantique, la force électromagnétique est décrite par un échange de photon:

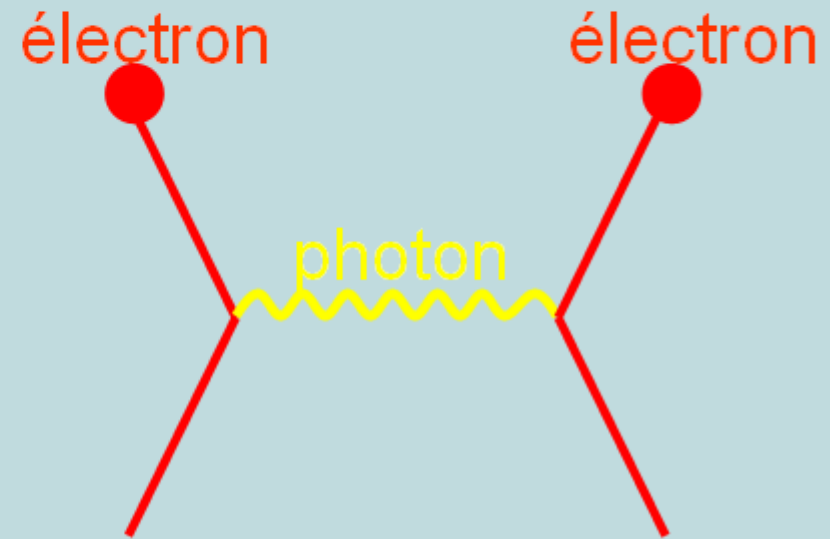


Au niveau quantique, la force électromagnétique est décrite par un échange de photon:



Le photon a une **masse nulle**, ce qui est relié à la portée infinie de la force électromagnétique

Au niveau quantique, la force électromagnétique est décrite par un échange de photon:



Le photon a une **masse nulle**, ce qui est relié à la portée infinie de la force électromagnétique

Idem pour la gravitation transportée par un **graviton de masse nulle**

Une force transportée par une particule massive (de masse $m \neq 0$) est décrite par une équation de « Helmholtz modifiée » :

$$\Delta \Phi - \Phi / \lambda_C^2 \propto \text{source}$$

Une force transportée par une particule massive (de masse $m \neq 0$) est décrite par une équation de « Helmholtz modifiée » :

$$\Delta \Phi - \Phi / \lambda_C^2 \propto \text{source}$$

Longueur de Compton

$$\lambda_C = \hbar / m c$$

$$\begin{aligned} \Delta \Phi - \Phi / \lambda_C^2 &\propto \text{source} \\ \Delta \Phi - \Phi / \lambda_C^2 &= -\rho / \epsilon_0 \\ \Delta \Phi - \Phi / \lambda_C^2 &= -\rho / \epsilon_0 \\ \Delta \Phi - \Phi / \lambda_C^2 &= -\rho / \epsilon_0 \end{aligned}$$

Une force transportée par une particule massive (de masse $m \neq 0$) est décrite par une équation de « Helmholtz modifiée » :

$$\Delta \Phi - \Phi / \lambda_C^2 \propto \text{source}$$

Longueur de Compton
 $\lambda_C = \hbar / m c$

Le potentiel créé par une source ponctuelle est donné par le potentiel de

Yukawa (pour 3+1 dimensions):

$$\Phi(r) \propto \exp(-r/\lambda_C) / r$$

Une force transportée par une particule massive (de masse $m \neq 0$) est décrite par une équation de « Helmholtz modifiée » :

$$\Delta \Phi - \Phi / \lambda_C^2 \propto \text{source}$$

Longueur de Compton

$$\lambda_C = \hbar / m c$$

Le potentiel créé par une source ponctuelle est donné par le potentiel de

Yukawa (pour 3+1 dimensions):

$$\Phi(r) \propto \exp(-r/\lambda_C) / r$$

Force de portée finie !

A retenir pour la suite :

L'équation de Poisson (particule de masse nulle),

$$\Delta\Phi \propto \rho$$



Force en $1 / (\text{Distance})^{D-2}$

L'équation de Helmholtz modifiée (particule de masse non nulle),

$$\Delta\Phi - \Phi / \lambda_c^2 \propto \rho$$



Force de portée inférieure à λ_c

A retenir pour la suite :

Le nombre de dimensions de l'espace-temps est codé dans la façon dont la force varie avec r

L'équation de Poisson (particule de masse nulle),

$$\Delta \Phi \propto \rho$$



Force en $1 / (\text{Distance})^{D-2}$

L'équation de Helmholtz modifiée (particule de masse non nulle),

$$\Delta \Phi - \Phi / \lambda_c^2 \propto \rho$$



Force de portée inférieure à λ_c

2.2. La physique des dimensions compactes,
ou comment 6 (ou 7) dimensions
pourraient nous avoir échappé

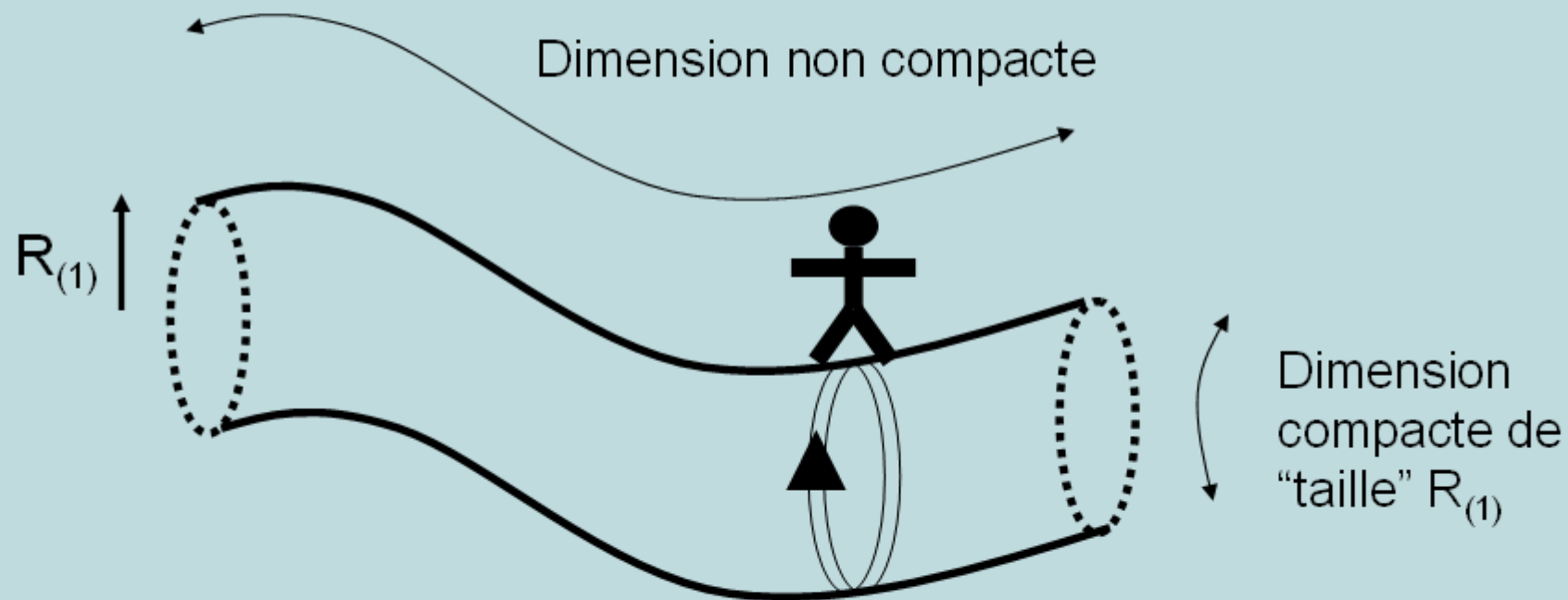
2.2. La physique des dimensions compactes,
ou comment 6 (ou 7) dimensions
pourraient nous avoir échappé



Le mécanisme de Kaluza-Klein (1920)

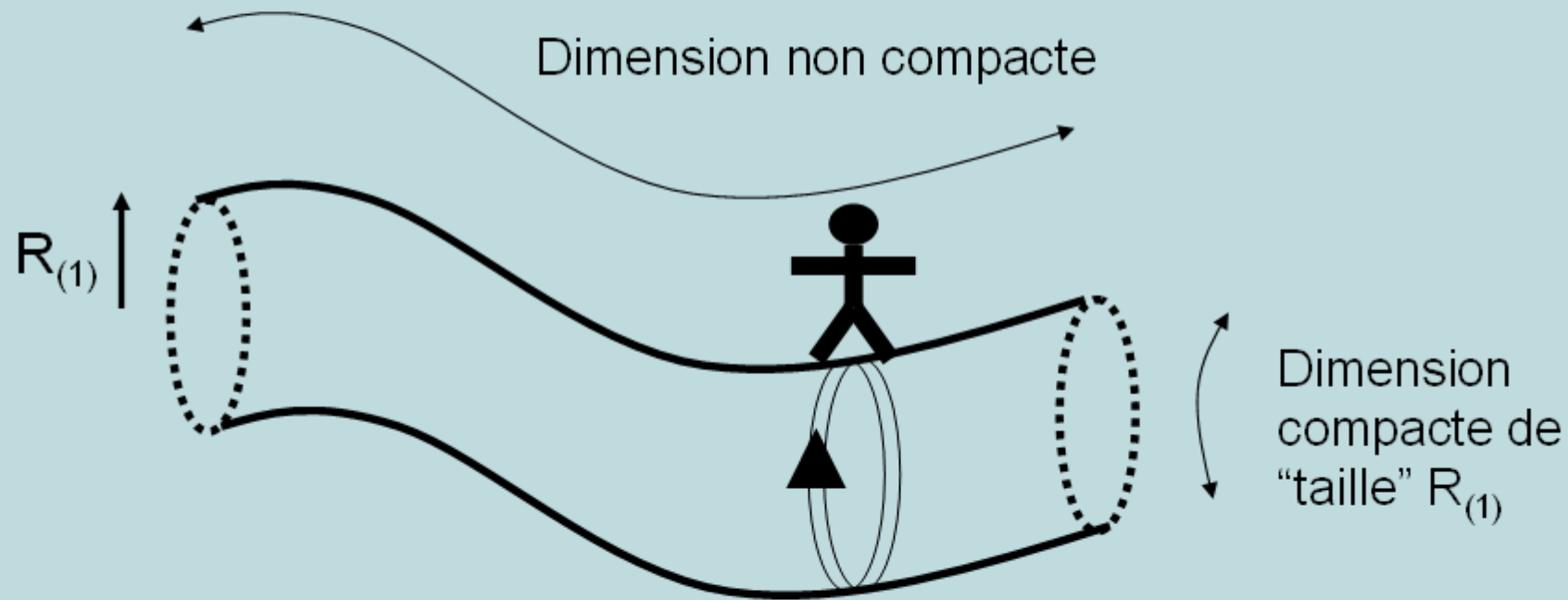
Qu'est-ce qu'une dimension compacte ?

Exemple: la surface d'un cylindre à deux dimensions



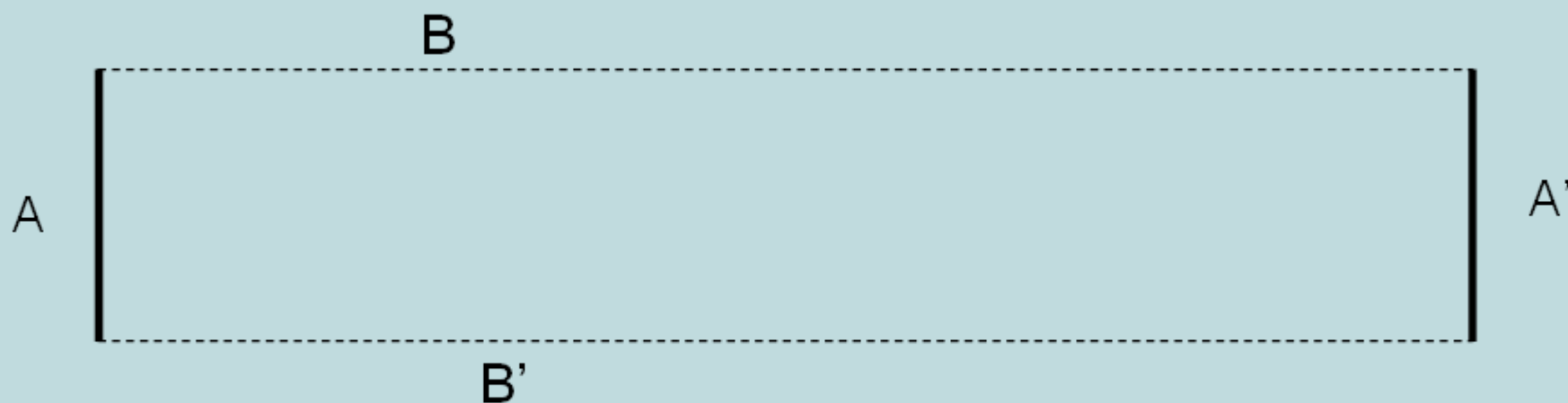
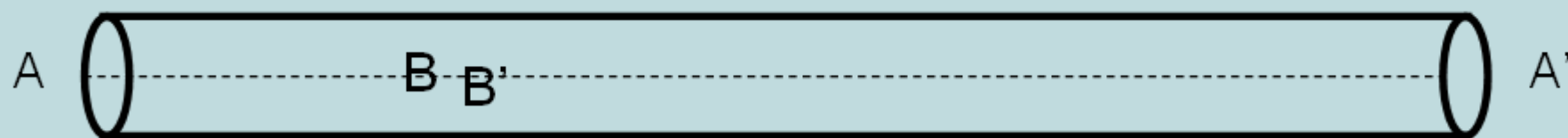
Qu'est-ce qu'une dimension compacte ?

Exemple: la surface d'un cylindre à deux dimensions



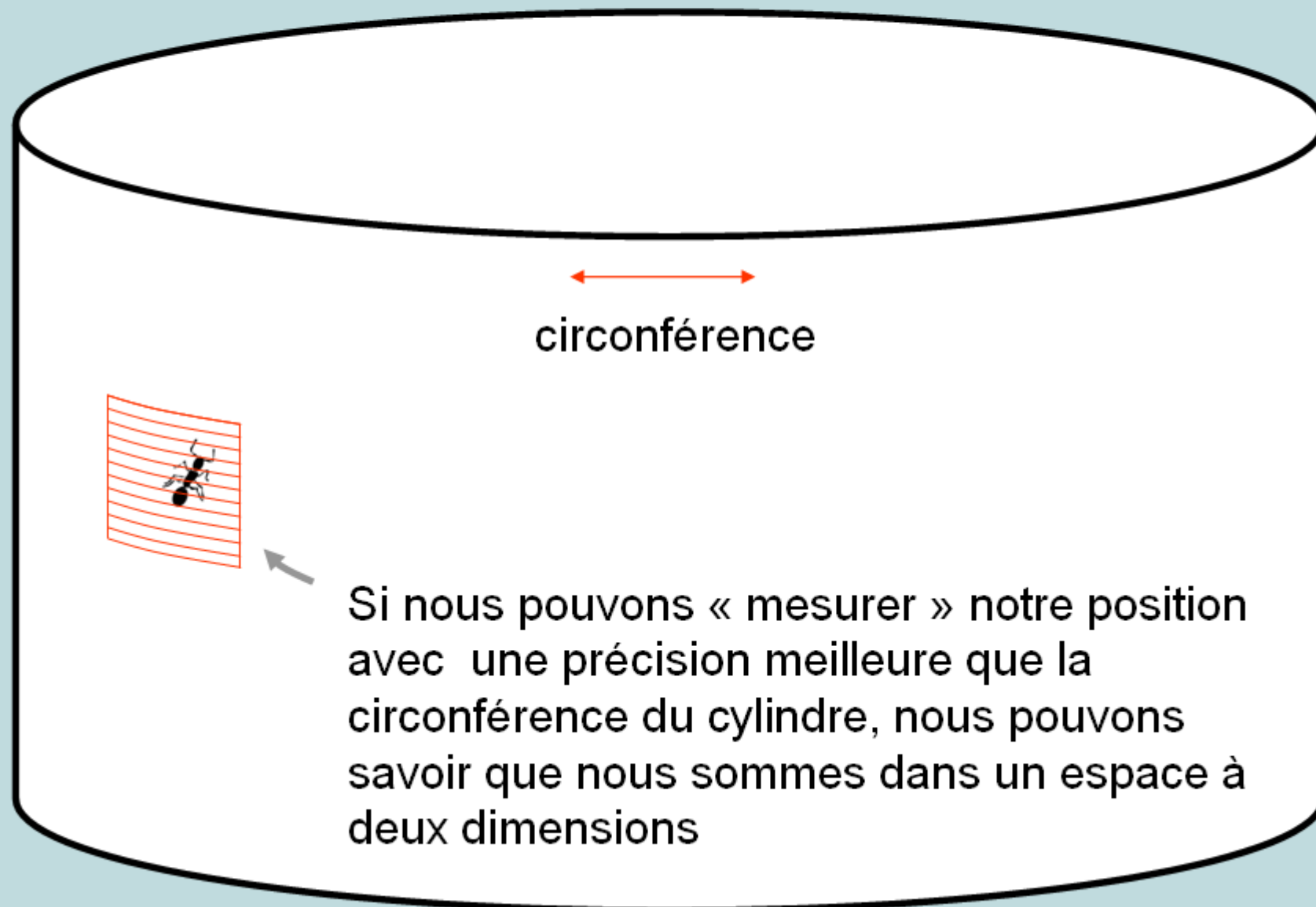
On peut en faire le tour ...

Une façon bien connue de fabriquer des dimensions compactes: faire des identifications dans des dimensions non compactes



Le mécanisme de Kaluza-Klein

Si nous vivions à la surface d'un cylindre (à deux dimensions):

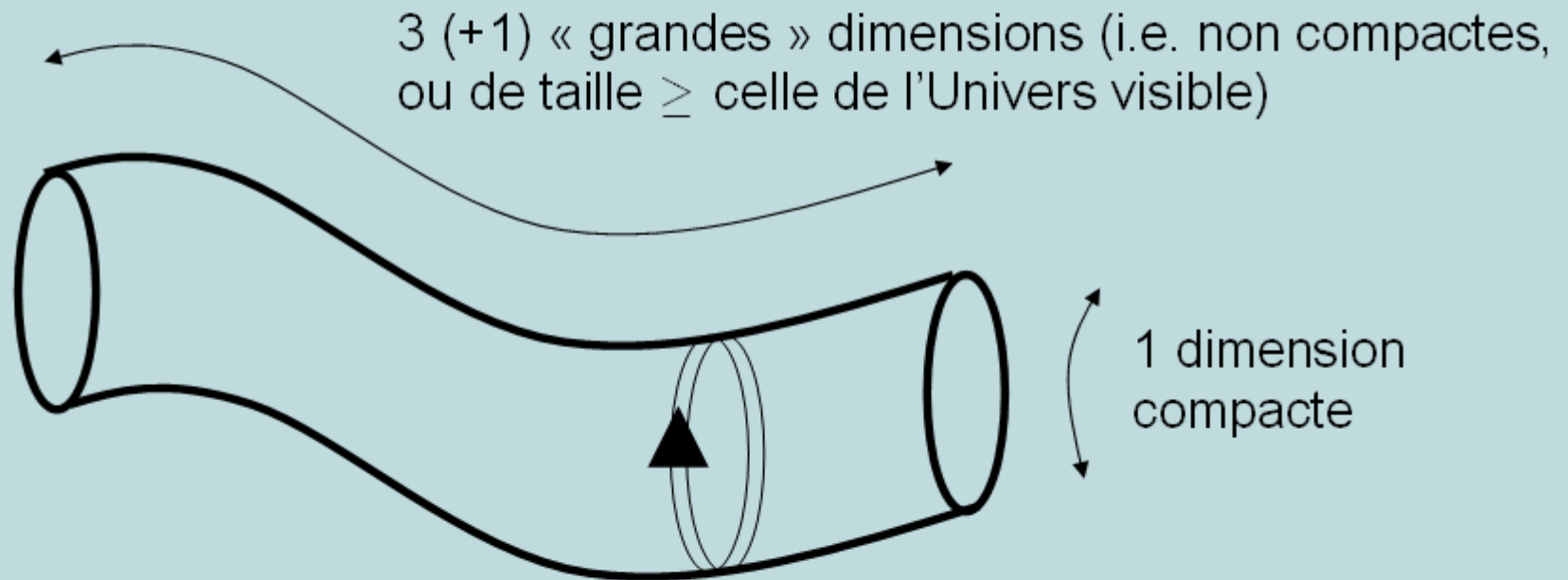


Sinon, nous avons l'impression de vivre dans un espace à une dimension



Plus précisément

Considérons un champ Φ vivant dans un espace à 4 dimensions spatiales (4+1 dimensions), telle que la quatrième dimension soit « compacte »



\Rightarrow Φ obéit à une équation de Poisson quadridimensionnelle (4+1 dimensions)

On s'intéresse donc à l'équation de Poisson suivante

$$\begin{aligned}\Delta\Phi(x, y, z, w) &\equiv \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial w^2} \\ &= 4\pi G_{(5)}\rho\end{aligned}$$

On s'intéresse donc à l'équation de Poisson suivante

$$\begin{aligned}\Delta\Phi(x, y, z, w) &\equiv \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial w^2} \\ &= 4\pi C_{(5)}\rho\end{aligned}$$

**Constante de Newton de
la théorie 5-dimensionnelle**

On s'intéresse donc à l'équation de Poisson suivante

$$\begin{aligned}\Delta\Phi(x, y, z, w) &\equiv \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial w^2} \\ &= 4\pi G_{(5)}\rho\end{aligned}$$

La dimension w étant compacte, on doit demander que Φ soit périodique suivant cette dimension, soit

$$\Phi(x, y, z, w + 2\pi R) = \Phi(x, y, z, w)$$

et on peut décomposer Φ en série de Fourier en écrivant

$$\Phi(x, y, z, w) = \sum_{k \text{ entier}} \Phi^{(k)}(x, y, z) e^{ikw/R}$$

On s'intéresse donc à l'équation de Poisson suivante

$$\Delta \Phi(x, y, z, w) \equiv \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial w^2} = 4\pi G_{(5)} \rho$$

La dimension w étant compacte, on doit demander que Φ soit périodique suivant cette dimension, soit

$$\Phi(x, y, z, w + 2\pi R) = \Phi(x, y, z, w)$$

et on peut décomposer Φ en série de Fourier en écrivant

$$\Phi(x, y, z, w) = \sum_{k \text{ entier}} \Phi^{(k)}(x, y, z) e^{ikw/R}$$

En mettant cette décomposition dans l'équation de Poisson ci-dessus, on s'aperçoit que chaque mode de Fourier $\Phi^{(k)}$ vérifie l'équation

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial z^2} - \frac{k^2 \Phi^{(k)}}{R^2} = 4\pi G_{(5)} \rho^{(k)}$$

qui est l'équation de Helmholtz modifiée pour un champ massif de longueur de Compton $\lambda_C^{(k)} = R/k = \hbar c^{-1}/m_k$ (avec k entier)

On s'intéresse donc à l'équation de Poisson suivante

$$\Delta \Phi(x, y, z, w) \equiv \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial w^2} = 4\pi G_{(5)} \rho$$

La dimension w étant compacte, on doit demander que Φ soit périodique suivant cette dimension, soit

$$\Phi(x, y, z, w + 2\pi R) = \Phi(x, y, z, w)$$

et on peut décomposer Φ en série de Fourier en écrivant

$$\Phi(x, y, z, w) = \sum_{k \text{ entier}} \Phi^{(k)}(x, y, z) e^{ikw/R}$$

En mettant cette décomposition dans l'équation de Poisson ci-dessus, on s'aperçoit que chaque mode de Fourier $\Phi^{(k)}$ vérifie l'équation

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial z^2} - \frac{k^2 \Phi^{(k)}}{R^2} = 4\pi G_{(5)} \rho^{(k)}$$

qui est l'équation de Helmholtz modifiée pour un champ massif de longueur de Compton $\lambda_C^{(k)} = R/k = \hbar c^{-1}/m_k$ (avec k entier)

On s'intéresse donc à l'équation de Poisson suivante

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial w^2} = 4\pi G_{(5)} \rho$$

Chacun des $\Phi^{(k)}$ peut être considéré comme un champ vivant dans un espace à 3+1 dimensions

On doit demander que Φ soit périodique suivant w :

$$\Phi(x, y, z, w + 2\pi R) = \Phi(x, y, z, w)$$

et on peut décomposer Φ en série de Fourier en écrivant

$$\Phi(x, y, z, w) = \sum_{k \text{ entier}} \Phi^{(k)}(x, y, z) e^{ikw/R}$$

En mettant cette décomposition dans l'équation de Poisson ci-dessus, on s'aperçoit que chaque mode de Fourier $\Phi^{(k)}$ vérifie l'équation

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial z^2} - \frac{k^2 \Phi^{(k)}}{R^2} = 4\pi G_{(5)} \rho^{(k)}$$

qui est l'équation de Helmholtz modifiée pour un champ massif de longueur de Compton $\lambda_C^{(k)} = R/k = \hbar c^{-1}/m_k$ (avec k entier)

Conclusion :

Un champ dans un espace à 4+1 dimensions est vu comme une collection infinie de champs massifs vivant dans un espace à 3+1 dimensions (on parle de tour de modes de Kaluza-Klein):

⋮ masse,
énergie

$$\underline{m_4 = 4 \hbar c^{-1} / R}$$

$$\underline{m_3 = 3 \hbar c^{-1} / R}$$

$$\underline{m_2 = 2 \hbar c^{-1} / R}$$

$$\underline{m_1 = \hbar c^{-1} / R}$$

$$\underline{m_0 = 0}$$

Conclusion :

Un champ dans un espace à 4+1 dimensions est vu comme une collection infinie de champs massifs vivant dans un espace à 3+1 dimensions (on parle de tour de modes de Kaluza-Klein):

Des expériences faites à des énergies très inférieures à m_1 ne "voient" que le mode de masse nulle:

Soit un seul champ vivant dans un espace à 3+1 dimensions: la dimension supplémentaire compacte est invisible à basse énergie!

⋮ masse,
énergie

$$\underline{m_4 = 4 \hbar c^{-1} / R}$$

$$\underline{m_3 = 3 \hbar c^{-1} / R}$$

$$\underline{m_2 = 2 \hbar c^{-1} / R}$$

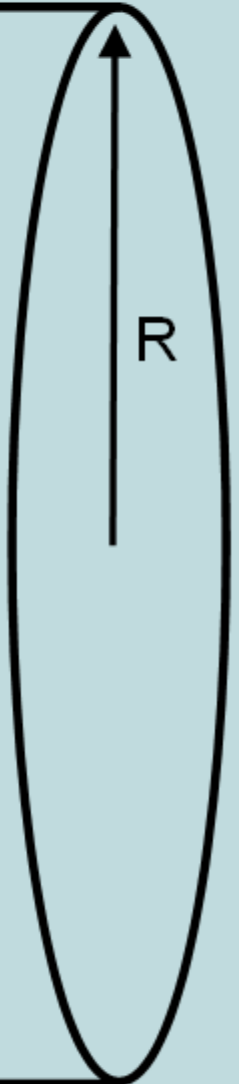
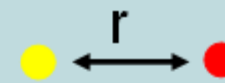
$$\underline{m_1 = \hbar c^{-1} / R}$$

$$\underline{m_0 = 0}$$

Cela vaut aussi pour la gravitation

Deux masses tests séparées d'une distance $r \ll R$
Interagissent suivant la loi de Newton 4 + 1 dimensionnelle:

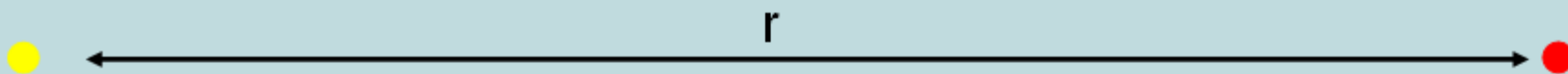
$$V(r) \propto \frac{G_{(5)} M_{\bullet} M_{\bullet}}{r^2}$$



Cela vaut aussi pour la gravitation

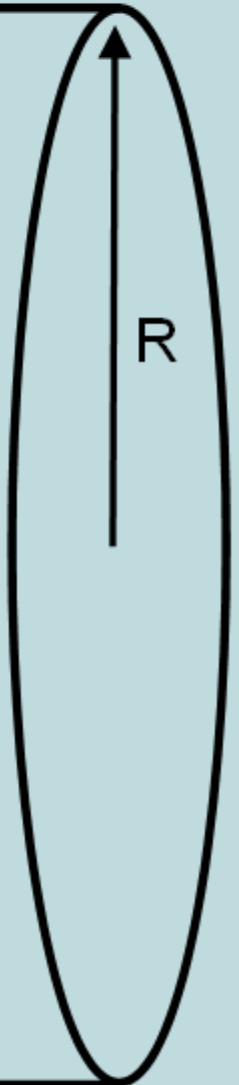
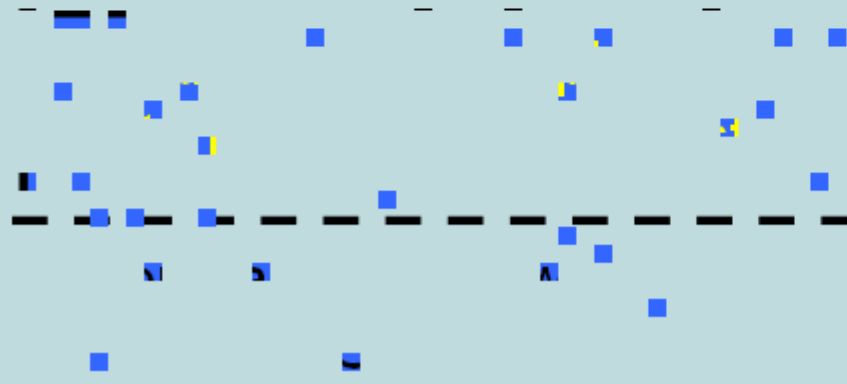
Deux masses tests séparées d'une distance $r \ll R$
Interagissent suivant la loi de Newton 4 + 1 dimensionnelle:

$$V(r) \propto \frac{G_{(5)} M_{\bullet} M_{\bullet}}{r^2}$$



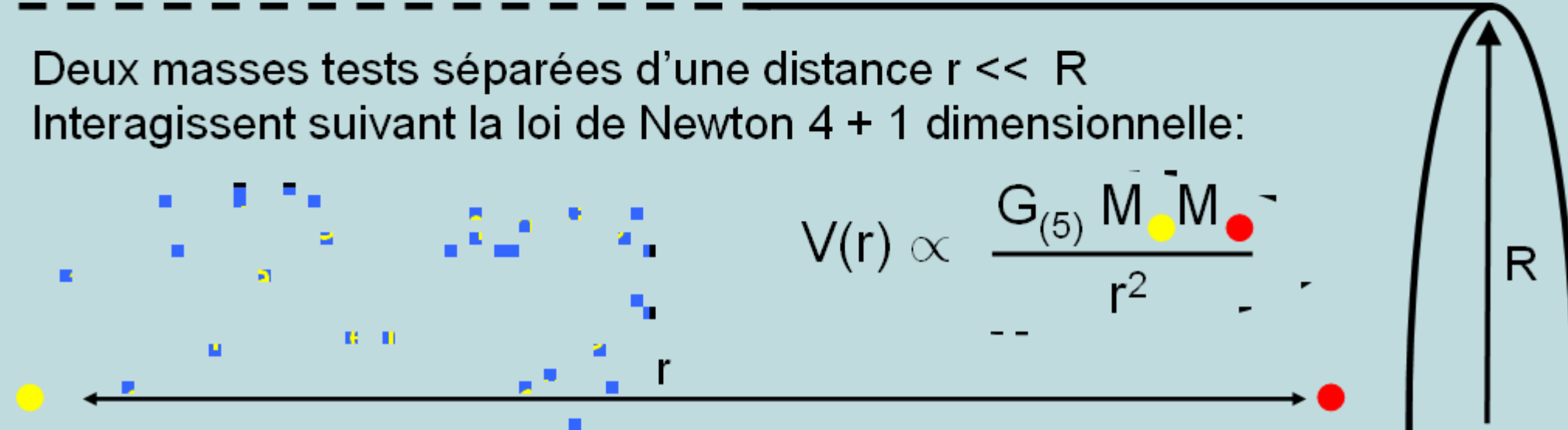
Les mêmes masses séparées
d'une distance $r \gg R$
interagissent suivant la loi de
Newton usuelle:

$$V(r) \propto \frac{G_{(5)} M_{\bullet} M_{\bullet}}{R} \frac{1}{r}$$

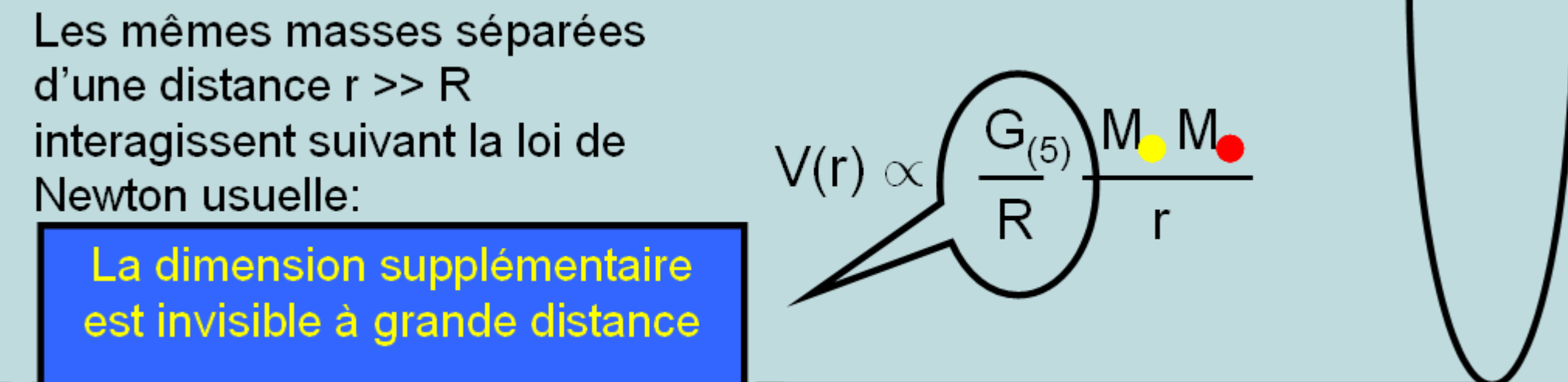


Cela vaut aussi pour la gravitation

Deux masses tests séparées d'une distance $r \ll R$
Interagissent suivant la loi de Newton 4 + 1 dimensionnelle:

$$V(r) \propto \frac{G_{(5)} M_{\text{yellow}} M_{\text{red}}}{r^2}$$


Les mêmes masses séparées
d'une distance $r \gg R$
interagissent suivant la loi de
Newton usuelle:

$$V(r) \propto \frac{G_{(5)} M_{\text{yellow}} M_{\text{red}}}{R} \frac{1}{r}$$


La dimension supplémentaire
est invisible à grande distance

Constante de Newton usuelle:

$$G_N = G_{(5)}/R$$

Cela vaut aussi pour la gravitation

Deux masses tests séparées d'une distance $r \ll R$
Interagissent suivant la loi de Newton 4 + 1 dimensionnelle:

La dimension supplémentaire apparaît à petite distance sous forme d'une modification de la force gravitationnelle.

$$V(r) \propto \frac{G_{(5)} M_{\text{yellow}} M_{\text{red}}}{r^2}$$

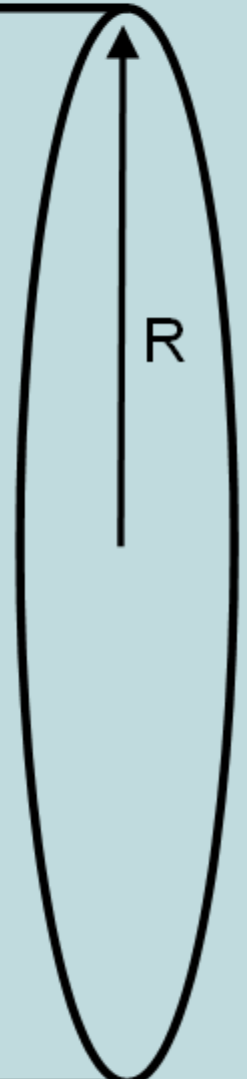
Les mêmes masses séparées d'une distance $r \gg R$
interagissent suivant la loi de Newton usuelle:

$$V(r) \propto \frac{G_{(5)} M_{\text{yellow}} M_{\text{red}}}{R r}$$

La dimension supplémentaire est invisible à grande distance

Constante de Newton usuelle:

$$G_N = G_{(5)}/R$$



Ou en termes de modes de Kaluza-Klein du graviton

Le même raisonnement vaut pour le graviton:



Petite perturbation au voisinage du cylindre de référence: "graviton"

avec
$$g_{\mu\nu}(x^\mu, y) = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(x^\mu, y)$$

Métrie décrivant l'espace-temps à 4+1 dimensions

Métrie plate décrivant le cylindre de référence

Ou en termes de modes de Kaluza-Klein du graviton

Le même raisonnement vaut pour le graviton:



Petite perturbation au voisinage du cylindre de référence: "graviton"

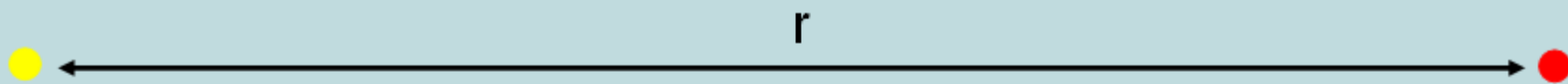
avec $g_{\mu\nu}(x^\mu, y) = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(x^\mu, y)$

Métrie décrivant l'espace-temps à 4+1 dimensions

Métrie plate décrivant le cylindre de référence

Décomposé en série de Fourier:

- un graviton de masse nulle
- une tour de gravitons massifs de "Kaluza-Klein"



Qui permet de calculer le potentiel
entre deux masses ponctuelles

Contribution de chaque mode de
Kaluza-Klein de masse $m_k \propto k/R$

$$V(r) \propto \sum_{k=0}^{k=+\infty} G_N \frac{M_{\bullet} M_{\bullet}}{r} e^{-m_k r}$$



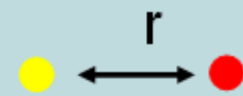
Qui permet de calculer le potentiel entre deux masses ponctuelles

Contribution de chaque mode de Kaluza-Klein de masse $m_k \propto k/R$

$$V(r) \propto \sum_{k=0}^{k=+\infty} G_N \frac{M_{\bullet} M_{\bullet}}{r} e^{-m_k r}$$

- Si $r \gg R$: seul le mode de masse nulle contribue

$$V(r) \propto G_N \frac{M_{\bullet} M_{\bullet}}{r}$$



Qui permet de calculer le potentiel entre deux masses ponctuelles

Contribution de chaque mode de Kaluza-Klein de masse $m_k \propto k/R$

$$V(r) \propto \sum_{k=0}^{k=+\infty} G_N \frac{M_{\bullet} M_{\bullet}}{r} e^{-m_k r}$$

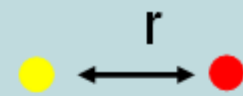
- Si $r \gg R$: seul le mode de masse nulle contribue

$$V(r) \propto G_N \frac{M_{\bullet} M_{\bullet}}{r}$$

- Si $r \ll R$: les modes qui contribuent à cette somme sont ceux tels que $m_k r \ll 1$ soit $k \ll R / r$



$$V(r) \propto \frac{R}{r} G_N \frac{M_{\bullet} M_{\bullet}}{r}$$



Qui permet de calculer le potentiel entre deux masses ponctuelles

Contribution de chaque mode de Kaluza-Klein de masse $m_k \propto k/R$

$$V(r) \propto \sum_{k=0}^{k=+\infty} G_N \frac{M_{\bullet} M_{\bullet}}{r} e^{-m_k r}$$

- Si $r \gg R$: seul le mode de masse nulle contribue

$$V(r) \propto G_N \frac{M_{\bullet} M_{\bullet}}{r}$$

- Si $r \ll R$: les modes qui contribuent à cette somme sont ceux tels que $m_k r \ll 1$ soit $k \ll R / r$

Potentiel en $1/r^2$

$$V(r) \propto \frac{R}{r} G_N \frac{M_{\bullet} M_{\bullet}}{r}$$

$$G_{(5)} = R G_N$$

Se généralise à n dimensions supplémentaires

$$G_{(4+n)} \propto R_{(n)}^n G_N$$

Constante de
Newton de la
théorie à 4+n
dimensions

Rayon des n
dimensions
supplémentaires

Se généralise à n dimensions supplémentaires

$$G_{(4+n)} \propto R_{(n)}^n G_N$$

Constante de Newton de la théorie à 4+n dimensions

Rayon des n dimensions supplémentaires

Qui se réécrit

$$M_P^2 \propto R_{(n)}^n M_{(4+n)}^{2+n}$$

Masse de Planck de la théorie à 4+n dimensions

Définie comme $M_{(4+n)}^{-2-n} \propto G_{(4+n)}$

Donc le mécanisme de Kaluza-Klein permet l'existence de dimensions d'espace-temps supplémentaires invisibles accessibles à un champ Φ si:

Donc le mécanisme de Kaluza-Klein permet l'existence de dimensions d'espace-temps supplémentaires invisibles accessibles à un champ Φ si:

1/ Ces dimensions sont "compactes"

Donc le mécanisme de Kaluza-Klein permet l'existence de dimensions d'espace-temps supplémentaires invisibles accessibles à un champ Φ si:

1/ Ces dimensions sont "compactes"

2/ Leur taille est \lll à l'échelle de distance la plus petite à laquelle on a testé expérimentalement la théorie du champ Φ

Donc le mécanisme de Kaluza-Klein permet l'existence de dimensions d'espace-temps supplémentaires invisibles accessibles à un champ Φ si:

1/ Ces dimensions sont "compactes"

2/ Leur taille est \ll à l'échelle de distance la plus petite à laquelle on a testé expérimentalement la théorie du champ Φ



Pour le modèle standard de la physique des particules:

$$R < (\text{TeV})^{-1} \sim 10^{-18} \text{m}$$

Energie maximum accessible dans les accélérateurs de particules

Donc le mécanisme de Kaluza-Klein permet l'existence de dimensions d'espace-temps supplémentaires invisibles accessibles à un champ Φ si:

1/ Ces dimensions sont "compactes"

2/ Leur taille est \ll à l'échelle de distance la plus petite à laquelle on a testé expérimentalement la théorie du champ Φ



Pour le modèle standard de la physique des particules:

$$R < (\text{TeV})^{-1} \sim 10^{-18} \text{m}$$



Pour la gravitation:

$$R < 10^{-4} \text{m}$$

Distance minimum à laquelle on a testé la force gravitationnelle

Donc le mécanisme de Kaluza-Klein permet l'existence de dimensions d'espace-temps supplémentaires invisibles accessibles à un champ Φ si:

1/ Ces dimensions sont "compactes"

2/ Leur taille est \ll à l'échelle de distance la plus petite à laquelle on a testé expérimentalement la théorie du champ Φ



Pour le modèle standard de la physique des particules:

$$R < (\text{TeV})^{-1} \sim 10^{-18} \text{m}$$



Pour la gravitation:

$$R < 10^{-4} \text{m}$$



Pour le modèle standard de la physique des particules:

$$R < (\text{TeV})^{-1} \sim 10^{-18} \text{m}$$



Pour la gravitation:

$$R < 10^{-4} \text{m}$$

Différence (“hiérarchie”)
expérimentale très
importante



Pour le modèle standard de la physique des particules:

$$R < (\text{TeV})^{-1} \sim 10^{-18} \text{m}$$



Pour la gravitation:

$$R < 10^{-4} \text{m}$$

} Différence (“hiérarchie”) expérimentale très importante

Autre “hiérarchie” très importante (“hiérarchie de jauge”) :



Échelle caractéristique de la gravité quantique

$$M_{Planck} \sim 10^{19} \text{ GeV}$$



Échelle de brisure électrofaible

$$M_{EW} \sim 10^3 \text{ GeV}$$

Echelles d'énergies en physique des hautes énergies

Modèle
standard
de la
physique
des
particules

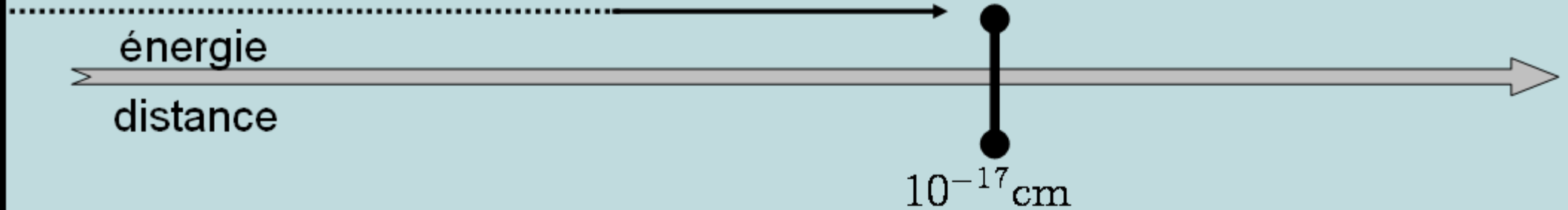
Echelle de brisure
électrofaible

TeV

10^{-17} cm

énergie

distance



Echelles d'énergies en physique des hautes énergies

Modèle standard de la physique des particules

Echelle de brisure électrofaible

Grande unification?

TeV

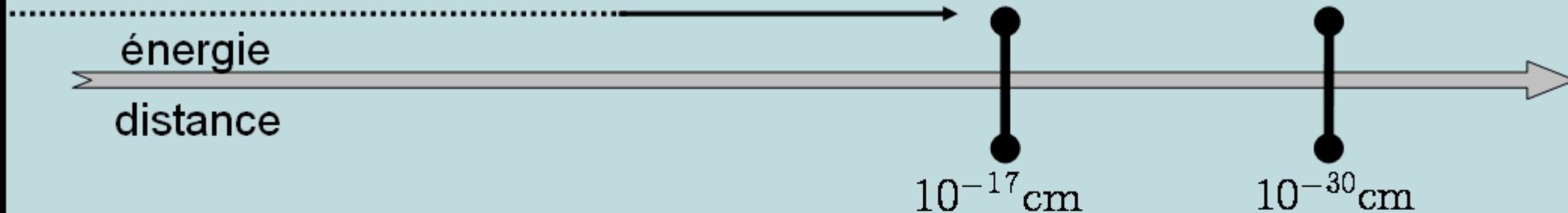
10^{16} GeV

énergie

distance

10^{-17} cm

10^{-30} cm



Echelles d'énergies en physique des hautes énergies

Modèle standard de la physique des particules

Echelle de brisure électrofaible

Grande unification?

Energie de Planck:
gravité quantique?

TeV

10^{16} GeV 10^{19} GeV

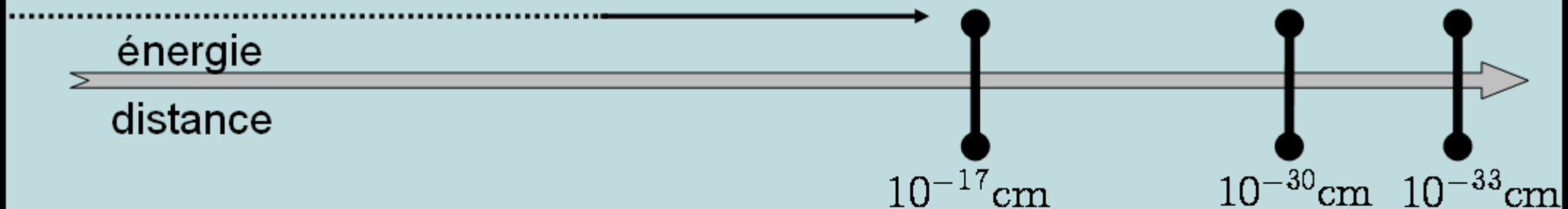
énergie

distance

10^{-17} cm

10^{-30} cm

10^{-33} cm



Echelles d'énergies en physique des hautes énergies

Modèle standard de la physique des particules

Echelle de brisure électrofaible

Grande unification?

Energie de Planck:
gravité quantique?

TeV

10^{16} GeV 10^{19} GeV

énergie

distance

10^{-17} cm

10^{-30} cm

10^{-33} cm

Tension des cordes élémentaires? Taille des dimensions supplémentaires?

Echelles d'énergies en physique des hautes énergies

Modèle standard de la physique des particules

Echelle de brisure électrofaible

Grande unification?

Energie de Planck:
gravité quantique?

TeV

10^{16} GeV 10^{19} GeV

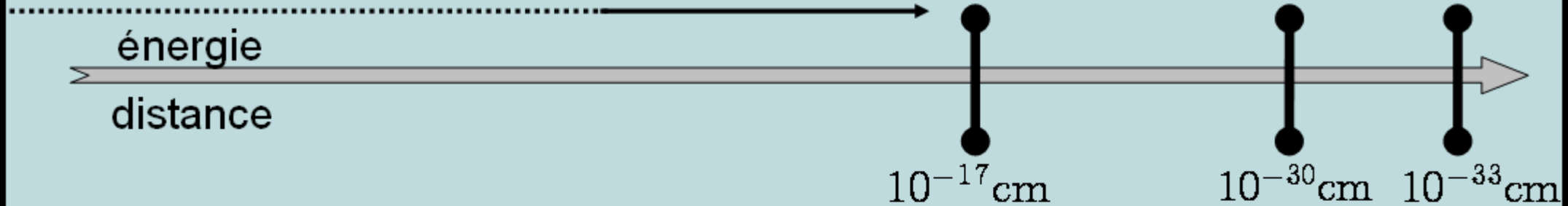
énergie

distance

10^{-17} cm

10^{-30} cm

10^{-33} cm



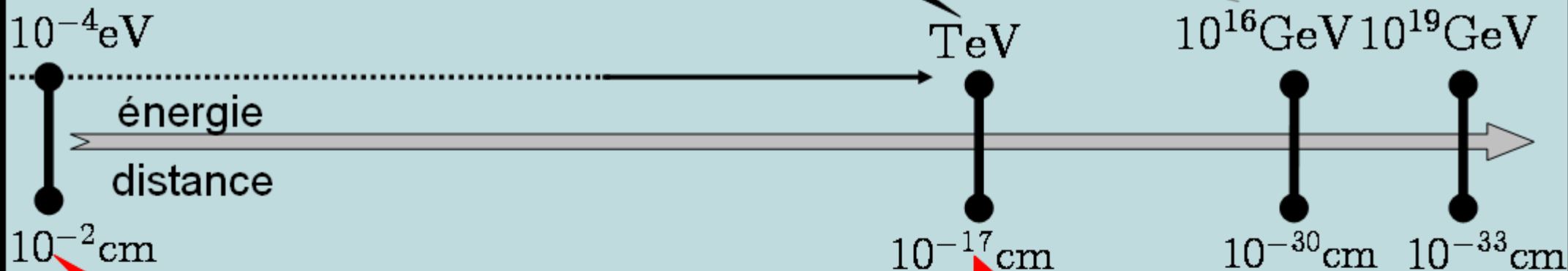
Echelles d'énergies en physique des hautes énergies

Modèle standard de la physique des particules

Echelle de brisure électrofaible

Grande unification?

Energie de Planck:
gravité quantique?

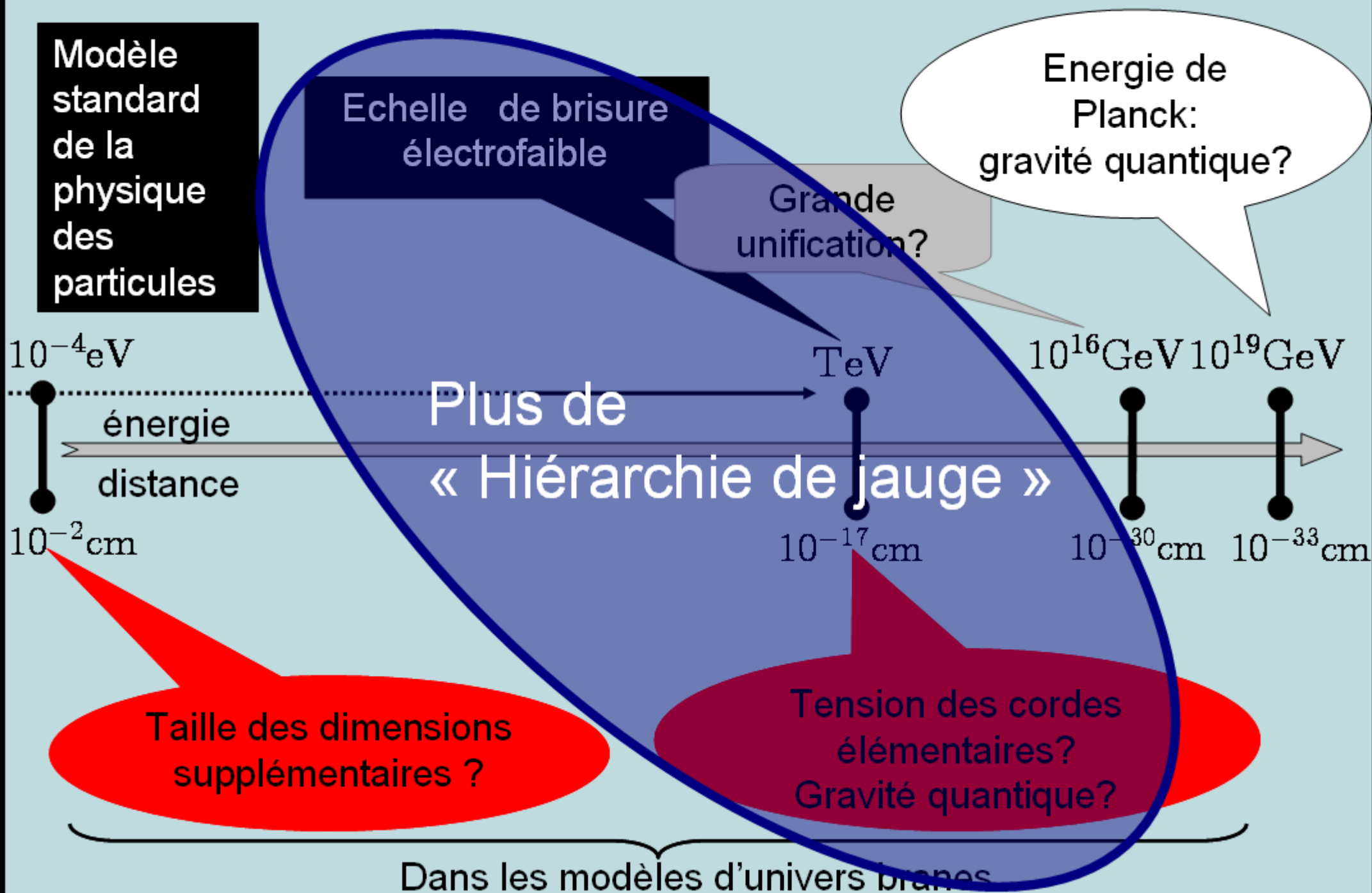


Taille des dimensions supplémentaires ?

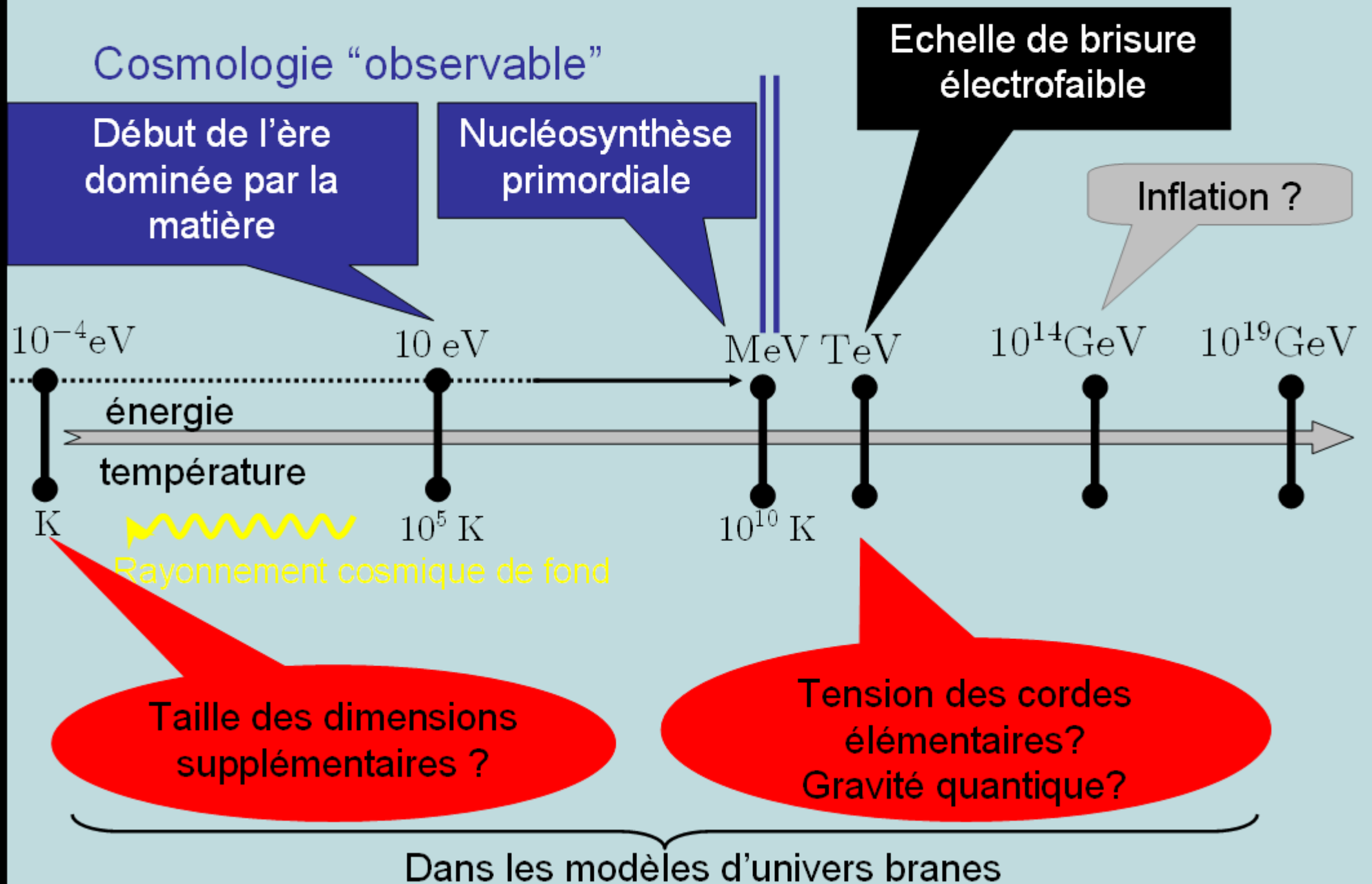
Tension des cordes élémentaires?
Gravité quantique?

Dans les modèles d'univers branes

Echelles d'énergies en physique des hautes énergies

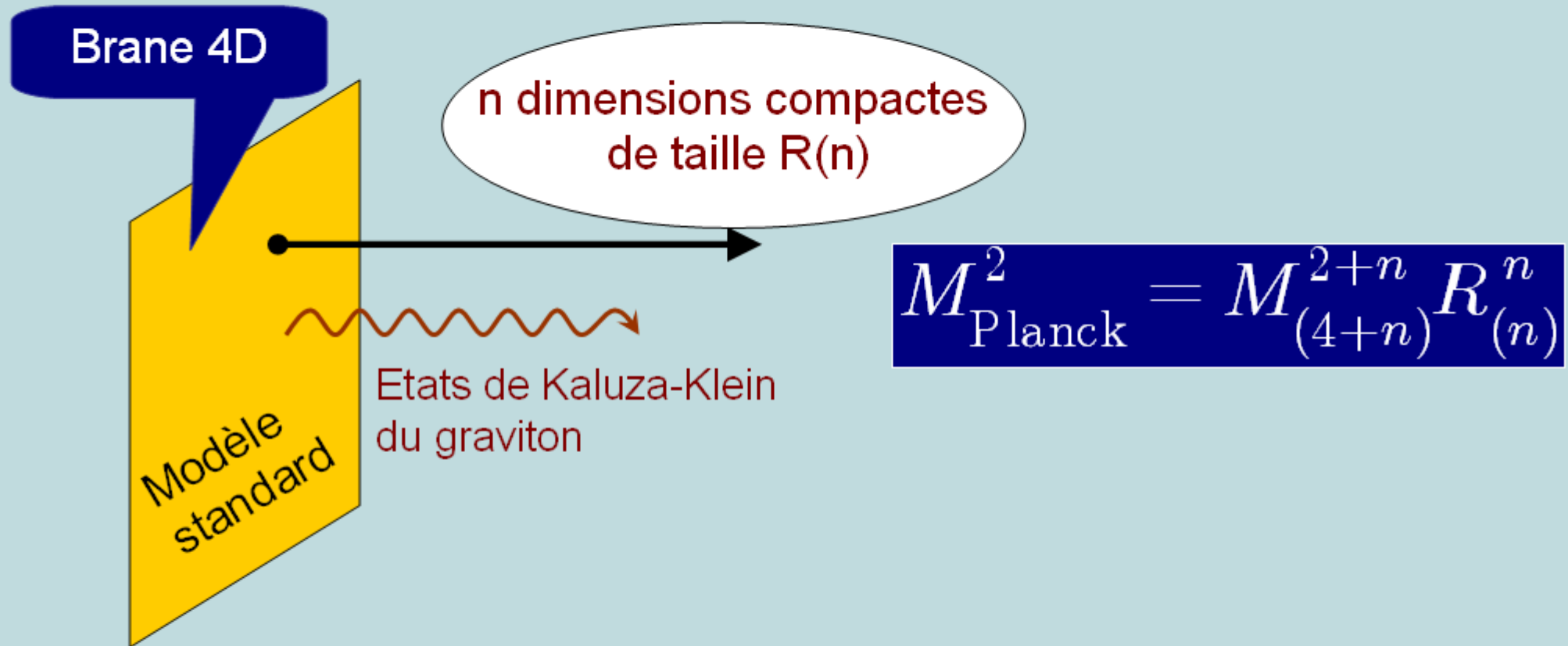


Echelles d'énergies en cosmologie



Quelques valeurs numériques

Modèles de Arkani-Hamed, Dimopoulos, Dvali (1998)

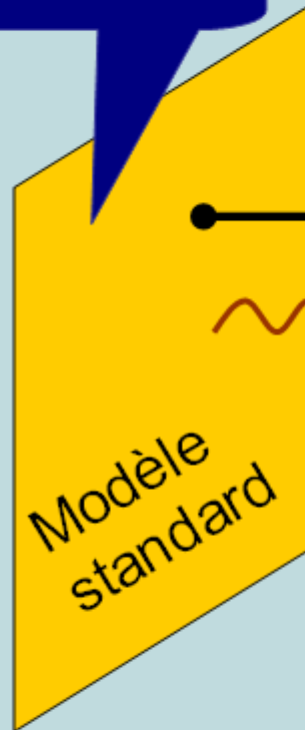


Quelques valeurs numériques

Modèles de Arkani-Hamed, Dimopoulos, Dvali (1998)

Brane 4D

n dimensions compactes
de taille $R(n)$



Etats de Kaluza-Klein
du graviton

$$M_{\text{Planck}}^2 = M_{(4+n)}^{2+n} R_{(n)}^n$$

si $M_{(4+n)} \sim \text{TeV}$

- $R_{(1)} \sim 10^{13} \text{cm}$

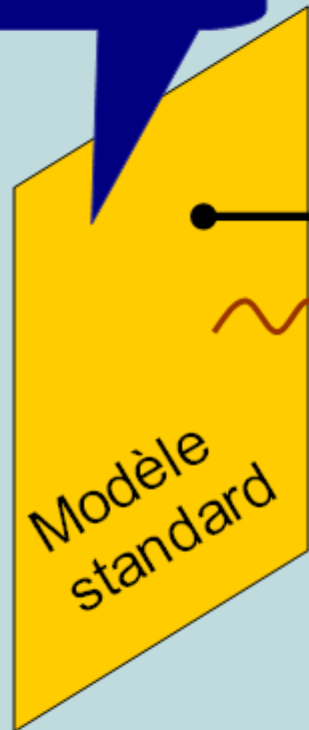
- $R_{(2)} \sim 10^{-2} \text{cm} \Rightarrow m_{KK} \sim 10^{-12} \text{GeV}$

- $R_{(3)} \sim 10^{-7} \text{cm} \Rightarrow m_{KK} \sim 10^{-7} \text{GeV}$

Quelques valeurs numériques

Modèles de Arkani-Hamed, Dimopoulos, Dvali (1998)

Brane 4D



n dimensions compactes
de taille $R(n)$

$$M_{\text{Planck}}^2 = M_{(4+n)}^{2+n} R_{(n)}^n$$

Etats de Kaluza-Klein
du graviton

si $M_{(4+n)} \sim \text{TeV}$

- $R_{(1)} \sim 10^{13} \text{cm}$

- $R_{(2)} \sim 10^{-2} \text{cm} \Rightarrow m_{KK} \sim 10^{-12} \text{GeV}$

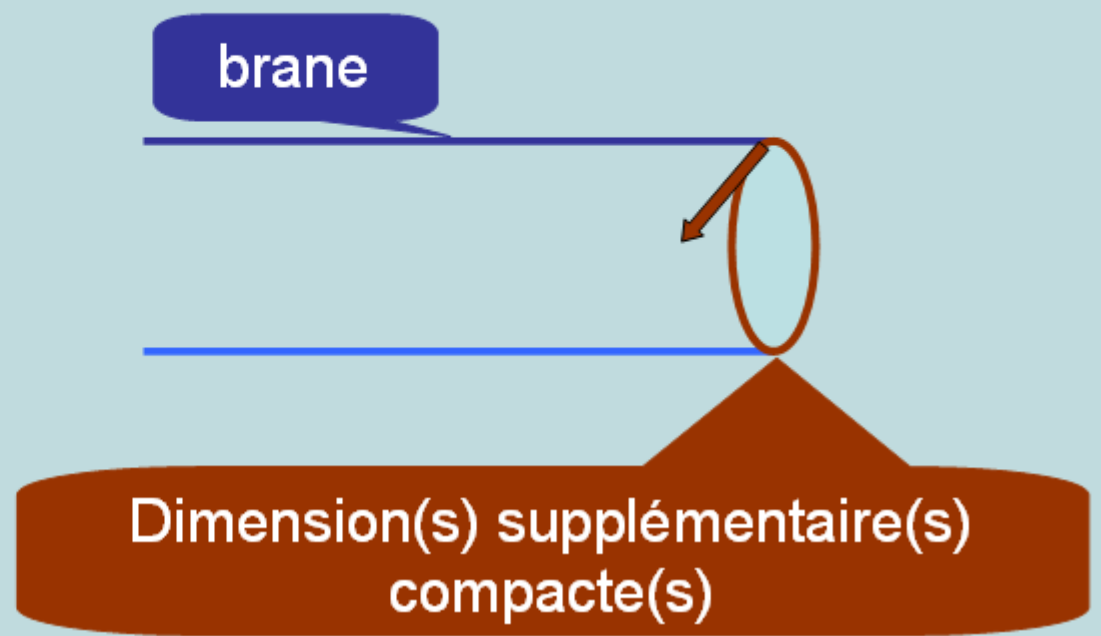
- $R_{(3)} \sim 10^{-7} \text{cm} \Rightarrow m_{KK} \sim 10^{-7} \text{GeV}$

Modification de la gravitation à
des distances macroscopiques?

Accessible dans les
processus énergétiques?

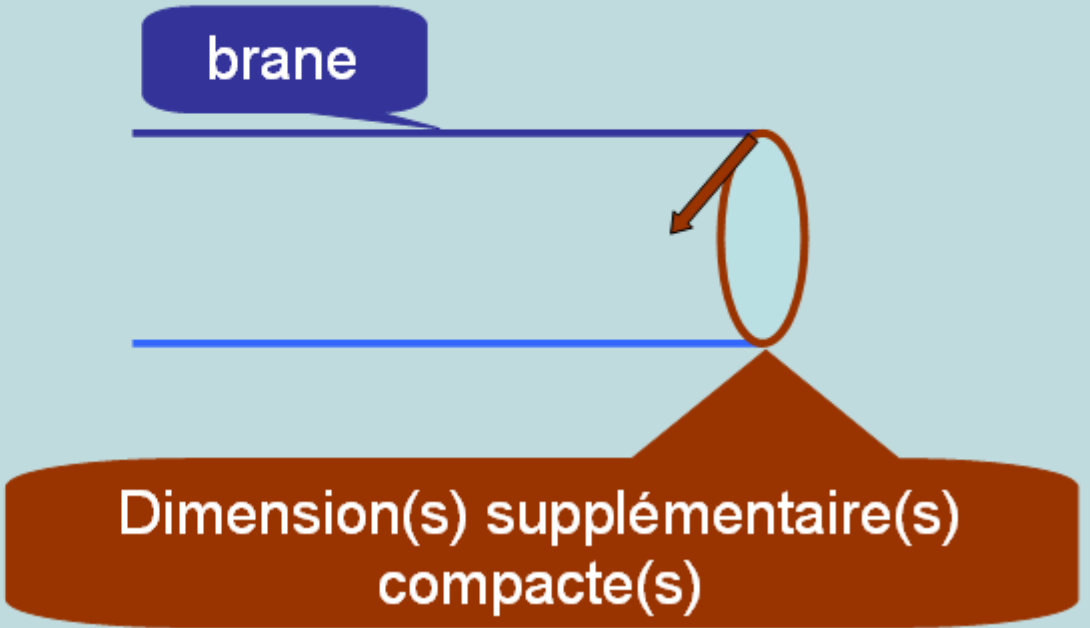
Dimensions
supplémentaires
compactes

Arkani-Hamed &
Dimopoulos & Dvali (1998)



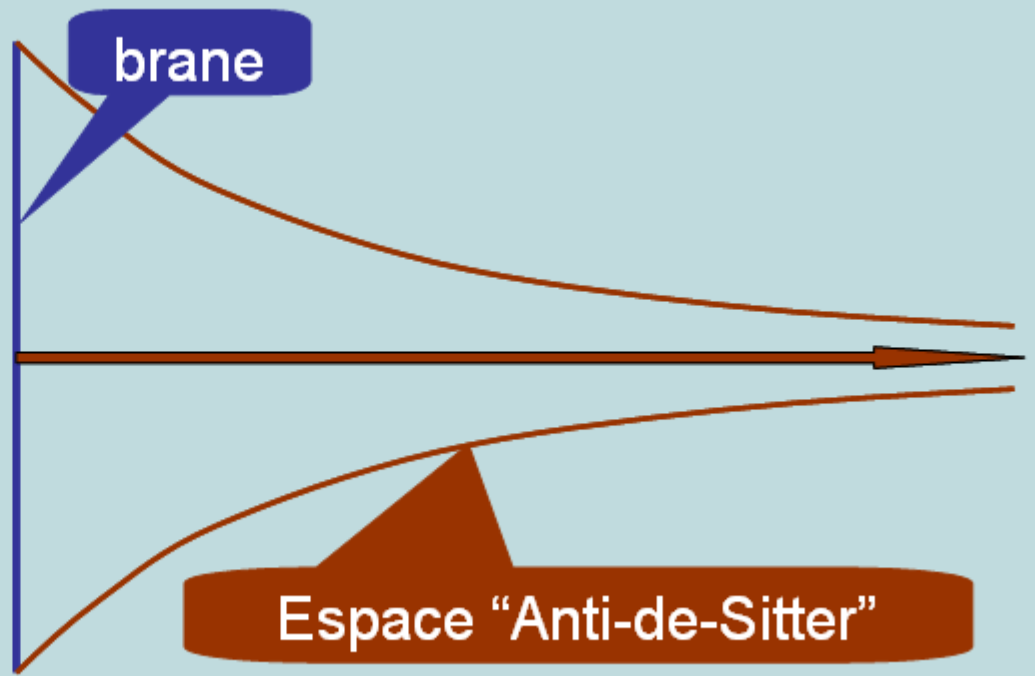
Dimensions supplémentaires compactes

Arkani-Hamed & Dimopoulos & Dvali (1998)



Dimension supplémentaire "voilée"

Randall & Sundrum (1999)



**Dimensions
supplémentaires
compactes**

Arkani-Hamed &
Dimopoulos & Dvali

**Dimension
supplémentaire
voilée**

Randall & Sundrum

Dimensions
supplémentaires
compactes

Arkani-Hamed &
Dimopoulos & Dvali

Dimension
supplémentaire
voilée

Randall & Sundrum

Théorie des cordes, théorie M

Théories effective
basse énergie
de certaines théories
de cordes.

(ADD & Antoniadis)

Cordes avec basse
“échelle
fondamentale”:
nouvelle
phénoménologie des
théorie de cordes

**Dimensions
supplémentaires
compactes**

Arkani-Hamed &
Dimopoulos & Dvali

**Dimension
supplémentaire
voilée**

Randall & Sundrum

Théorie des cordes, théorie M

Théories effective
basse énergie
de certaines théories
de cordes.

(ADD & Antoniadis)

Cordes avec basse
“échelle
fondamentale”:
nouvelle
phénoménologie des
théorie de cordes

**Dimensions
supplémentaires
compactes**

Arkani-Hamed &
Dimopoulos & Dvali

**Dimension
supplémentaire
voilée**

Randall & Sundrum

Relié à la
“correspondance
AdS-CFT”

Théorie des cordes, théorie M

Théories effective
basse énergie
de certaines théories
de cordes.

(ADD & Antoniadis)

Cordes avec basse
“échelle
fondamentale”:
nouvelle
phénoménologie des
théorie de cordes

Dimensions
supplémentaires
compactes

Arkani-Hamed &
Dimopoulos & Dvali

Approches non “cordistes”:
physique au-delà du
modèle standard:
une nouvelle façon
d’aborder certains
problèmes
(“hiérarchie de jauge”)

Dimension
supplémentaire
voilée

Randall & Sundrum

Relié à la
“correspondance
AdS-CFT”

Théorie des cordes, théorie M

Théories effective
basse énergie
de certaines théories
de cordes.

(ADD & Antoniadis)

Cordes avec basse
"échelle
fondamentale":
nouvelle
phénoménologie des
théorie de cordes

Dimensions
supplémentaires
compactes

Arkani-Hamed &
Dimopoulos & Dvali

Approches non "cordistes":
physique au-delà du
modèle standard:
une nouvelle façon
d'aborder certains
problèmes
("hiérarchie de jauge")

Une alternative à la
compactification

Dimension
supplémentaire
voilée

Randall & Sundrum

Relié à la
"correspondance
AdS-CFT"

Théorie des cordes, théorie M

Théories effective
basse énergie
de certaines théories
de cordes.
(ADD & Antoniadis)

Cordes avec basse
"échelle
fondamentale":
nouvelle
phénoménologie des
théorie de cordes

Relié à la
"correspondance
AdS-CFT"

Dimensions
supplémentaires
compactes

Arkani-Hamed &
Dimopoulos & Dvali

Approches non "cordistes":
physique au-delà du
modèle standard:
une nouvelle façon
d'aborder certains
problèmes
("hiérarchie de jauge")

Une alternative à la
compactification

Dimension
supplémentaire
voilée

Randall & Sundrum

Modèle jouet pour
étudier certaines
caractéristiques
"branaires"

**Dimensions
supplémentaires
compactes**

Arkani-Hamed &
Dimopoulos & Dvali

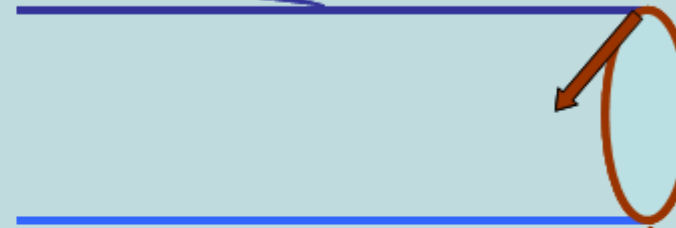
**Dimension
supplémentaire
voilée**

Randall & Sundrum

Dimensions
supplémentaires
compactes

Arkani-Hamed &
Dimopoulos & Dvali

brane

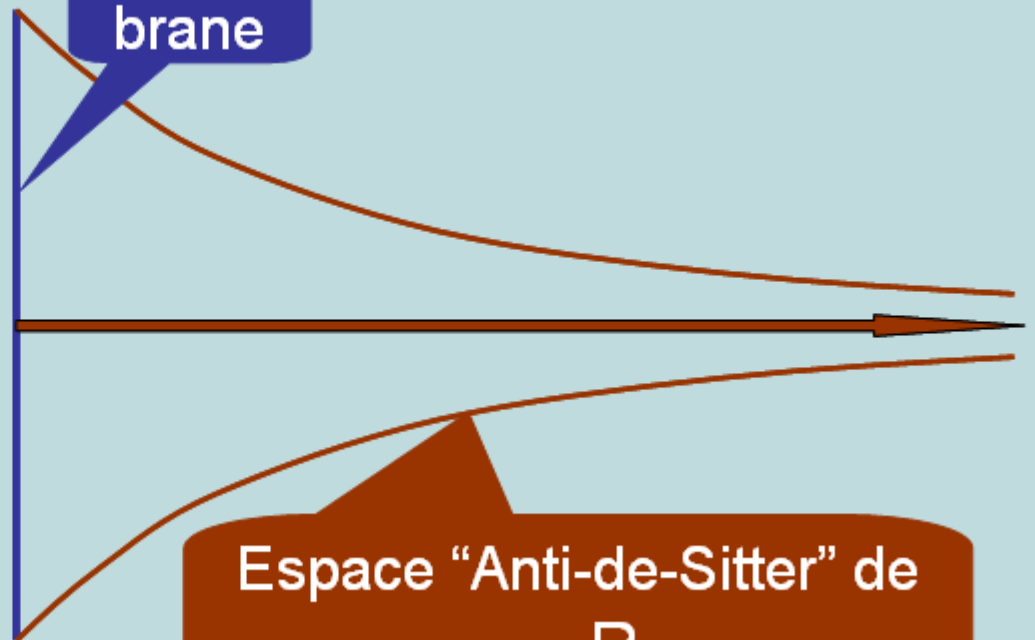


Dimension(s) supplémentaire(s)
compacte(s) de rayon $R_{(n)}$

Dimension
supplémentaire
voilée

Randall & Sundrum

brane



Espace "Anti-de-Sitter" de
rayon R_{AdS}

brane

Dimensions

Dans les deux cas: gravité standard
supplémentaires compactes

si $r \gg R_{(n)}$ ou R_{AdS}
en raison de la géométrie du "bulk"

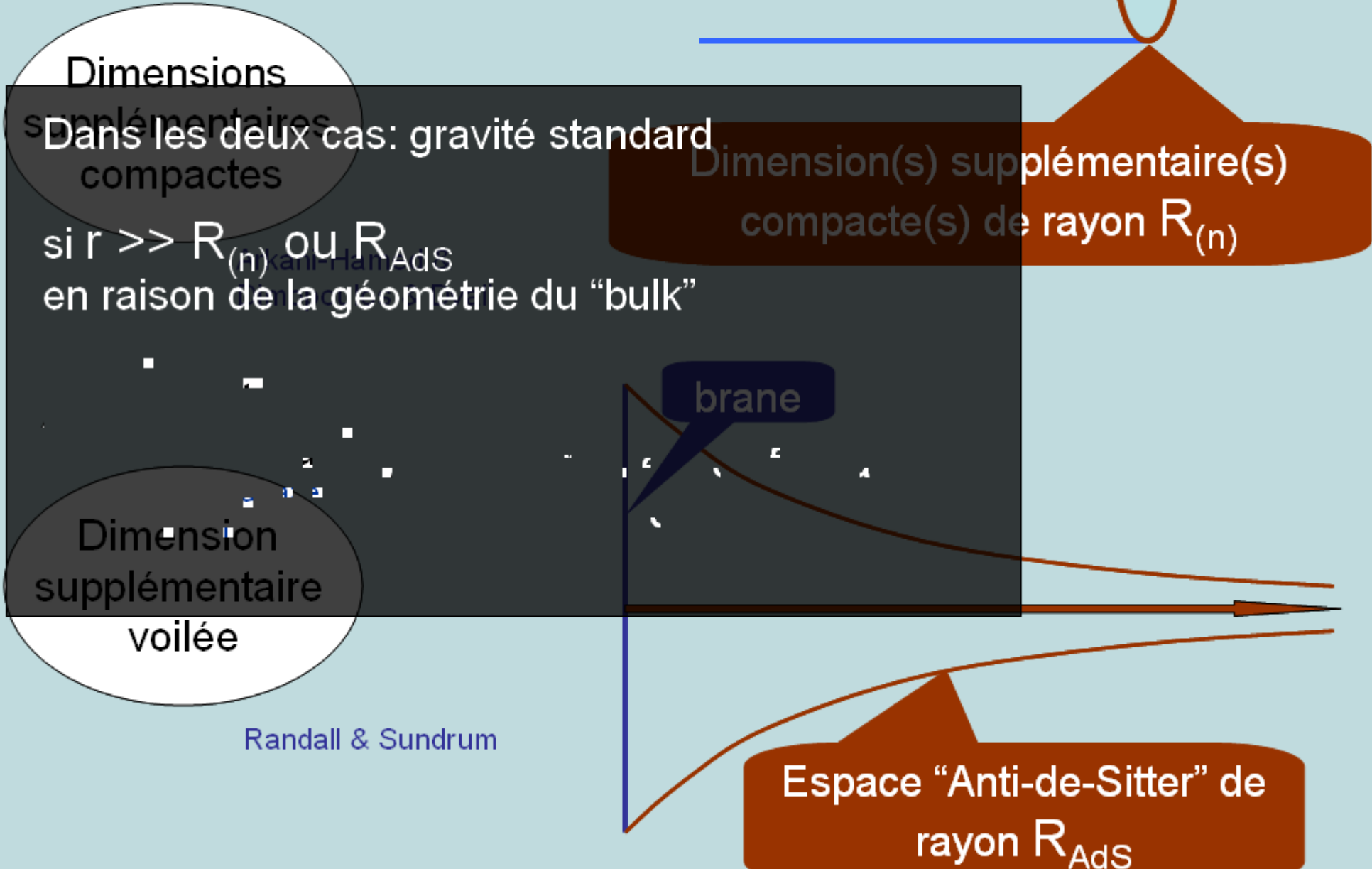
Dimension(s) supplémentaire(s)
compacte(s) de rayon $R_{(n)}$

Dimension
supplémentaire
voilée

brane

Randall & Sundrum

Espace "Anti-de-Sitter" de
rayon R_{AdS}



brane

Dimensions

Dans les deux cas: gravité standard
supplémentaires
compactes

si $r \gg R_{(n)}$ ou R_{AdS}
en raison de la géométrie du "bulk"

Dimension(s) supplémentaire(s)
compacte(s) de rayon $R_{(n)}$

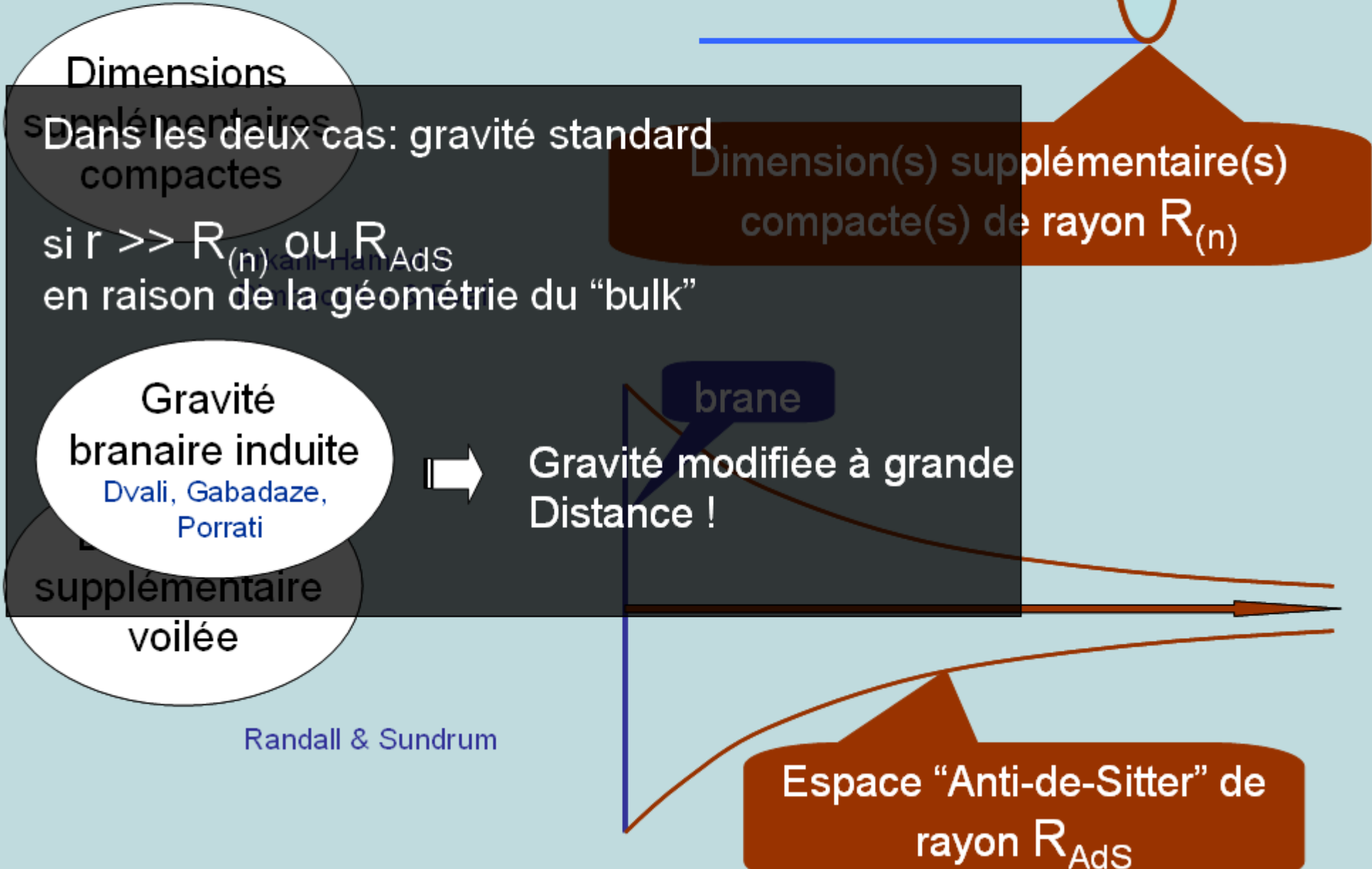
Gravité
branaire induite
Dvali, Gabadaze,
Porrati

Gravité modifiée à grande
Distance !

supplémentaire
voilée

Espace "Anti-de-Sitter" de
rayon R_{AdS}

Randall & Sundrum



3. Phénoménologie des univers branes

3.1 Physique des particules

3.2. Astrophysique

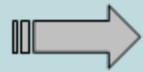
3.3. Cosmologie

(3.4. Tests de la gravitation à petite distance)

Quelques exemples... Pris dans le cadre du modèle "canonique" ADD (n dimensions supplémentaires compactes) et le modèle Randall-Sundrum (une dimension supplémentaire voilée)

3.1/ Physique des particules

- Dans les modèles dont nous parlons le graviton usuel est remplacé par un nombre infini de gravitons de Kaluza-Klein.
- Chacun de ces gravitons interagit avec la matière comme un graviton ordinaire (la seule différence est qu'il peut avoir une masse non nulle).



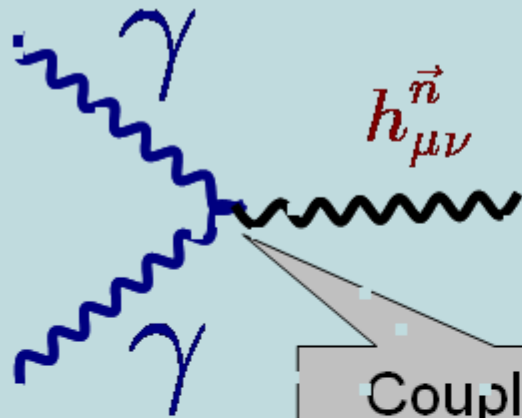
Couplage universel à tout ce qui transporte de l'énergie-impulsion

3.1/ Physique des particules

- Dans les modèles dont nous parlons le graviton usuel est remplacé par un nombre infini de gravitons de Kaluza-Klein.
- Chacun de ces gravitons interagit avec la matière comme un graviton ordinaire (la seule différence est qu'il peut avoir une masse non nulle).



Couplage universel à tout ce qui transporte de l'énergie-impulsion



Couplage en
 $1/M_{\text{Planck}}$

3.1/ Physique des particules

- Dans les modèles dont nous parlons le graviton usuel est remplacé par un nombre infini de gravitons de Kaluza-Klein.
- Chacun de ces gravitons interagit avec la matière comme un graviton ordinaire (la seule différence est qu'il peut avoir une masse non nulle).



Couplage universel à tout ce qui transporte de l'énergie-impulsion

Taux de production typique dans un processus énergétique:

$$\sigma \propto \frac{\mathcal{N}}{M_{\text{Planck}}^2}$$

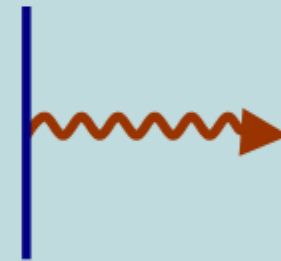
Nombre de modes de Kaluza-Klein accessibles:

$$\mathcal{N} \propto (\text{Energie})^n$$

Différents processus ont été envisagés :

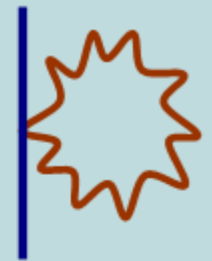
- Emission de gravitons réels:

$$\begin{aligned} \text{ex: } e^+e^- &\rightarrow \gamma/Z \quad G_{KK} \\ p \quad \bar{p} &\rightarrow g \quad G_{KK} \quad \dots \end{aligned}$$



- Echange de gravitons virtuels:

- Observables de précision
- Déviations par rapport au modèle standard
- Nouvelles interactions effectives



- Autres processus “exotiques”:

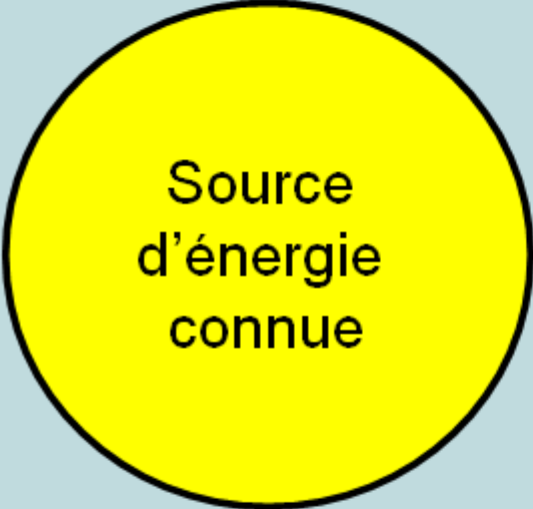
- Emission d'états de cordes (spins élevés)?
- Productions de trous noirs?

(La plupart des calculs sont faits dans le cadre d'une théorie des champs effective)

3.2. Contraintes astrophysiques

3.2. Contraintes astrophysiques

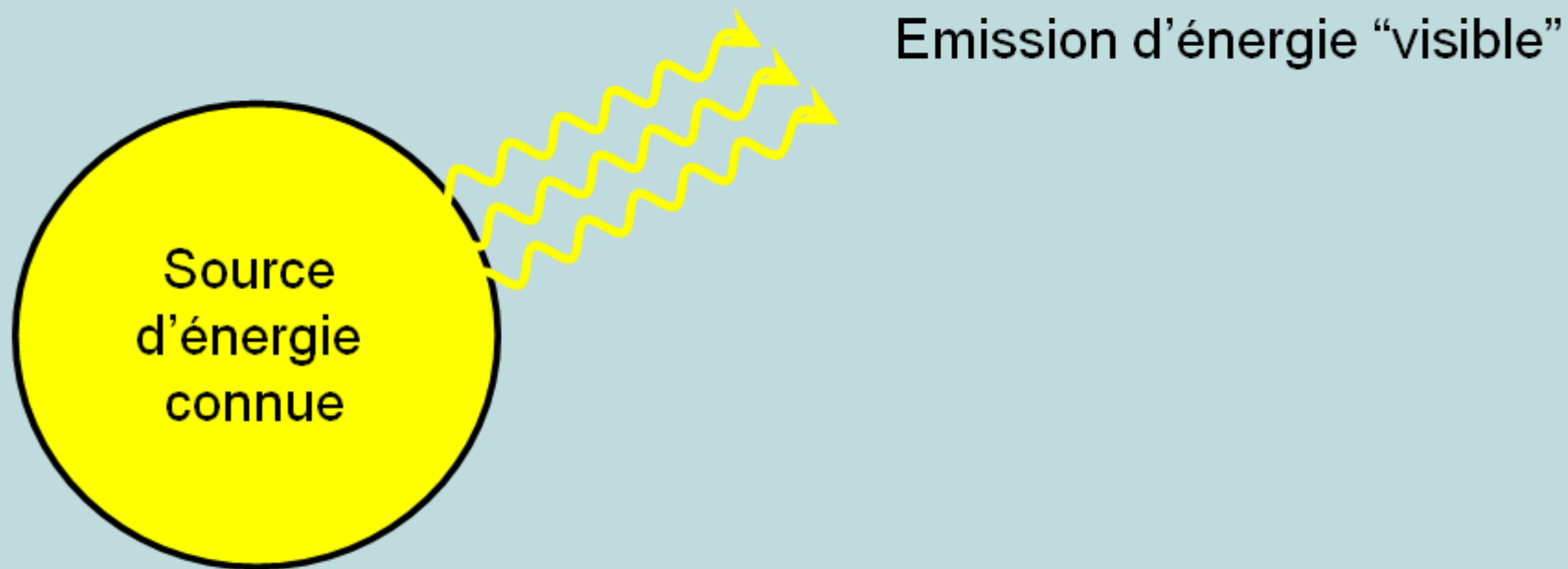
3.2.1. Liées à la durée d'une phase de vie stellaire



Source
d'énergie
connue

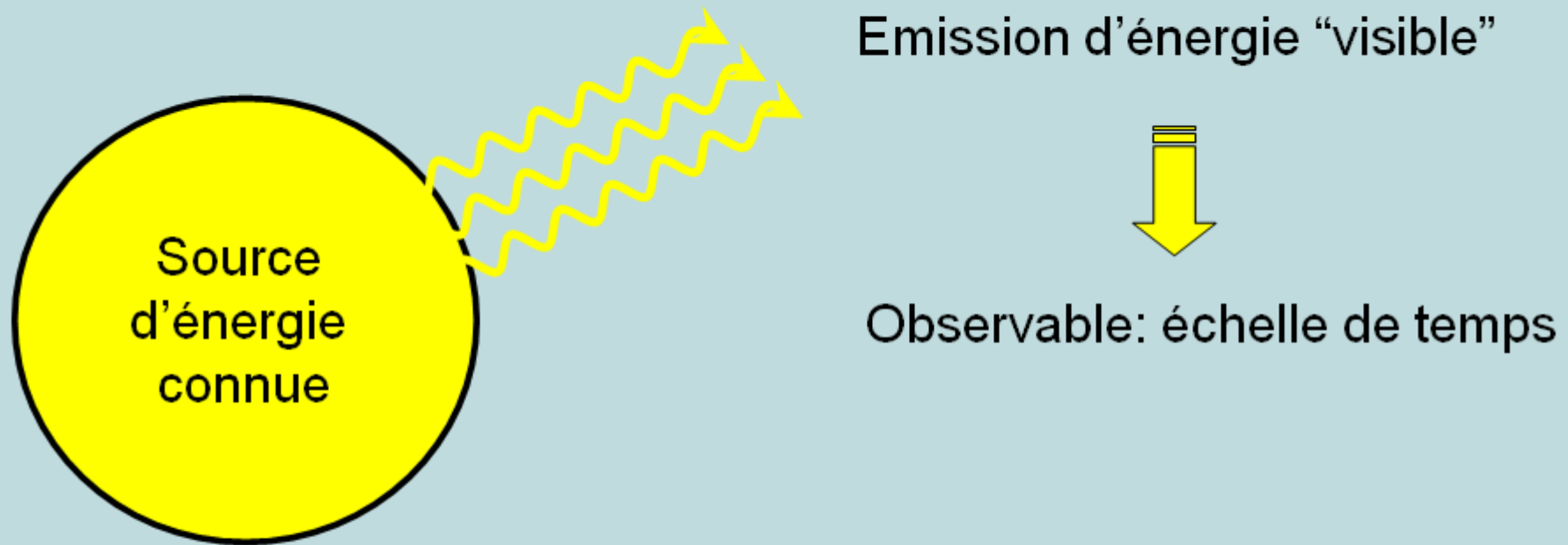
3.2. Contraintes astrophysiques

3.2.1. Liées à la durée d'une phase de vie stellaire



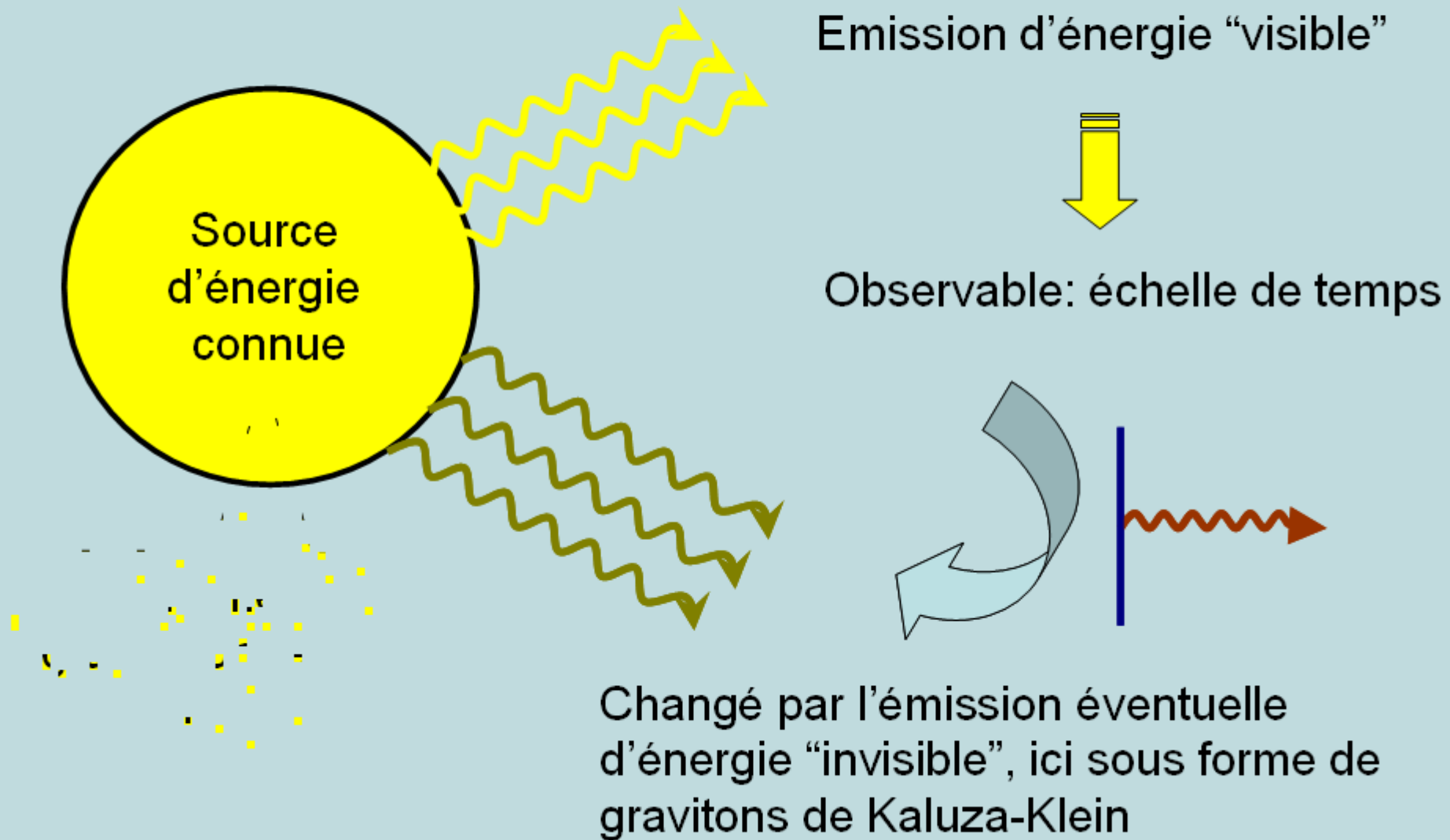
3.2. Contraintes astrophysiques

3.2.1. Liées à la durée d'une phase de vie stellaire



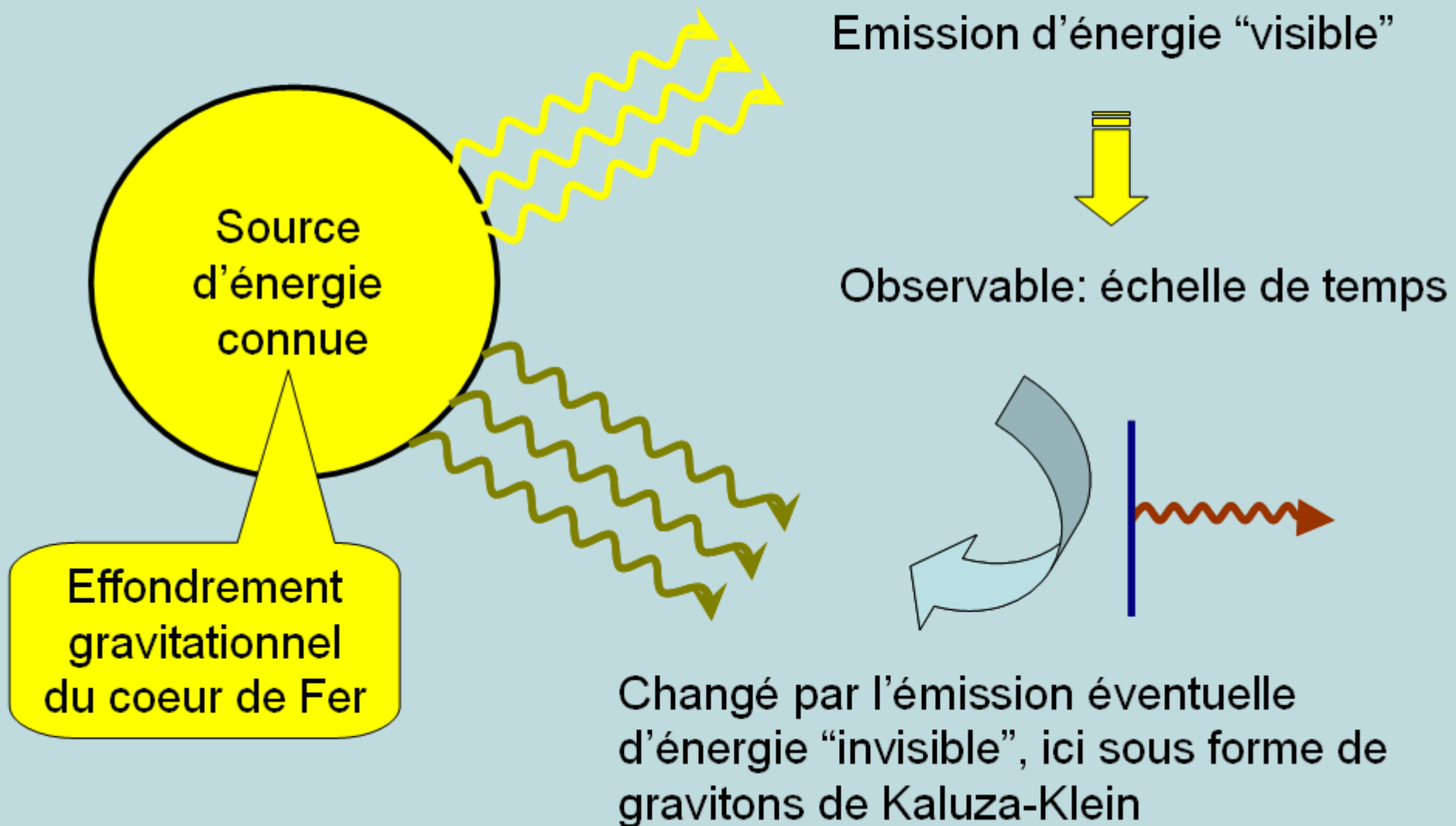
3.2. Contraintes astrophysiques

SN1987A:



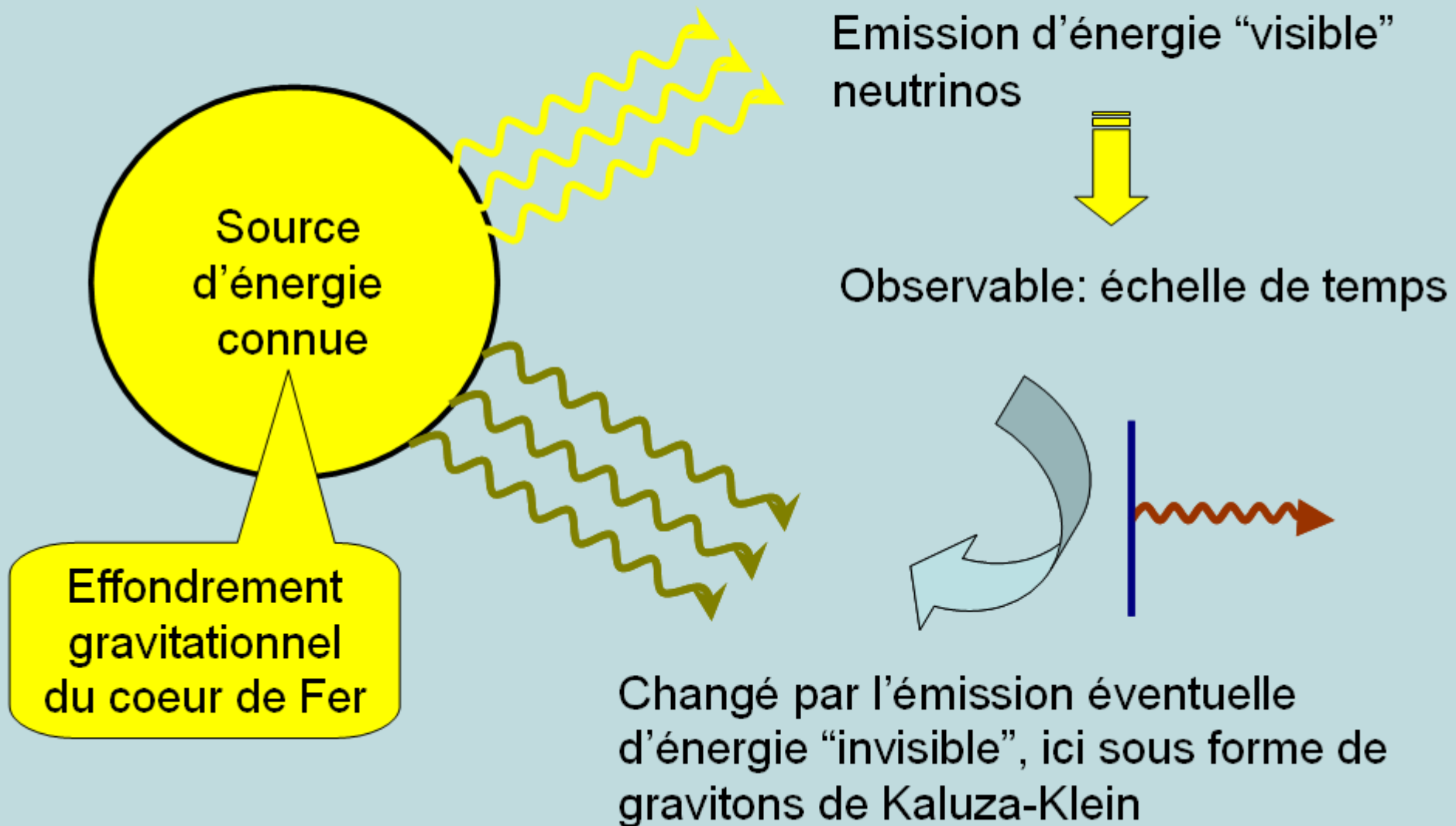
3.2. Contraintes astrophysiques

SN1987A:



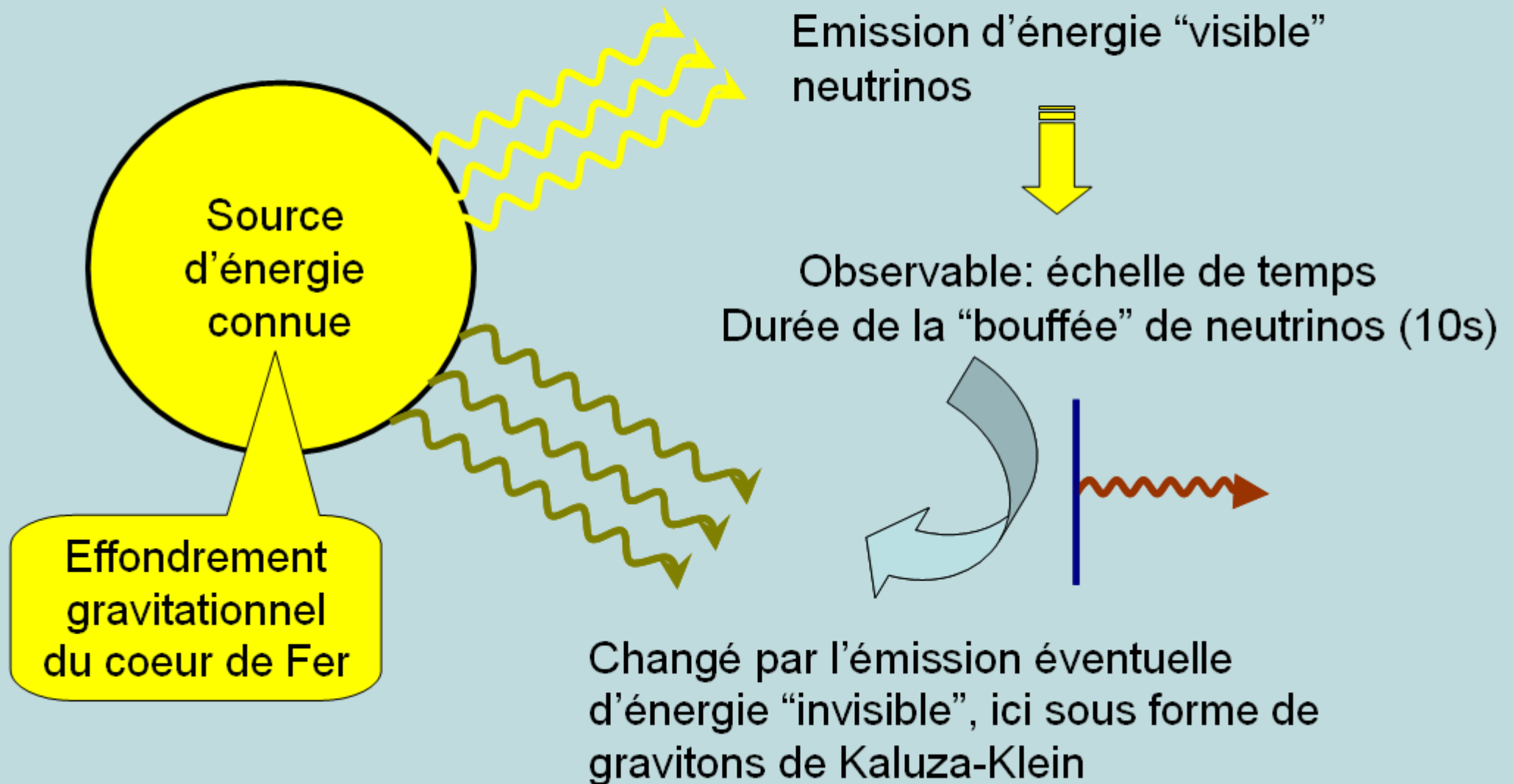
3.2. Contraintes astrophysiques

SN1987A:



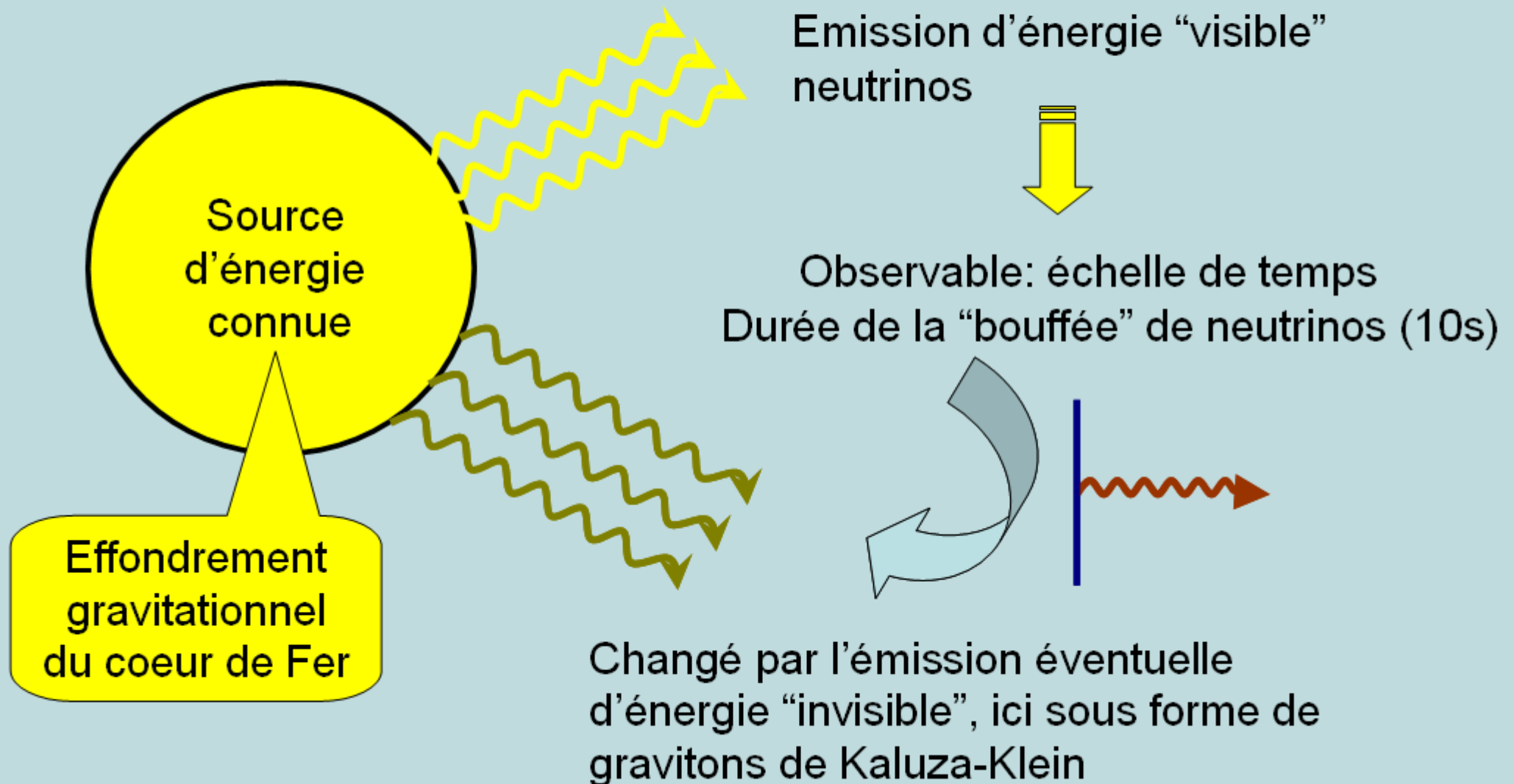
3.2. Contraintes astrophysiques

SN1987A:



3.2. Contraintes astrophysiques

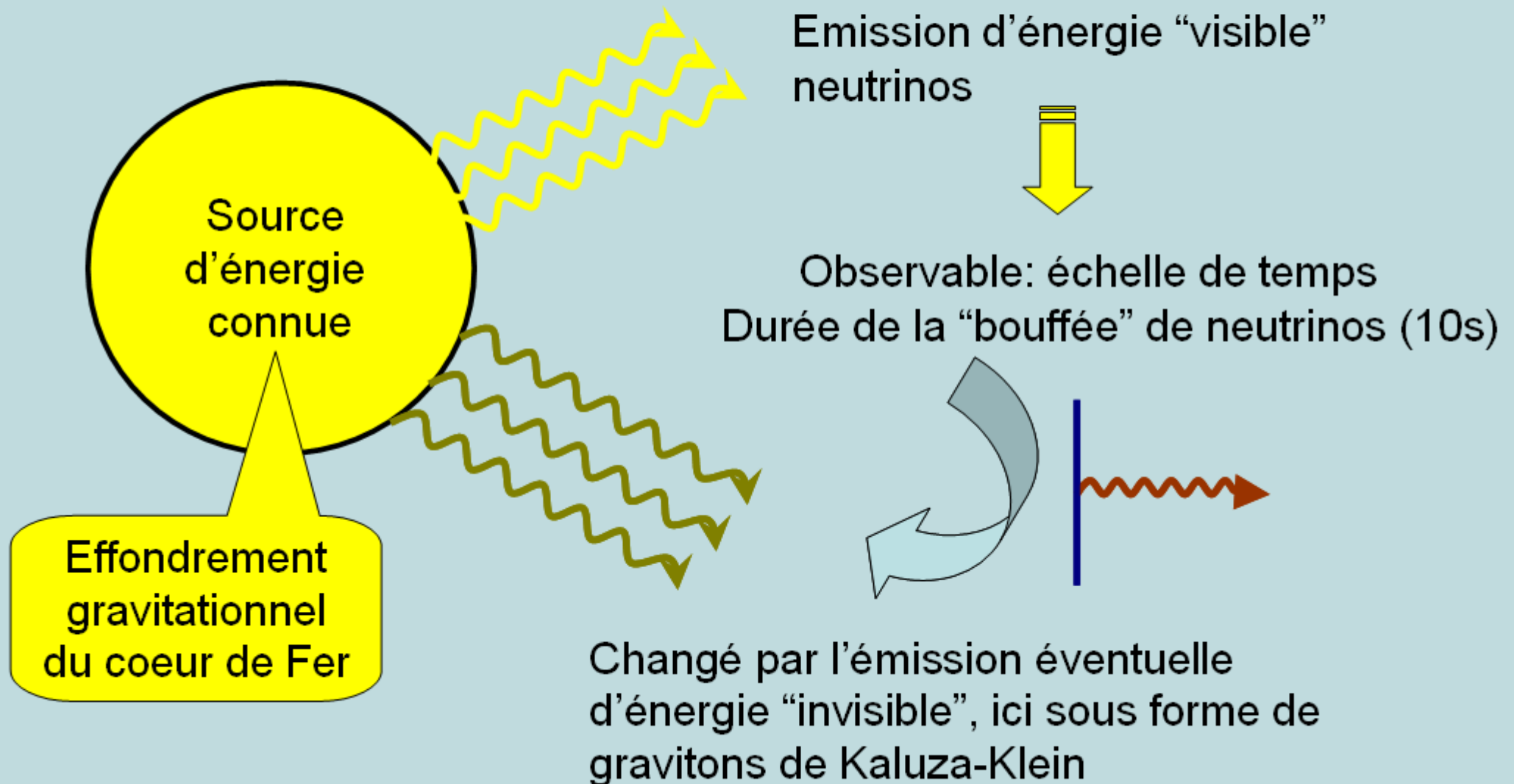
SN1987A:



$$\rightarrow M_{(6)} \geq 30 \text{ TeV}, M_{(7)} \geq qq \text{ TeV} \dots$$

3.2. Contraintes astrophysiques

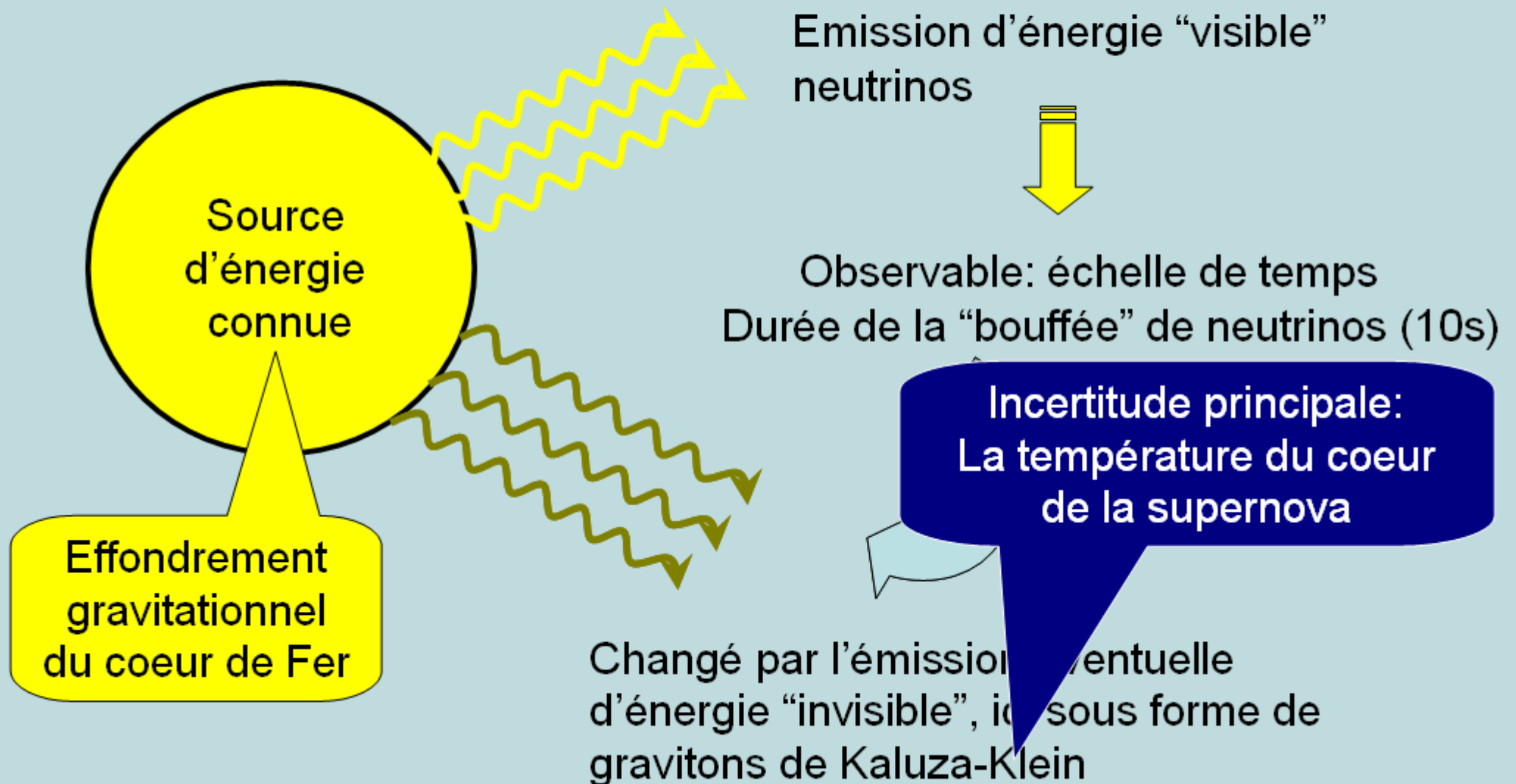
SN1987A:



$$\rightarrow M_{(6)} \geq 30 \text{ TeV}, M_{(7)} \geq \text{qq TeV} \dots$$

3.2. Contraintes astrophysiques

SN1987A:



$$\rightarrow M_{(6)} \geq 30 \text{ TeV}, M_{(7)} \geq qq \text{ TeV} \dots$$

3.2.2. Autres contraintes astrophysiques:

- Désintégration de gravitons de Kaluza-Klein par émission de photons gamma.



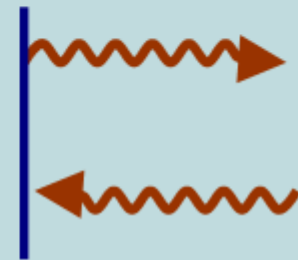
Gravitons émis dans l'univers primordial



Gravitons émis lors de la formation d'une étoile à neutrons



- Réchauffement anormal d'une étoile à neutrons par désintégration de gravitons de Kaluza-Klein, et émission γ non observée [Hannestad & Raffelt 2002](#)



3.2.2. Autres contraintes astrophysiques:

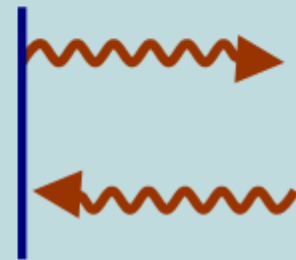
- Désintégration de gravitons de Kaluza-Klein par émission de photons gamma.



Gravitons émis dans l'univers primordial



Gravitons émis lors de la formation d'une étoile à neutrons



- Réchauffement anormal d'une étoile à neutrons par désintégration de gravitons de Kaluza-Klein, et émission γ non observée [Hannestad & Raffelt 2002](#)

➔ $M_{(6)} \geq 280\text{TeV}, M_{(7)} \geq 10\text{TeV} \dots$

3.3 Cosmologie

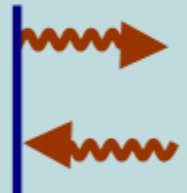
3.3.1. Contraintes cosmologiques « perturbatives »

- Dans l'univers primordial, au-dessus d'une certaine température T^* , l'Univers se refroidit plus vite par émission de gravitons de Kaluza-Klein que par l'expansion



$T^* > T(\text{Nucléosynthèse})$ pour $M(4+n) \sim \text{TeV}$. Peut changer la baryogenèse, le “réchauffement” après l'inflation.

- “Fermeture de l'Univers” par production de gravitons de Kaluza-Klein dans l'univers primordial
- Désintégration des gravitons de Kaluza-Klein sous forme de photons gamma



3.3 Cosmologie

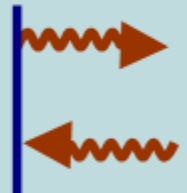
3.3.1. Contraintes cosmologiques « perturbatives »

- Dans l'univers primordial, au-dessus d'une certaine température T^* , l'Univers se refroidit plus vite par émission de gravitons de Kaluza-Klein que par l'expansion



$T^* > T(\text{Nucléosynthèse})$ pour $M(4+n) \sim \text{TeV}$. Peut changer la baryogenèse, le “réchauffement” après l'inflation.

- “Fermeture de l'Univers” par production de gravitons de Kaluza-Klein dans l'univers primordial
- Désintégration des gravitons de Kaluza-Klein sous forme de photons gamma

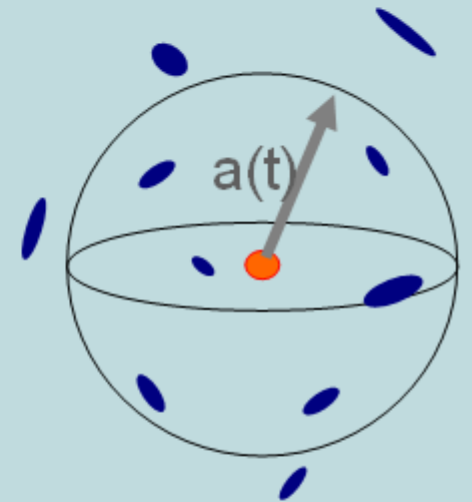
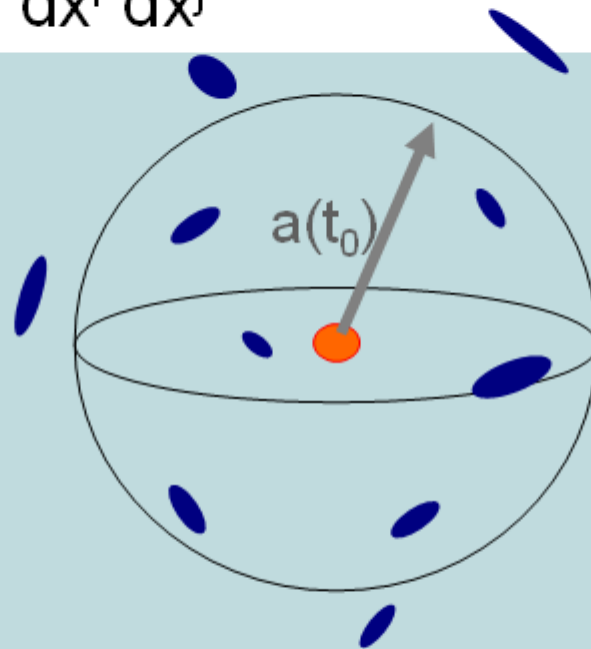


3.3.2. Un exemple de cosmologie « non perturbative » :

En cosmologie standard (4D) ...

- L'Univers est décrit par une métrique FLRW:
 $ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \gamma_{ij} dx^i dx^j$

facteur d'échelle
de l'Univers

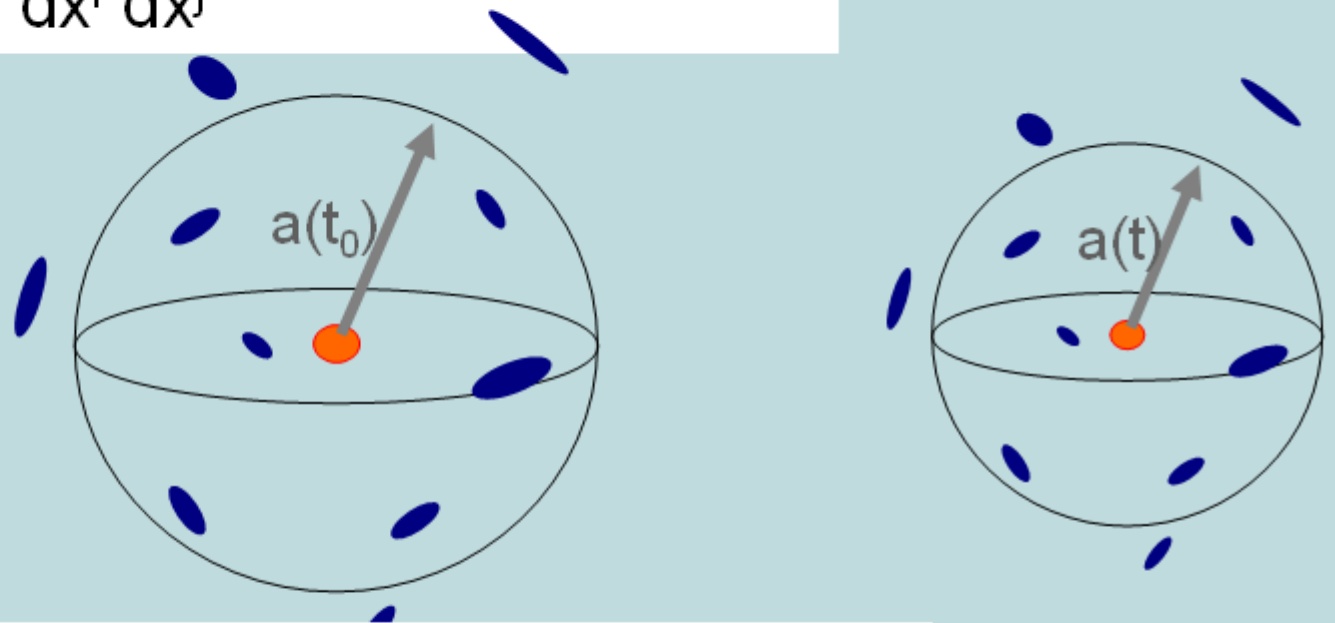


En cosmologie standard (4D) ...

- L'Univers est décrit par une métrique FLRW:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \gamma_{ij} dx^i dx^j$$

facteur d'échelle
de l'Univers



- Les équations d'Einstein donnent la dynamique:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G_N T_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu}$$

Tenseur
d'Einstein

$$\sim \partial^2 g_{\mu\nu}$$

Tenseur énergie-
impulsion de la
matière

Constante
cosmologique: "tension
de l'espace-temps"

Les équations de Friedmann standard (relient le taux d'expansion de l'Univers à son contenu matériel):

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G_N}{3} \rho$$

Densité d'énergie de la matière dans l'Univers

H: paramètre de Hubble, mesure le taux d'expansion cosmique

Paramétrise la courbure spatiale de l'Univers

Derivée par rapport au temps cosmique

Pression de la matière dans l'Univers

$$\dot{\rho} = -3H(P + \rho)$$

Les équations de Friedmann standard (relient le taux d'expansion de l'Univers à son contenu matériel):

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G_N}{3}\rho$$

er, 99

$$\dot{\rho} = -3H(P + \rho)$$

Les équations de Friedmann standard (relient le taux d'expansion de l'Univers à son contenu matériel):

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G_N}{3} \rho$$

deviennent: avec une dimension supplémentaire

Binétruy, C.D., Langlois; Ellwanger, 99

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{\rho^2}{36 M_{(5)}^6} + \frac{\rho_B}{6 M_{(5)}^3} + \frac{\mathcal{C}}{a^4}$$

La densité d'énergie de la matière apparaît quadratiquement !

ρ_B : constante cosmologique du "bulk"

Terme de radiation "sombre"

$$\dot{\rho} = -3H(P + \rho)$$

Implications phénoménologiques d'une phase "branaire" pure

"branaire"

vs.

standard

$$H^2 = \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6}$$
$$0 = \dot{\rho} + 3H(P + \rho)$$

$$H^2 = \frac{8\pi G_N}{3}\rho$$
$$0 = \dot{\rho} + 3H(P + \rho)$$

Implications phénoménologiques d'une phase "branaire" pure

"branaire"

vs.

standard

$$H^2 = \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6}$$
$$0 = \dot{\rho} + 3H(P + \rho)$$

$$H^2 = \frac{8\pi G_N}{3} \rho$$
$$0 = \dot{\rho} + 3H(P + \rho)$$



Avec $P = w \rho$



$$a(t) \propto t^{\frac{1}{3(1+w)}}$$
$$H \propto T^4(\text{RD})$$

$$a(t) \propto t^{\frac{2}{3(1+w)}}$$
$$H \propto T^2(\text{RD})$$



Implications phénoménologiques d'une phase "branaire" pure

"branaire"

vs.

standard

$$H^2 = \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6}$$
$$0 = \dot{\rho} + 3H(P + \rho)$$

$$H^2 = \frac{8\pi G_N}{3}\rho$$
$$0 = \dot{\rho} + 3H(P + \rho)$$



Avec $P = w \rho$



$$a(t) \propto t^{\frac{1}{3(1+w)}}$$
$$H \propto T^4(\text{RD})$$

$$a(t) \propto t^{\frac{2}{3(1+w)}}$$
$$H \propto T^2(\text{RD})$$



Exclu, par ex. par la nucléosynthèse

Peut-on retrouver la cosmologie standard?

$$H^2 = \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{\rho_B}{6M_{(5)}^3} + \frac{\mathcal{C}}{a^4} - \frac{k}{a^2}$$

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G_N}{3} \rho$$

Peut-on retrouver la cosmologie standard?

$$H^2 = \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{\rho_B}{6M_{(5)}^3} + \frac{\mathcal{C}}{a^4} - \frac{k}{a^2}$$

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G_N}{3} \rho$$

Si on considère une brane de tension λ , l'équation de Friedmann branaire devient, avec $\rho \rightarrow \rho + \lambda$

$$H^2 = \frac{\lambda^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{\rho_B}{6M_{(5)}^3} + \frac{\lambda\rho}{18M_{(5)}^6} + \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{\mathcal{C}}{a^4} - \frac{k}{a^2}$$

Peut-on retrouver la cosmologie standard?

$$H^2 = \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{\rho_B}{6M_{(5)}^3} + \frac{c}{a^4} - \frac{k}{a^2}$$

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G_N}{3} \rho$$

Si on considère une brane de tension λ , l'équation de Friedmann branaire devient, avec $\rho \rightarrow \rho + \lambda$

$$H^2 = \frac{\lambda^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{\rho_B}{6M_{(5)}^3} + \frac{\lambda\rho}{18M_{(5)}^6} + \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{c}{a^4} - \frac{k}{a^2}$$

$$\rho_B = -\frac{\lambda^2}{6M_{(5)}^3} (< 0 \text{ AdS})$$

Peut-on retrouver la cosmologie standard?

$$H^2 = \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{\rho_B}{6M_{(5)}^3} + \frac{c}{a^4} - \frac{k}{a^2}$$

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G_N}{3} \rho$$

Si on considère une brane de tension λ , l'équation de Friedmann branaire devient, avec $\rho \rightarrow \rho + \lambda$

$$H^2 = \frac{\lambda^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{\rho_B}{6M_{(5)}^3} + \frac{\lambda\rho}{18M_{(5)}^6} + \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{c}{a^4} - \frac{k}{a^2}$$

$$\rho_B = -\frac{\lambda^2}{6M_{(5)}^3} (< 0 \text{ AdS})$$

Terme standard

$$\text{si } \frac{\lambda}{18M_{(5)}^6} = \frac{8\pi G_N}{3}$$

Peut-on retrouver la cosmologie standard?

$$H^2 = \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{\rho_B}{6M_{(5)}^3} + \frac{c}{a^4} - \frac{k}{a^2}$$

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G_N}{3} \rho$$

Si on considère une brane de tension λ , l'équation de Friedmann branaire devient, avec $\rho \rightarrow \rho + \lambda$

$$H^2 = \frac{\lambda^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{\rho_B}{6M_{(5)}^3} + \frac{\lambda\rho}{18M_{(5)}^6} + \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{c}{a^4} - \frac{k}{a^2}$$

$$\rho_B = -\frac{\lambda^2}{6M_{(5)}^3} (< 0 \text{ AdS})$$

Importe dans l'Univers très primordial

Terme standard

$$\text{si } \frac{\lambda}{18M_{(5)}^6} = \frac{8\pi G_N}{3}$$

Peut-on retrouver la cosmologie standard?

$$H^2 = \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{\rho_B}{6M_{(5)}^3} + \frac{c}{a^4} - \frac{k}{a^2}$$

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G_N}{3} \rho$$

Si on considère une brane de tension λ , l'équation de Friedmann branaire devient, avec $\rho \rightarrow \rho + \lambda$

$$H^2 = \frac{\lambda^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{\rho_B}{6M_{(5)}^3} + \frac{\lambda\rho}{18M_{(5)}^6} + \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{c}{a^4} - \frac{k}{a^2}$$

$$\rho_B = -\frac{\lambda^2}{6M_{(5)}^3} (< 0 \text{ AdS})$$

Terme standard

$$\text{si } \frac{\lambda}{18M_{(5)}^6} = \frac{8\pi G_N}{3}$$

Importe dans l'Univers très primordial

Terme de type radiation, contraint par la nucléosynthèse

Peut-on retrouver la cosmologie standard?

$$H^2 = \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{\rho_B}{6M_{(5)}^3} + \frac{c}{a^4} - \frac{k}{a^2}$$

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G_N}{3} \rho$$

Si on considère une brane de tension λ , l'équation de Friedmann branaire devient, avec $\rho \rightarrow \rho + \lambda$

$$H^2 = \frac{\lambda^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{\rho_B}{6M_{(5)}^3} + \frac{\lambda\rho}{18M_{(5)}^6} + \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{c}{a^4} - \frac{k}{a^2}$$

$$\rho_B = -\frac{\lambda^2}{6M_{(5)}^3} (< 0 \text{ AdS})$$

Terme standard

$$\text{si } \frac{\lambda}{18M_{(5)}^6} = \frac{8\pi G_N}{3}$$

Cette situation correspond très exactement au modèle de dimension supplémentaire "voilée" de **Randall-Sundrum**: brane dans AdS_5 , modèle d'univers brane le plus simple

Peut-on retrouver la cosmologie standard?

$$H^2 = \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{\rho_B}{6M_{(5)}^3} + \frac{c}{a^4} - \frac{k}{a^2}$$

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G_N}{3} \rho$$

Si on considère une brane de tension λ , l'équation de Friedmann branaire devient, avec $\rho \rightarrow \rho + \lambda$

$$H^2 = \frac{\lambda^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{\rho_B}{6M_{(5)}^3} + \frac{\lambda\rho}{18M_{(5)}^6} + \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{c}{a^4} - \frac{k}{a^2}$$

$$\rho_B = -\frac{\lambda^2}{6M_{(5)}^3} \quad (< 0 \text{ AdS})$$

Terme standard

$$\text{si } \frac{\lambda}{18M_{(5)}^6} = \frac{8\pi G_N}{3}$$

Cette situation correspond très exactement au modèle de dimension supplémentaire "voilée" de **Randall-Sundrum**: brane dans AdS_5 , modèle d'univers brane le plus simple

Dans un cas plus général on doit faire appel à d'autres mécanismes

Bilan: équations de Friedmann pour le modèle avec dimension supplémentaire voilée:

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G_N}{3}\rho + \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{c}{a^4}$$
$$\dot{\rho} = -3H(P + \rho)$$



Cosmologie “tardive” standard



Cosmologie primordiale non standard

Bilan: équations de Friedmann pour le modèle avec dimension supplémentaire voilée:

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G_N}{3} \rho + \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{c}{a^4}$$
$$\dot{\rho} = -3H(P + \rho)$$



Cosmologie “tardive” standard



Cosmologie primordiale non standard

En accord avec les résultats “perturbatifs”:

Cosmologie tardive = $H^{-1} \gg R_{AdS}$

=> gravité ordinaire

Cosmologie primordiale = $H^{-1} \ll R_{AdS}$

=> gravité modifiée

Bilan: équations de Friedmann pour le modèle avec dimension supplémentaire voilée:

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G_N}{3}\rho + \frac{\rho^2}{36M_{(5)}^6} + \frac{c}{a^4}$$
$$\dot{\rho} = -3H(P + \rho)$$

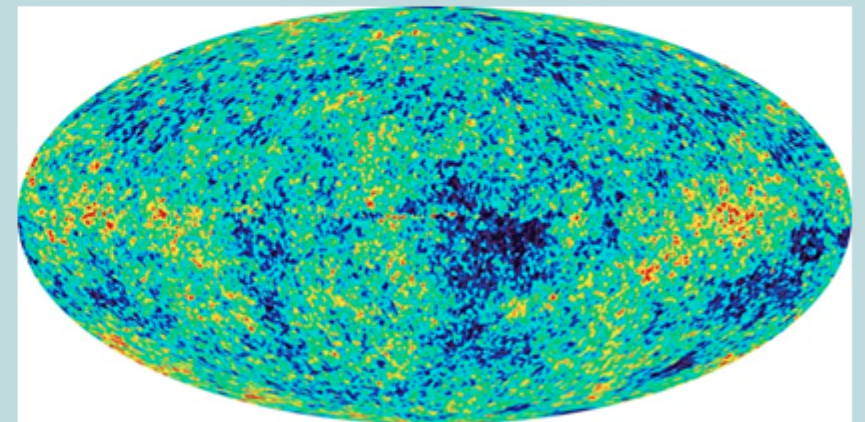


Cosmologie "tardive" standard

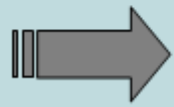


Cosmologie primordiale non standard

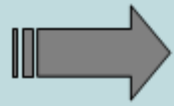
Une question ouverte: observable sur le rayonnement cosmique de fond?



Une autre direction phénoménologique intéressante pour la cosmologie: modèle de gravité branaire induite

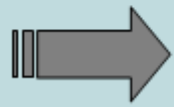


Cosmologie “tardive” **non** standard

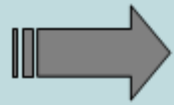


Cosmologie primordiale standard

Une autre direction phénoménologique intéressante pour la cosmologie: modèle de gravité branaire induite



Cosmologie “tardive” **non** standard



Cosmologie primordiale standard

Possibilité d’obtenir une accélération cosmique sans constante cosmologique en modifiant la gravitation à ultra large distance

C.D., C.D. & Dvali & Gabadadze, 2002



Dans ce modèle le potentiel Newtonien se comporte comme

$V(r) \propto \frac{1}{r}$  Comportement 4D à petites distances

$V(r) \propto \frac{1}{r^2}$  Comportement 5D à grandes distances

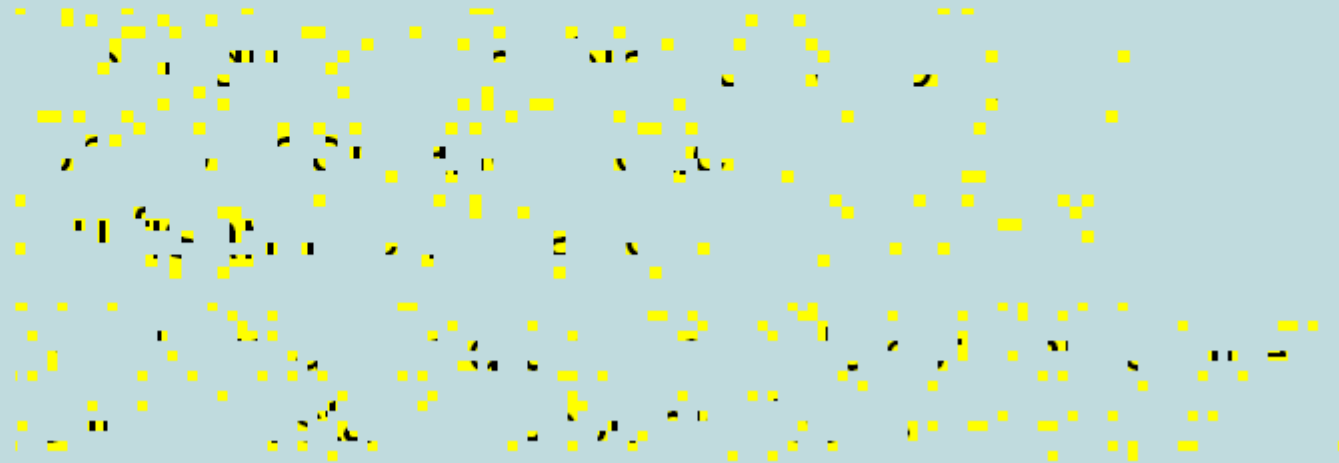
Dans ce modèle le potentiel Newtonien se comporte comme

$$V(r) \propto \frac{1}{r} \quad \leftarrow \text{Comportement 4D à petites distances}$$

$$V(r) \propto \frac{1}{r^2} \quad \leftarrow \text{Comportement 5D à grandes distances}$$

La transition entre les deux régimes se produit pour une distance caractéristique

$$r_c = \frac{M_P^2}{2M_{(5)}^3}$$



Dans ce modèle le potentiel Newtonien se comporte comme

$$V(r) \propto \frac{1}{r} \quad \leftarrow \text{Comportement 4D à petites distances}$$

$$V(r) \propto \frac{1}{r^2} \quad \leftarrow \text{Comportement 5D à grandes distances}$$

La transition entre les deux régimes se produit pour une distance caractéristique

$$r_c = \frac{M_P^2}{2M_{(5)}^3}$$

Pour que le modèle soit viable, on doit demander que r_c soit suffisamment grand


NB: l'interaction gravitationnelle est mal connue sur des distances cosmologiques ...

Cosmologie du modèle de gravité branaire induite

Les techniques standard utilisées pour dériver la cosmologie branaire peuvent être employées

$$H^2 \propto (\rho + \lambda)^2 + \dots$$

Brane de tension λ
(joue le rôle d'une constante cosmologique)




Cosmologie du modele de gravité branaire induite

Les techniques standard utilisées pour dériver la cosmologie branaire peuvent être employées

$$H^2 \propto (\rho + \lambda - 3H^2/8\pi G_N)^2 + \dots$$

Brane de tension λ
(joue le rôle d'une constante cosmologique)



Cosmologie du modele de gravité branaire induite

Les techniques standard utilisées pour dériver la cosmologie branaire peuvent être employées

$$H^2 \propto (\rho + \lambda - 3H^2/8\pi G_N)^2 + \dots$$

Brane de tension λ
(joue le rôle d'une constante cosmologique)

Equation quadratique pour H^2 conduisant aux équations de Friedmann (pour $\lambda = 0$):

$$\sqrt{H^2 + \frac{k}{a^2}} = \frac{\pm 1}{2r_c} + \sqrt{\frac{8\pi G_N}{3}\rho + \frac{1}{4r_c^2}}$$
$$0 = \dot{\rho} + 3H(\rho + P)$$

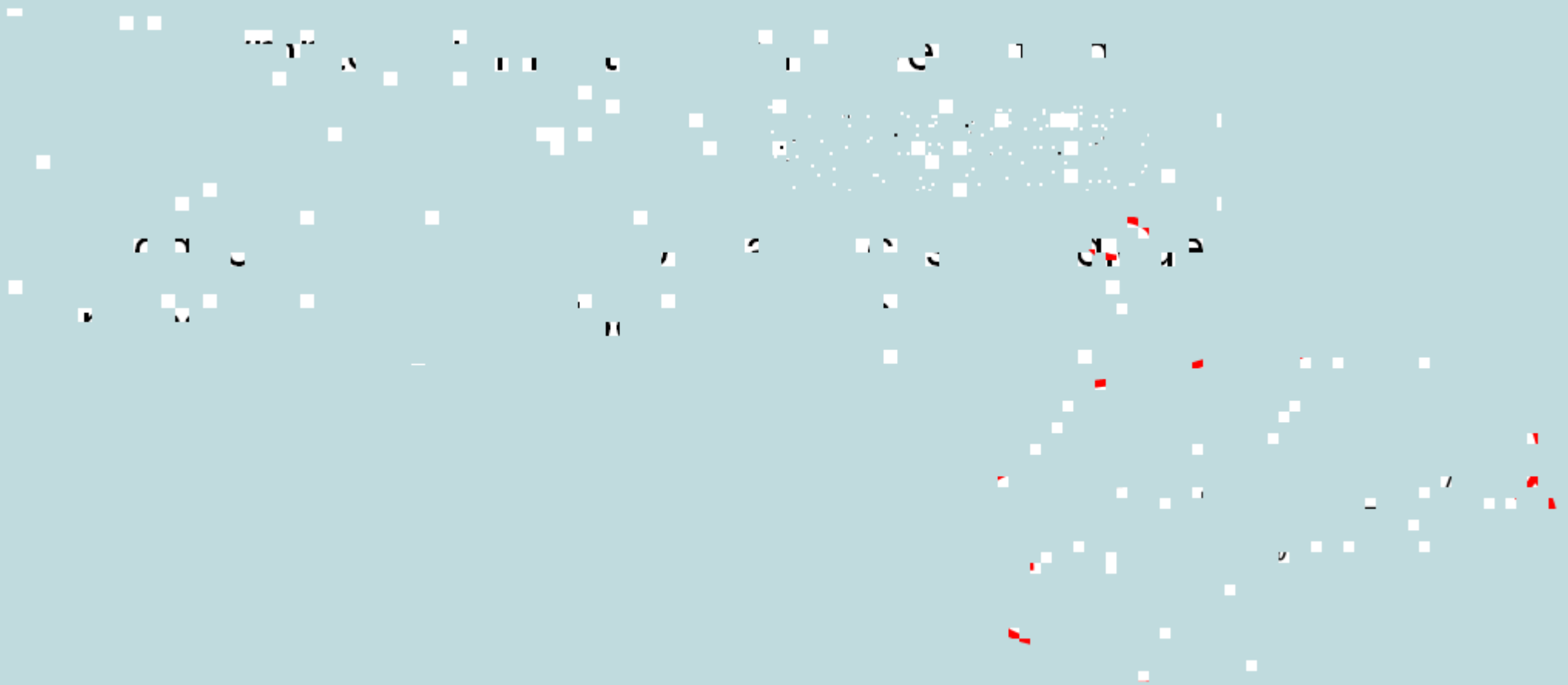
Quid de la cosmologie tardive ?

$$\sqrt{H^2 + \frac{k}{a^2}} = \frac{1}{2r_c} + \sqrt{\frac{1}{4r_c^2} + \frac{8\pi G_N \rho}{3}}$$

Quid de la cosmologie tardive ?

$$\sqrt{H^2 + \frac{k}{a^2}} = \frac{1}{2r_c} + \sqrt{\frac{1}{4r_c^2} + \frac{8\pi G_N \rho}{3}}$$

Tend vers une constante (r_c^{-1}) si ρ tend vers zéro



Quid de la cosmologie tardive ?

$$\sqrt{H^2 + \frac{k}{a^2}} = \frac{1}{2r_c} + \sqrt{\frac{1}{4r_c^2} + \frac{8\pi G_N \rho}{3}}$$

Tend vers une constante (r_c^{-1}) si ρ tend vers zéro

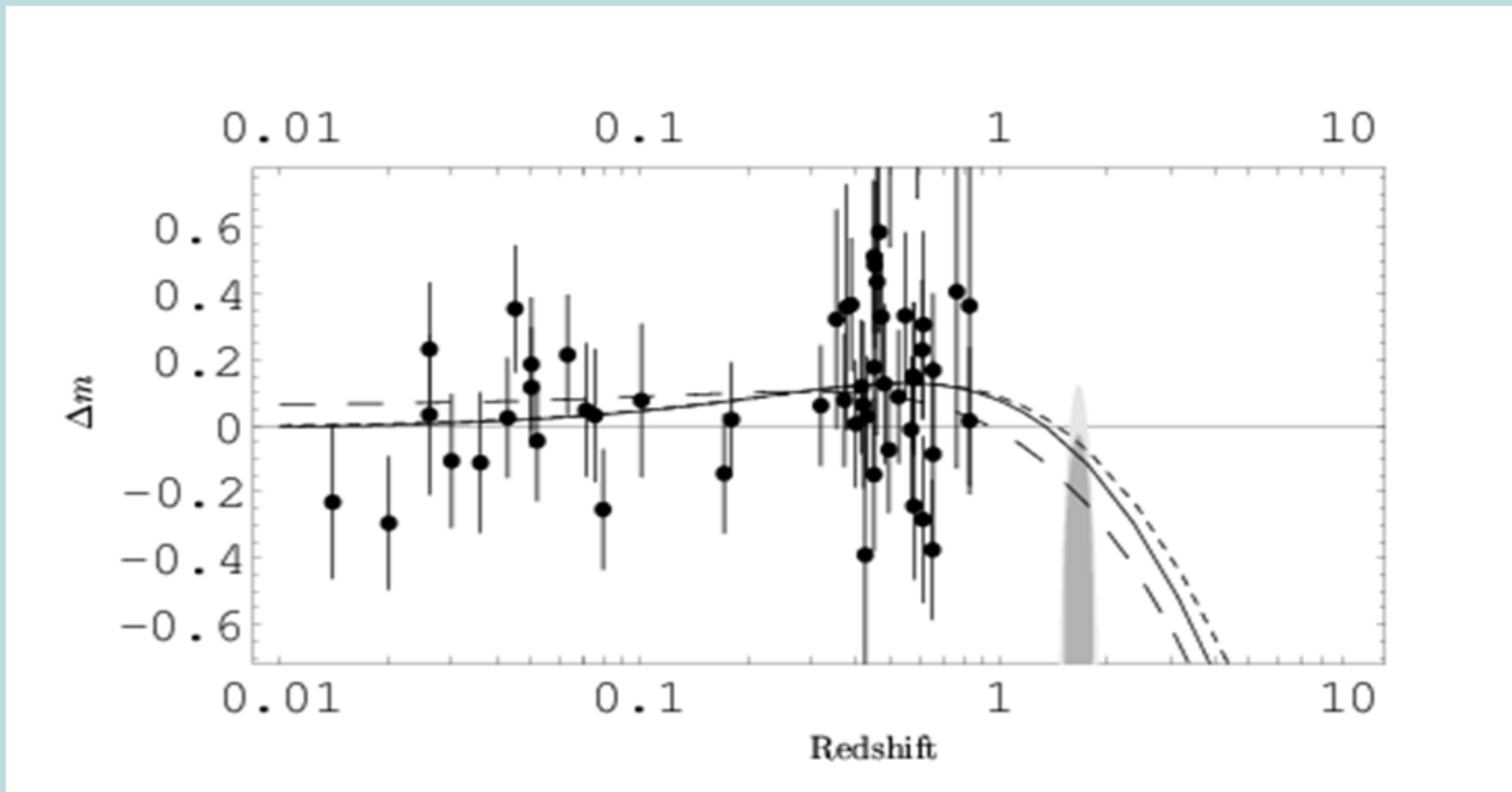
Donc asymptotiquement, dans l'univers "tardif"

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = r_c^2$$

Analogue à l'effet d'une constante cosmologique sans constante cosmologique ($\lambda = 0$)!

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{\Lambda}{3}$$

Univers plats vs SNIa:




- univers plat, cosmologie standard $\Omega_M = 0.28$
- - - - univers plat, gravité branaire induite $\Omega_M = 0.18$
- · - · gravité branaire induite, avec $\Omega_M = 0.3$

Sur un plan théorique: plusieurs questions débattues pour rendre le modèle viable

Sur un plan théorique: plusieurs questions débattues pour rendre le modèle viable

$$1/ \quad r_c \sim H_0^{-1} \Rightarrow M_{(5)} \sim 10 - 100 \text{ MeV}$$


Sur un plan théorique: plusieurs questions débattues pour rendre le modèle viable

$$1/ \quad r_c \sim H_0^{-1} \Rightarrow M_{(5)} \sim 10 - 100 \text{ MeV}$$


Très basse échelle de gravité quantique?
Quelle est la théorie aux énergies élevées?

2019/03/26

Sur un plan théorique: plusieurs questions débattues pour rendre le modèle viable


$$1/ \quad r_c \sim H_0^{-1} \Rightarrow M_{(5)} \sim 10 - 100 \text{ MeV}$$


Très basse échelle de gravité quantique?
Quelle est la théorie aux énergies élevées?

2/ Auto couplage fort et instabilités...

Luty, Porrati, Rattazzi;
Rubakov; Koyama et al.

Sur un plan théorique: plusieurs questions débattues pour rendre le modèle viable

$$1/ \quad r_c \sim H_0^{-1} \Rightarrow M_{(5)} \sim 10 - 100 \text{ MeV}$$



Très basse échelle de gravité quantique?
Quelle est la théorie aux énergies élevées?

2/ Auto couplage fort et instabilités...

Luty, Porrati, Rattazzi;
Rubakov; Koyama et al.



Sur un plan théorique: plusieurs questions débattues pour rendre le modèle viable

$$1/ \quad r_c \sim H_0^{-1} \Rightarrow M_{(5)} \sim 10 - 100 \text{ MeV}$$


Très basse échelle de gravité quantique?
Quelle est la théorie aux énergies élevées?

2/ Auto couplage fort et instabilités...


Luty, Porrati, Rattazzi;
Rubakov; Koyama et al.



Est-ce réalisable en théorie des cordes?

Dvali, Gabadadze, Kolanovic, Nitti;
Antoniadis, Minasian, Vanhove...

Sur un plan théorique: plusieurs questions débattues pour rendre le modèle viable

$$1/ \quad r_c \sim H_0^{-1} \Rightarrow M_{(5)} \sim 10 - 100 \text{ MeV}$$


Très basse échelle de gravité quantique?
Quelle est la théorie aux énergies élevées?

2/ Auto couplage fort et instabilités...

Luty, Porrati, Rattazzi;
Rubakov; Koyama et al.




Est-ce réalisable en théorie des cordes?

Dvali, Gabadadze, Kolanovic, Nitti;
Antoniadis, Minasian, Vanhove...

3/ Questions pas complètement comprises reliées à la
“discontinuité de vDVZ” (“gravité massive”)...

Sur un plan théorique: plusieurs questions débattues pour rendre le modèle viable

$$1/ \quad r_c \sim H_0^{-1} \Rightarrow M_{(5)} \sim 10 - 100 \text{ MeV}$$


Très basse échelle de gravité quantique?
Quelle est la théorie aux énergies élevées?

2/ Auto couplage fort et instabilités...

Luty, Porrati, Rattazzi;
Rubakov; Koyama et al.



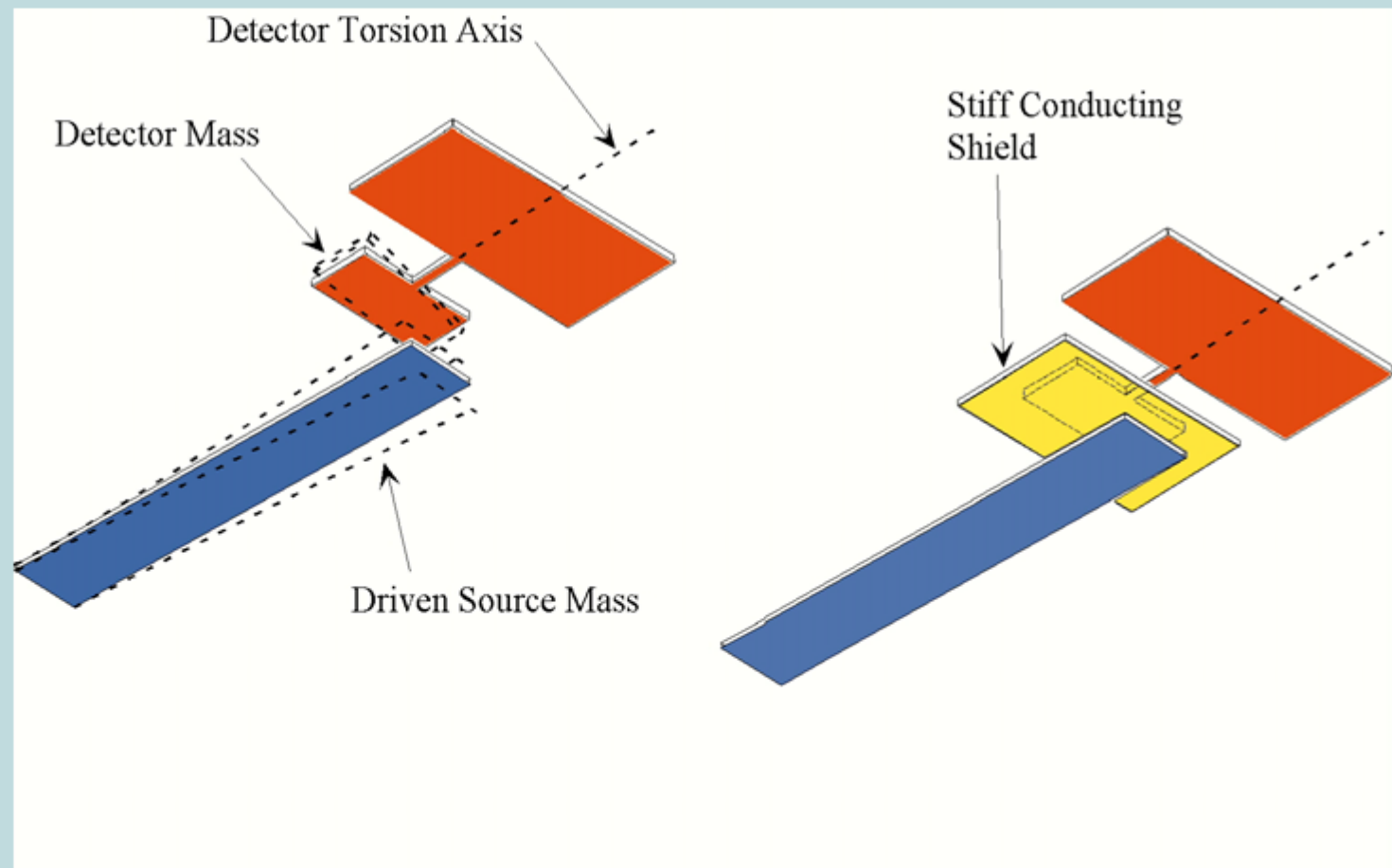
Est-ce réalisable en théorie des cordes?

Dvali, Gabadadze, Kolanovic, Nitti;
Antoniadis, Minasian, Vanhove...

3/ Questions pas complètement comprises reliées à la
“discontinuité de vDVZ” (“gravité massive”)...

2.4/ Tests de la gravitation à petite distance

Les modèles dont nous avons parlé fournissent également de nouvelles motivations pour certaines expériences de test de la gravité à petite distance



Conclusions:

- Modèles d'univers brane: domaine très riche; avec beaucoup d'idées nouvelles...

Nouvelle “phénoménologie” des théories de cordes (cordes avec basse “échelle fondamentale”).

Nouvelles idées théoriques abstraites et phénoménologiques, en particulier en cosmologie.

- Possibilité de contraindre fortement certains modèles.



Travaux encore nécessaires
notamment en cosmologie